

Modellierung des Durchmesserzuwachses von Fichten in Nordwestdeutschland: ein Vergleich von Modellen auf Basis der Sloboda-Funktion und „empirischen“ Modellen

Susanne Sprauer und Matthias Schmidt
Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt, Abt. Waldwachstum, Göttingen

Einleitung

Modelle zur Beschreibung des Wachstums von Bäumen können vereinfachend in zwei Gruppen eingeteilt werden. In die Gruppe theoretischer oder mechanistischer Modelle fallen Funktionen, die auf theoretischen Überlegungen über die zugrundeliegenden Wachstumsprozesse basieren. Dagegen nutzen empirische Modelle Funktionen, die die Zielgröße beschreiben, ohne Annahmen über zugrundeliegende Prozesse zu treffen (VANCLAY 1994). Die Grenze ist jedoch fließend, da die meisten Modellansätze mehr oder weniger umfassende theoretische Annahmen berücksichtigen. Als Vorteil von klassischen Wachstumsfunktionen gilt deren biologische Plausibilität hinsichtlich bestimmter grundlegender Eigenschaften. Dazu gehört beispielsweise das Vorhandensein eines (oder mehrerer) Wendepunkte, eine monotone Zunahme des Durchmessers mit dem Alter und asymptotisches Verhalten im Bereich sehr hoher Alter (WENK ET AL. 1990). Nachteile von Modellen auf Basis einer Wachstumsfunktion sind - aufgrund der theoretischen Nebenbedingungen - eine möglicherweise geringere Flexibilität und eingeschränkte Möglichkeiten der Berücksichtigung von Kovariableneffekten im Vergleich zu Modellen ohne wachstumstheoretische Annahmen. In diesem Beitrag werden Zuwachsmodele auf Basis der Wachstumsfunktion nach SLOBODA (1971) erstellt und mit einem Modell ohne wachstumstheoretische Grundlage (empirisches Modell) verglichen. Dabei werden folgende Fragen behandelt: 1. Wie unterscheiden sich die beiden Modelltypen bezüglich ihrer Sensitivität gegenüber der Bestandesbehandlung? 2. Gibt es hinsichtlich des Prognosefehlers Unterschiede zwischen den Modelltypen? 3. Unterscheiden sich die Wachstumsverläufe der beiden Modelltypen und resultieren auch für Modelle ohne wachstumstheoretischen Hintergrund plausible Zuwachskurven?

Material und Methoden

Datengrundlage

Die Datengrundlage umfasst Messwerte von 11.857 Fichten. Diese stammen aus 39 Versuchsanlagen in Nordwestdeutschland, die in der Regel aus mehreren Parzellen mit unterschiedlicher Bestandesbehandlung bestehen. Von den beobachteten Fichten liegen zwischen drei und sieben Messungen des Brusthöhendurchmessers (BHD) im Abstand von jeweils etwa fünf Jahren vor. Aus zwei aufeinanderfolgenden Messungen ergibt sich jeweils ein Zuwachswert. Insgesamt resultieren 39.850 periodische Zuwachswerte zwischen -0,08 und 1,35 cm/Jahr (Tabelle 1). Auf den Versuchsparzellen liegen darüber hinaus Einzelbaumalter (15 bis 150 Jahre) und repräsentative Höhenmessungen vor. Für alle Parzellen wurden die Stammfußkoordinaten der Einzelbäume eingemessen, sodass distanzabhängige Maße zur Beschreibung von Konkurrenz und Freistellung berechnet werden können. Die Konkurrenzsituation eines Baumes wird mithilfe des Konkurrenzindex $c66$ (NAGEL 1999) quantifiziert. Die behandlungsbedingte Freistellung ergibt sich als Differenz des $c66$ vor dem Eingriff zum $c66$ nach dem Eingriff.

Tabelle 1: Datengrundlage für den Modellvergleich

| | Minimum | Mittelwert | Maximum |
|-------------------|---------|------------|---------|
| Zuwachs [cm/Jahr] | -0,08 | 0,40 | 1,35 |
| BHD [cm] | 4,7 | 27,1 | 73,4 |
| Alter [Jahre] | 15 | 64 | 152 |
| Konkurrenz | 0 | 0,76 | 2,77 |
| Freistellung | 0 | 0,08 | 1,07 |

Methoden

Wachstumsfunktionen beschreiben eine Zustandsgröße y (z.B. die Baumhöhe) in Abhängigkeit vom Alter t . In diesem Beitrag wird die Wachstumsfunktion nach SLOBODA (1971) verwendet:

$$y = d e^{-c} e^{\frac{b}{(a-1)t^{a-1}}} \quad (1)$$

Dabei sind a , b , c und d Parameter der Funktion, die die spezifische Entwicklung der Zustandsgröße über dem Alter bestimmen.

Der laufende Zuwachs ergibt sich aus der Differentialform der Funktion (Zuwachsfunktion):

$$\frac{\partial y}{\partial t} = b \frac{y}{t^a} * \log \frac{d}{y} \quad (2)$$

Unter Verwendung des BHD ($y=bhd$) als Zustandsgröße lässt sich der Zusammenhang zwischen BHD-Zuwachs ($id = \frac{\partial bhd}{\partial t}$) und Alter mithilfe der Zuwachsfunktion (Gleichung 2) beschreiben. Um den Zuwachs behandlungssensitiv schätzen zu können, sollen ein Konkurrenz- und ein Freistellungsindex als Kovariablen integriert werden, die zu einer Modifikation eines der originären Modellparameter führen. Drei Möglichkeiten (Modelltypen) werden getestet und sind im folgenden beschrieben.

Sloboda-Funktion mit linearem Einfluss der Kovariablen (Slob)

Unter der Annahme, dass Konkurrenz (k) und Freistellung (fs) linear wirken, kann der Parameter b der Zuwachsfunktion (Gleichung 2) durch den Term $b_0 + b_1 k + b_2 fs$ ersetzt werden:

$$id = (b_0 + b_1 k + b_2 fs) \frac{bhd}{t^a} * \log \frac{d}{bhd} \quad (3)$$

Dabei sind b_0 , b_1 und b_2 die neuen zu schätzende Parameter der Funktion, wobei $b_1 k$ und $b_2 fs$ den Effekt von Konkurrenz bzw. Freistellung beschreiben. Der Parameter b wurde gewählt, da er in allen untersuchten Modelltypen auf Basis der Sloboda-Funktion auftritt. Versuche einen weiteren Parameter zu modifizieren führten zu instabilen Modellen. Es handelt sich um ein nicht-lineares Modell.

Linearisierte Sloboda-Funktion mit linearem Einfluss der Kovariablen (Slob1)

Durch eine Linearisierung der Zuwachsfunktion (SCHÖNFELDER, mündliche Mitteilung) ergeben sich weitere Möglichkeiten. Eine Umstellung der Gleichung 3 ergibt zunächst

$$id = \frac{b * bhd * \log(d)}{t^a} - \frac{b * bhd}{t^a} * \log(bhd) \quad (4)$$

Indem $b * \log(d)$ als neuer Parameter $p1$ definiert wird, ergibt sich

$$id = p_1 \frac{bhd}{t^a} - b \left(\frac{bhd}{t^a} \log(bhd) \right) \quad (5)$$

Wird a konstant gesetzt, so erhält man eine linearisierte Form der Zuwachsfunktion:

$$id = p_1 x_1 - b x_2 \quad (6)$$

mit den neuen abhängigen Variablen $x_1 = \frac{bhd}{t_a}$ und $x_2 = \frac{bhd}{t_a} * \log(bhd)$.

Unter Beibehaltung der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Zuwachs und Konkurrenz bzw. Freistellung kann auch die behandlungssensitive Zuwachsfunktion als lineares Modell parametrisiert werden:

$$id = p_1 x_1 - (b_0 + b_1 k + b_2 fs) x_2 \quad (7)$$

Linearisierte Sloboda-Funktion mit variierenden Koeffizienten (Slobl2)

Die Linearisierung der Zuwachsfunktion ermöglicht es auch, die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Zuwachs und Konkurrenz bzw. Freistellung zu überprüfen indem beide Modelleffekte mithilfe von Splines beschrieben werden bzw. die Form des Zusammenhangs auf Nichtlinearität untersucht wird (variierendes-Koeffizienten-Modell):

$$id = p_1 x_1 - (b_0 + f_k(k) + f_{fs}(fs)) x_2 \tag{8}$$

Empirisches Modell (Em)

Als Vergleichsmodell ohne wachstums-theoretischen Hintergrund dient eine Gamma-Regression mit logarithmischer Verknüpfungsfunktion, die als additives Modell zur Berücksichtigung potentiell nicht-linearer Behandlungseffekte parametrisiert wird:

$$\log[E(id)] = a + a_1 \log(bhd) + a_2 * t + f_3(k) + f_4(fs), \tag{9}$$

$id \sim \text{Gamma}$

Modellvarianten

Die vier oben genannten Modelltypen werden jeweils in zwei Varianten angepasst: als Feste-Effekte-Modell und als gemischtes Modell, d.h. unter Berücksichtigung von Zufallseffekten auf Ebene der Versuchsanlagen. Um stabile Modelle zu erhalten und zugunsten der Vergleichbarkeit aller Modelltypen wurden für die Modelltypen auf Basis der Sloboda-Funktion nur Zufallseffekte auf den Parameter integriert, der jeweils nicht durch Konkurrenz- und Freistellungseffekte modifiziert wird. Im Fall der direkten Anpassung der Sloboda-Funktion mit linearem Effekt der Kovariablen (Slob) werden somit Zufallseffekte für den Parameter d , für die auf der linearisierten Sloboda-Funktion basierenden Modelle (Slobl1, Slobl2) für den Parameter p_1 und im empirischen Modell (Em) für das Interzept a geschätzt. Auf diese Weise können Standortunterschiede zwischen den Versuchen, die nicht über die Kovariablen ins Modell einbezogen werden, berücksichtigt werden. Zufällige Effekte auf Ebene von Parzellen oder sogar Einzelbäumen sind theoretisch ebenfalls denkbar, bergen jedoch die Gefahr, Konkurrenz- und Freistellungseffekte zu stören und werden daher nicht geschätzt. Um für den Modelltyp Slob ein Konvergieren des Feste-Effekte-Modells zu erreichen, wurde der Parameter a konstant gesetzt. Dazu wurde der geschätzte Parameterwert für a aus dem gemischten Modell verwendet. Für die Modelle, die auf der linearisierten Sloboda-Funktion basieren (Slobl1 und Slobl2), wurde a auf denselben Wert festgelegt.

Die gemischten Modelle werden auf zweierlei Art mit den Feste-Effekte-Modellen verglichen: zum einen erfolgt die Vorhersage ausschließlich mithilfe der festen Effekte (Globalmodell) und zum anderen werden bei der Vorhersage feste Effekte und Zufallseffekte berücksichtigt. Für den Modellvergleich ergeben sich daher die folgenden Varianten (Tabelle 2).

Tabelle 2: Modelltypen und -varianten für den Modellvergleich. In Klammern ist die zur Parametrisierung verwendete R-Funktion angegeben.

| Feste-Effekte-Modell | Gemischtes Modelle – Globalmodell (nur feste Effekte) | Gemischtes Modell (feste Effekt + Zufallseffekte) |
|----------------------|---|---|
| Slob (nls) | Slob-vers global (nlme) | Slob-vers (nlme) |
| Slobl1 (lm) | Slobl1-vers global (lme) | Slobl1-vers (lme) |
| Slobl2 (gam) | Slobl2-vers global (gam) | Slobl2-vers (gam) |
| Em (gam) | Em-vers global (gam) | Em-vers (gam) |

Alle Modellvarianten wurden mit der Statistik-Software R (R CORE TEAM 2015) angepasst. Für die Anpassung der Sloboda-Funktion (Slob) als gemischtes Modell bzw. der linearisierten Sloboda-Funktion (Slobl1) als gemischtes Modell wurde das Paket *nlme* (PINHEIRO ET AL. 2015) verwendet. Für die linearisierte Sloboda-Funktion mit nicht-linearen Konkurrenz- bzw. Freistellungseffekten (Slobl2-Varianten) bzw. das empirische Modell wurde das Paket *mgcv* (WOOD 2006, 2011) eingesetzt.

Ergebnisse

Anhand von Daten eines beispielhaft ausgewählten Standraumversuchs im Forstamt Münden kann die Sensitivität der Zuwachsschätzung auf Veränderung von Konkurrenz und Freistellung dargestellt werden. Dazu wurden Alter und gemessene BHD-Werte aus drei beispielhaften Aufnahmen verwendet um mithilfe der untersuchten Modellvarianten Zuwächse zu schätzen. Die Schätzung erfolgte zunächst unter der Annahme mittlerer Konkurrenz und Freistellung und darüber hinaus bei um 0,5 erhöhter bzw. reduzierter Konkurrenz (Abbildung 1), sowie mit um 0,25 erhöhter bzw. reduzierter Freistellung. Es zeigt sich, dass beide Modelltypen in allen Varianten sensitiv bezüglich Konkurrenz und Freistellung sind. Innerhalb einer Zuwachsperiode reagiert der absolute Zuwachs stärkerer Bäume (BHD) in allen Varianten stärker auf variierende Konkurrenz- und Freistellungswerte als der Zuwachs schwächerer Bäume. Die Zuwachsreaktion nimmt bei gleichem BHD mit dem Alter ab. Beim Vergleich der Sensitivität zwischen den Modelltypen fällt zunächst auf, dass die konkurrenzbedingten Zuwachsunterschiede des empirischen Modells deutlich größer ausfallen als die Zuwachsunterschiede der übrigen Modelle, die auf der Sloboda-Funktion basieren. Sensitivitätsunterschiede sind auch erkennbar zwischen den Festeffekte-Varianten auf der einen und den beiden auf den gemischten Modellen basierenden Varianten auf der anderen Seite: letztere zeigen eine geringfügig höhere Sensitivität gegenüber Konkurrenzänderungen.

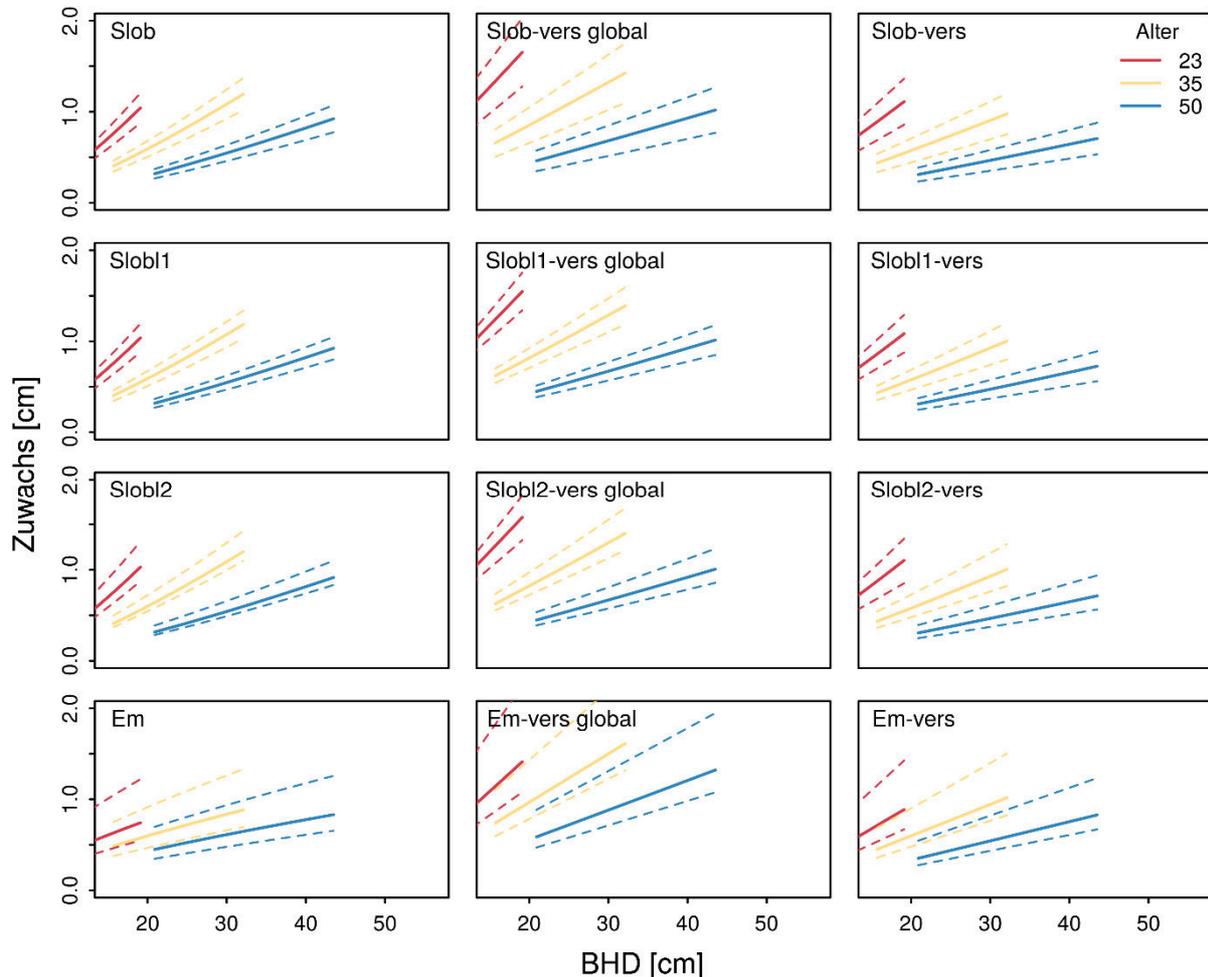


Abbildung 1: Modellierte Zuwachswerte über dem BHD bei mittlerer (durchgezogene Linie) sowie erhöhter bzw. reduzierter Konkurrenz (gestrichelte Linien) für alle Modelltypen und -varianten. Zur Modellinitialisierung wurden jeweils gemessene BHD und Alter aus drei Aufnahmen eines Standraumversuchs im Forstamt Münden verwendet.

In Bezug auf die Sensitivität gegenüber Freistellung zeigen sich ähnliche Unterschiede zwischen den Modellvarianten, wobei die Zuwachsreaktionen durch variierende Freistellung insgesamt geringer ausfallen als die durch variierende Konkurrenzbedingungen.

Die Modellvarianten unterscheiden sich hinsichtlich ihres Prognosefehlers. Der mittlere quadratische Fehler liegt für die Feste-Effekte-Varianten zwischen 0,18 cm/Jahr (*Em*) und 0,2 cm/Jahr (*Slob*, *Slob1*, *Slob2*). Für die Globalmodelle (*Slob-vers global*, *Slob1-vers global*, *Slob2-vers global* und *Em-vers global*) liegt der Fehler mit 0,28 cm/Jahr deutlich höher und die Fehler der Gemischtes-Modell-Varianten bei Schätzung inkl. Zufallseffekten sind mit Werten zwischen 0,16 (*Slob-vers*, *Slob1-vers*, *Slob2-vers*) und 0,17 (*Em-vers*) cm/Jahr etwas geringer. Die Überprüfung der Residuen zeigt, dass die Schätzungen der auf der Slododa-Funktion basierenden Feste-Effekte Varianten im unteren Zuwachsbereich erwartungstreu sind, während es im Bereich höherer Zuwächse zu einer Überschätzung kommt (Abbildung 2). Für das empirische Modell ist die Überschätzung höherer Zuwächse nur geringfügig. Die Schätzungen mithilfe der gemischten Modelle unter Verwendung von festen und zufälligen Effekten führen erwartungsgemäß zu geringer Streuung der Residuen, es zeigt sich jedoch auch hier eine Überschätzung hoher Zuwächse für alle Modelltypen. Eine Schätzung mithilfe der gemischten Modelle ohne Berücksichtigung der Zufallseffekte verstärkt dieses Problem extrem, sodass eine sinnvolle Anwendung dieser Variante für keinen der Modelltypen möglich erscheint.

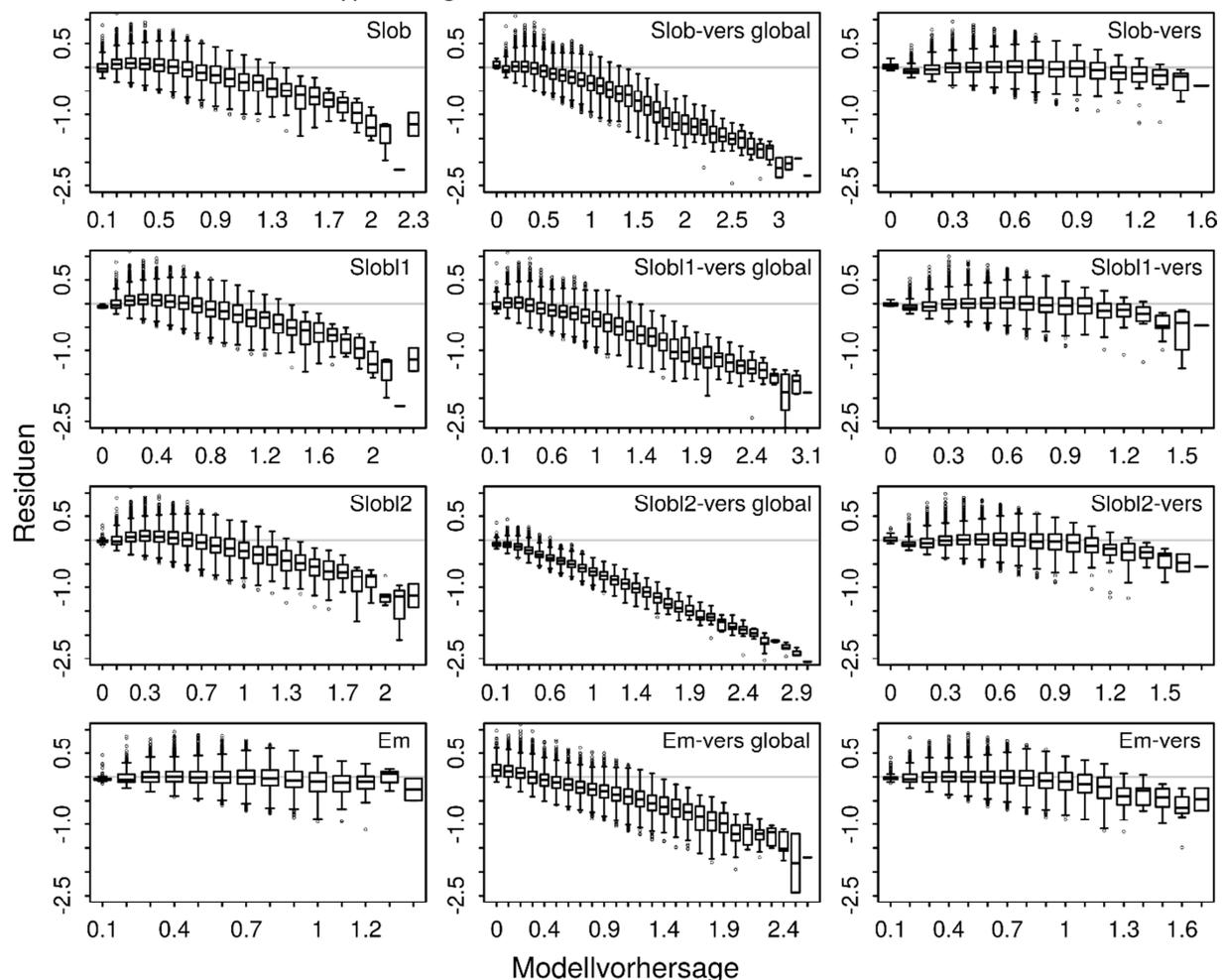


Abbildung 2: Residuen aller Modelltypen und -varianten über dem vorhergesagten Zuwachs

Es wurde für alle Modellvarianten der laufende Zuwachs für einige beispielhaft ausgewählte Versuche berechnet. Dazu wurde für jeden der Versuche ein Aufnahmezeitpunkt etwa in der Mitte des Gesamtaufnahmezeitraumes des Versuches ausgewählt und für diesen Zeitpunkt das Alter t_m der Bäume sowie deren mittlerer BHD bhd_{t_m} berechnet. Aus den Modellvarianten, die auf der Slododa-Funktion basieren, lässt sich nicht nur der erwartete Zuwachs sondern aus der algebraischen Differenzenform der Wachstumsfunktion (vgl. z.B. GADOW 2003) auch direkt der BHD schätzen. Die Wachstumsfunktion kann also verwendet werden, um mithilfe der Startwerte (t_m und bhd_{t_m}) den erwarteten BHD in jedem Alter zu generieren. Daraus kann dann mithilfe der Zuwachsfunktion direkt der laufende Zuwachs über dem Alter für einen Baum geschätzt werden. Für die Modellvarianten des empirischen Modells (*Em*) ist ein iteratives Verfahren nötig: Ausgehend von einer Zuwachsschätzung im Alter t muss mithilfe des gege-

benen BHDs bhd_t in diskreten Altersschritten der BHD für die nächste Schätzung generiert werden. Die resultierenden Zuwachsverläufe unterscheiden sich hinsichtlich des Kulminationszeitpunktes und der absoluten Höhe deutlich zwischen den Modelltypen und -varianten (Abbildung 3). Die Feste-Effekte-Varianten (Abbildung 3, Spalte 1) zeigen grundsätzlich einen flacheren Verlauf mit geringeren Zuwächsen als die Varianten auf Basis der gemischten Modelle. Die laufenden Zuwächse, die mithilfe der Globalmodelle generiert wurden (Spalte 2), erreichen größere Maximalwerte und die Verläufe der einzelnen Versuche zeigen größere Niveau-Unterschiede des Zuwachses als in den beiden anderen Varianten. Zuwachsverläufe, die mittels Zuwachsschätzung auf der Basis von festen und zufälligen Effekten der gemischten Modelle resultieren (Spalte 3), zeigen im Vergleich zu den anderen Varianten eine stärker ausgeprägte i.d.R. frühere Kulmination des laufenden Zuwachses.

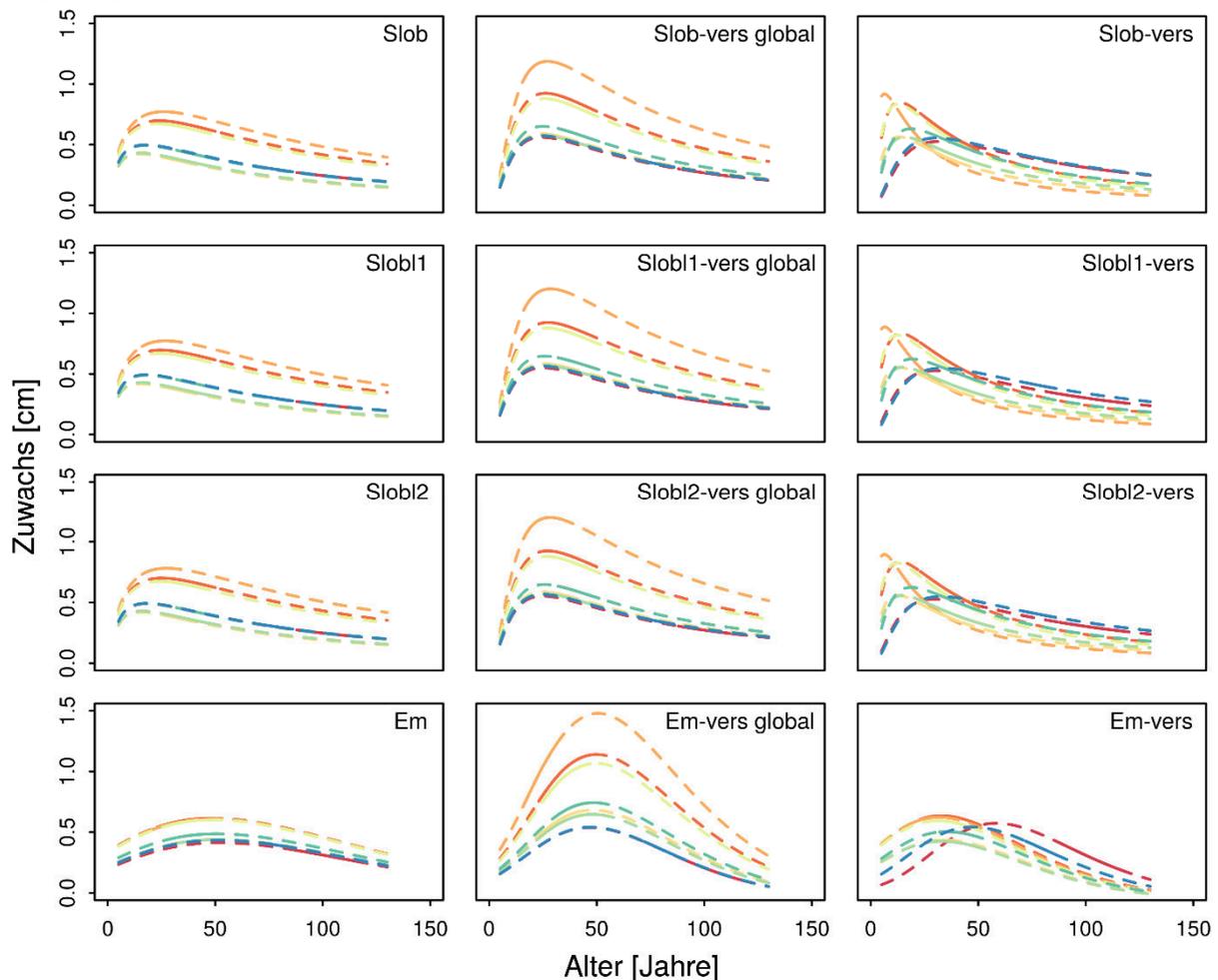


Abbildung 3: Laufender Zuwachs über dem Alter für alle Modelltypen und -varianten für beispielhaft ausgewählte Versuche.

Diskussion

Sensitivität gegenüber der Bestandesbehandlung

Bei der Zuwachsmodellierung auf Basis einer Zuwachsfunktion werden die Wachstumsgröße (BHD) und das Alter berücksichtigt. Beide Größen gehen auch in das empirische Modell ein. Um die Effekte weiterer Einflussgrößen (z.B. Bestandesbehandlung, aber auch Standortfaktoren) abbilden zu können, kann das empirische Modell um weitere (auf Ebene der Verknüpfungsfunktion additiv, linear oder nicht-linear wirkende) Variable ergänzt werden. Bei Verwendung einer Wachstumsfunktion können weitere Einflussgrößen dadurch berücksichtigt werden, dass ein oder mehrere Funktionsparameter in Abhängigkeit von zusätzlichen Variablen modifiziert werden. Die Sensitivitätsanalyse zeigt, dass sowohl die Varianten des empirischen Modells als auch die auf der Sloboda-Funktion basierenden Varianten behandlungsbedingte Zuwachsunterschiede abbilden. Auch die höhere Reaktionsfähigkeit stärkerer Bäume innerhalb eines Bestandes, sowie der Rückgang der Reaktionsfähigkeit mit dem Alter zeigen sich in

allen Modellvarianten. Unterschiede ergeben sich in der Höhe der Zuwachsreaktion auf Veränderungen von Konkurrenz bzw. Freistellung. Dabei weisen die Varianten des empirischen Modells eine höhere Sensitivität auf als die Varianten der Modelle, die auf der Sloboda-Funktion basieren. Im empirischen Modell wirken Konkurrenz und Freistellung als Haupteffekte, während bei den Modellen, die auf der Sloboda-Funktion basieren, eine Modifikation eines der originären Parameter der Funktion erfolgt, so dass die Form der Funktion selbst erhalten bleibt. Es kann vermutet werden, dass die Berücksichtigung der Behandlung über die Funktionsparameter zu weniger starken Effekten führt als über Haupteffekte wie im Fall des empirischen Modells. Nicht ganz so stark ausgeprägte Unterschiede in Bezug auf die Höhe der Zuwachsreaktion bestehen darüber hinaus zwischen den Varianten eines Modelltyps. So zeigen die auf gemischten Modellen beruhenden Schätzungen eine größere Behandlungssensitivität als diejenigen der Feste-Effekte-Modelle. Dies gilt sowohl für Modelle, die auf der Sloboda-Funktion basieren als auch für das empirische Modell.

Prognosefehler

Modelltheoretisch besteht ein entscheidender Unterschied zwischen den Feste-Effekte-Modellen und den gemischten Modellen. Erstere vernachlässigen (Bonitäts-/Standorts-)Unterschiede zwischen den Versuchen sofern sie nicht über die Berücksichtigung von Alter und Ausgangsdimension erfasst werden. Das gilt sowohl für konstante (z.B. nutzbare Feldkapazität) als auch für zeitveränderliche Standortunterschiede (z.B. Stickstoffversorgung). Die Versuche werden als unechte Zeitreihe interpretiert, wobei bezüglich der zeitveränderlichen Standortunterschiede unterstellt wird, dass junge Bäume, die heute untersucht werden, in höherem Alter Dimensionen erreichen wie sie aktuell in älteren Beständen beobachtet werden. Dagegen ermöglichen gemischte Modelle die Berücksichtigung versuchsspezifischer Unterschiede des Zuwachses, die nicht über die Effekte von Alter und Ausgangsdimension erklärt werden, sodass für jeden Versuch bei gegebenem Alter und BHD ein spezifischer Zuwachsverlauf in Abhängigkeit von konstanten und dynamischen Standortunterschieden modelliert werden kann. Diese grundsätzlichen Unterschiede zwischen Feste-Effekte-Modelle und gemischten Modellen führen dazu, dass sich die Varianten im Hinblick auf den laufenden Zuwachs und die Erwartungstreue unterscheiden. Bei der Untersuchung der gemischten Modelle fällt dabei die starke Verzerrung der Residuen auf Basis der Globalmodelle auf (vgl. dazu auch MEHTÄTALO ET AL. 2015). Die Problematik entsteht dadurch, dass die kausalen Ursachen des beschleunigten Wachstums in der jüngeren Vergangenheit (SPIECKER ET AL. 2012) im Modell bisher nicht berücksichtigt werden und somit auch durch die Zufallseffekte erfasst werden. Gleichzeitig sind diese Effekte mit dem Alter korreliert, da die Datenbasis diesbezüglich nicht balanciert ist. So sind die älteren Bestände im Untersuchungskollektiv unter ungünstigeren Bedingungen erwachsen, als Bestände jüngeren Alters. Dabei gibt es naturgemäß noch keine Altbestände, die von Begründung an unter den verbesserten Bedingungen erwachsen sind. Gleichzeitig waren keine Beobachtungen von jüngeren Beständen mit Stammverteilungsplänen aus Zeiträumen vor der Beschleunigung des Wachstums verfügbar. Somit enthalten die Zufallseffekte Komponenten, die für eine verzerrungsfreie Schätzung insbesondere bei hohen Zuwächsen unabdingbar sind, sodass eine valide Anwendung des Globalmodells nicht möglich ist.

Es wird deutlich, dass die Modellfehler zwischen Modellen auf Basis der Wachstumsfunktion und den empirischen Modellen keine großen Unterschiede aufweisen (Feste-Effekte-Modelle und Globalmodelle) bzw. der Fehler des empirischen Modells sogar minimal größer ist (Schätzung mit gemischtem Modell unter Verwendung von festen und zufälligen Effekten). Es kann daher angenommen werden, dass die mithilfe der Wachstumsfunktion implementierten theoretisch hergeleiteten Annahmen keine zu starke Einschränkung bei der Anpassung der Modelle darstellen. Die Analyse der Residuen zeigt, dass zumindest die Globalmodelle der untersuchten Modelltypen in der jetzigen Form nicht für Zuwachsprognosen verwendet werden können. Die Weiterentwicklung der beschriebenen Modelle mit dem Ziel einer Verbesserung der Prognosegüte (insbesondere der Globalmodelle) ließe sich wahrscheinlich durch längere Zeitreihen und eine explizite Berücksichtigung standörtlicher Unterschiede sowie weiterer erklärender Variablen erreichen.

Zuwachskurven

Hinsichtlich der Frage ob auch für das empirische Modell plausible Zuwachskurven resultieren, ist zunächst festzustellen, dass sich die Zuwachskurven nicht nur zwischen Modellen mit wachstums-

theoretischem Hintergrund und dem empirischen Modell unterscheiden, sondern noch deutlicher zwischen den Modellvarianten (d.h. die Antwort hängt davon ab, ob Zufallseffekte berücksichtigt werden oder nicht, bzw. ob diese für die Schätzung verwendet werden). Unter Vernachlässigung von Standortunterschieden zwischen den Versuchen, die nicht über die Effekte von Alter und Ausgangsdimension erklärt werden (Feste-Effekte-Variante), resultieren flache Verläufe mit geringen Zuwächsen. Diese Vernachlässigung verwischt die Kurven. Die Überschätzung hoher Zuwächse insbesondere bei den Globalmodell-Varianten wirkt sich auch auf den laufenden Zuwachs aus und führt zu den hohen Niveaus der Kurven. Für das empirische Modell lässt sich festhalten, dass auch ohne Nutzung einer Wachstumsfunktion Zuwachskurven resultieren, die zunächst ansteigen und nach der Kulmination um das Alter 50 wieder zurückgehen. Im Vergleich zu den auf der Sloboda-Funktion basierenden Zuwachskurven kulminiert der Zuwachs jedoch deutlich später und zeigt auch keinen so ausgeprägten Unterschied zwischen dem raschen Anstieg in jungen Jahren und einem deutlich langsameren Rückgang nach dem Kulminationszeitpunkt. Erwartet wird ein Verlauf mit zunächst steilem Anstieg, einer frühen Kulmination vor oder kurz nach dem Alter 20 und einem langsameren Rückgang (ASSMANN 1961; WENK ET AL. 1990). Solche Verläufe zeigen sich bei Modellen, die auf der Sloboda-Funktion basieren, allerdings in ihrem typischen Verlauf nur bei Verwendung gemischter Modelle und Schätzung unter Berücksichtigung von festen und Zufallseffekten.

Die Ergebnisse des Modellvergleichs zeigen, dass gemischte Zuwachsmodele auf Basis der Sloboda-Funktion und unter Berücksichtigung von festen und zufälligen Effekten verwendet werden können um Wachstumsverläufe abzubilden, die mit dem Erfahrungswissen aus ertragskundlichen Versuchsflächen übereinstimmen und die gleichzeitig weitgehend unverzerrte Schätzungen ermöglichen. Das empirische Modell liefert außer bei Verwendung des Globalmodells ebenfalls weitgehend unverzerrte Schätzungen. Es ist jedoch offen, inwieweit selbst bei Verwendung des gemischten Modells mit Schätzung auf der Basis von festen und zufälligen Effekten realistische Wachstumsverläufe gewährleistet sind.

Zusammenfassung

In diesem Beitrag werden Durchmesserzuwachs-Modelle auf Basis einer Wachstumsfunktion (SLOBODA 1971) entwickelt und mit Modellen ohne wachstums-theoretische Grundlage (generalisiertes additives gemischtes Gamma-Regressionsmodell mit logarithmischer Verknüpfungsfunktion) verglichen. Neben der Ausgangsdimension und dem Alter der Einzelbäume werden Konkurrenzverhältnisse und der Einfluss der Bestandesbehandlung berücksichtigt. Als Datengrundlage dienen Versuchsflächendaten von Fichten aus Nordwestdeutschland. Der Vergleich zeigt, dass Modelle mit und ohne wachstums-theoretischen Hintergrund behandlungssensitiv sind. In Bezug auf Modellfehler unterscheiden sie sich nur geringfügig. Aus Modellen ohne wachstums-theoretische Grundlage abgeleitete Zuwachskurven über dem Alter entsprechen der typischen Form nur in eingeschränkter Weise.

Literatur

- ASSMANN, E.: Waldertragskunde. BLV Verlagsgesellschaft, München, Bonn, Wien, 1961
- GADOW, K. VON: Waldstruktur und Wachstum. Universitätsverlag Göttingen, 255 S., 2003
- MEHTÄTALO, L., MIGUEL, S. DE-, & GREGOIRE, T. G.: Modeling height-diameter curves for prediction. *Canadian Journal of Forest Research* 45: 826–837, 2015
- NAGEL, J.: Konzeptionelle Überlegungen zum schrittweisen Aufbau eines waldwachstumkundlichen Simulationssystems für Norddeutschland. Schriften aus der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen und der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt 128, 1999
- PINHEIRO, J., BATES, D., DEBROY, S., SARKAR, D., & R CORE: nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models - R package version 3.1-122. 2015
- R CORE TEAM: R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2015
- SLOBODA, B.: Zur Darstellung von Wachstumsprozessen mit Hilfe von Differentialgleichungen erster Ordnung. 1971
- SPIECKER, H., MIELIKÄINEN, K., KÖHL, M., & SKOVSGAARD, J. P.: Growth trends in European forests: studies from 12 countries. Springer Science & Business Media, 2012
- VANCLAY, J. K.: Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests. *School of Environmental Science and Management Papers*: 537, 1994
- WENK, G., ANTANAITIS, V., & ŠMELKO, Š.: Waldertragslehre. Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin, 448 S., 1990
- WOOD, S. N.: Generalized Additive Models: An Introduction with R. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, London, New York, 383 S., 2006
- WOOD, S. N.: Fast stable restricted maximum likelihood and marginal likelihood estimation of semiparametric generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)* 73 (1): 3–36, 2011