

## Quantitative Grundlagen zur Ableitung asymmetrischer Kronen in Nordwestdeutschland

Susanne Sprauer, Matthias Schmidt und Jürgen Nagel

Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt, Abteilung Waldwachstum, Grätzelstr. 2, 37079 Göttingen

### Zusammenfassung

Bei der Zuwachsprognose für Einzelbäume spielt die Baumkrone eine wichtige Rolle. Aufgrund des hohen Aufwands bei der Erhebung von Kronendaten werden die benötigten Parameter meist modellbasiert geschätzt oder unter der Annahme einfacher horizontal symmetrischer Kronenformmodelle hergeleitet. In dieser Arbeit werden verallgemeinerte additive gemischte Modelle zur Schätzung der Kronenansatzhöhe und der Kronenprojektionsfläche am Beispiel der Baumart Buche in Nordwestdeutschland vorgestellt. Diese Modelle erlauben neben Schätzungen für Versuchspartellen und Inventurplots, aus denen einzelne Messungen der Zielgröße vorliegen, auch die Kalibrierung für neue Flächen anhand vorhandener Messungen. Es wird weiterhin ein Verfahren zur Konstruktion umgebungssensitiver und potentiell asymmetrischer Kronen vorgeschlagen.

### Einleitung

Aus wachstumskundlicher Sicht sind Kronen besonders vor dem Hintergrund ihres Einflusses auf den Zuwachs von Einzelbäumen von großer Bedeutung. Zum einen wirkt sich die Krone als Assimilationsorgan auf das Wachstum aus und zahlreiche aus der Literatur bekannte Modelle zur Vorhersage des Einzelbaumwachstums nutzen Kronenparameter als Prädiktoren. Darüber hinaus hat die Nachbarschaft des Baumes einen großen Einfluss auf das Wachstum, sodass häufig auch Indikatoren für die individuelle Konkurrenzsituation in Zuwachsmodellen Verwendung finden (MONSERUD & STERBA 1996; PRETZSCH ET AL. 2002; HASENAUER ET AL. 2006; NAGEL & SCHMIDT 2006). Dabei haben sich kronenbezogene Konkurrenzindizes als besonders wirkungsvoll erwiesen (BACHMANN 1998). Dieser zweifache Einfluss der Baumkronen unterstreicht ihre Bedeutung für das Wachstum von Einzelbäumen.

Aufgrund des hohen Aufwands bei der Erhebung von Kronendaten, insbesondere der horizontalen Kronenausdehnung, werden diese Parameter häufig mithilfe von Modellen geschätzt. Dabei kommen statistische Modelle zur Schätzung von Kronenansatzhöhe oder Kronenbreite zum Einsatz. Für die Schätzung komplexerer Kronenparameter wie des Kronenvolumens oder der Kronenmantelfläche werden Kronenformmodelle unterstellt, die die Krone in der Regel stark abstrahierend als horizontal symmetrische Kegel, Zylinder oder andere geometrische Körper darstellen. Tatsächlich besitzen jedoch die meisten Bäume eine in ihrer horizontalen Ausdehnung mehr oder weniger asymmetrische Krone (YOUNG & HUBBELL 1991; ROUVINEN & KUULUVAINEN 1997; MUTH & BAZZAZ 2002, 2003; GETZIN & WIEGAND 2007).

Vor dem Hintergrund der Bedeutung von Kronenparametern für die Zuwachsschätzung stellt sich die Frage, ob durch Verbesserungen bei der Schätzung dieser Parameter eine Steigerung der Qualität von Zuwachsprognosen erreicht werden kann. Einschränkend gilt, dass das Kronenmodell für ein breites Spektrum an Flächen anhand von üblicherweise vorhandenen oder leicht zu erhebenden Größen parametrisiert werden können soll. Auf diese Weise soll erreicht werden, dass die Modellkronen in Managementmodellen Verwendung finden können. Zwei mögliche Verbesserungen werden untersucht.

Zunächst sollen statistische Modelle zur Ableitung grundlegender Kronenparameter entwickelt werden. Das ist zum einen die Kronenansatzhöhe mit deren Hilfe die vertikale Kronenausdehnung festgelegt werden kann und die weiterhin große Bedeutung für die Holzqualität und den zu erwartenden ökonomischen Nutzen des Stammes hat. Diese soll mithilfe eines zweistufigen Verfahrens geschätzt werden, das die optimale Nutzung unterschiedlich strukturierter Daten aus Versuchspartellen und Betriebsinventuren ermöglicht. Durch die Anwendung verallgemeinerter additiver gemischter Modelle (GAMM) bzw. die Schätzung von Zufallseffekten auf der Ebene von Versuchspartellen und Aufnahmezeitpunkten sollen die Modellvorhersagen für Bäume auf bekannten Versuchspartellen verbessert werden. Darüber hinaus bietet das Verfahren die Möglichkeit, das Modell ohne die Notwendigkeit einer Neuparametrisierung für neue Flächen, beispielsweise Inventurplots, aus denen mindestens ein Messwert vorliegt, zu kalibrieren und damit auch für diese Flächen eine Verbesserung der Schätzungen zu erreichen.

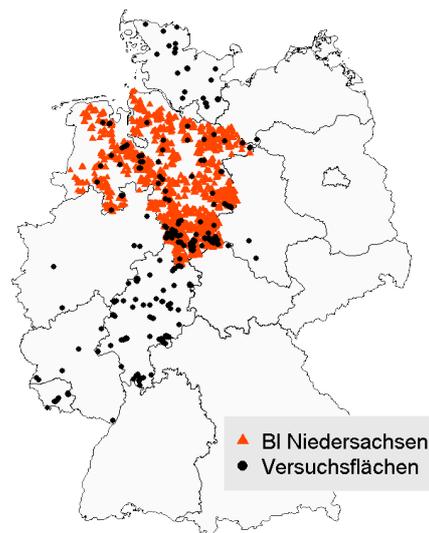
Als weiterer Parameter wird die Größe der horizontalen Kronenausdehnung (Kronenprojektionsfläche) modellbasiert hergeleitet. Dafür werden ebenfalls GAMM verwendet, um durch die Berücksichtigung nicht-linearer Modelleffekte und die Schätzung von Zufallseffekten eine Verbesserung der Prognosegüte zu erreichen. Beide Modelle werden am Beispiel der Baumart Buche (*Fagus sylvatica* L.) vorgestellt.

Als weitere mögliche Verbesserung soll ein Verfahren zur Konstruktion dreidimensionaler, umgebungssensitiver und potentiell asymmetrischer Modellkronenformen entworfen und der theoretische Ansatz dargestellt werden. Voraussetzung für das hier vorgestellte Verfahren zur Konstruktion von Kronen sind Informationen zur Dimension (Brusthöhendurchmesser BHD und Baumhöhe) und Position der Einzelbäume. Zur Beschreibung der vertikalen Kronenausdehnung wird die Kronenansatzhöhe benötigt sowie die Kronenprojektionsfläche als Zielgröße bei der Konstruktion der konkreten Kronenformen. Beide Größen können modellbasiert geschätzt werden.

Neben einer möglichen Anwendung im Rahmen von Zuwachsprognosen sind flexible Modelle für die Einschätzung der horizontalen Kronenausdehnung auch für andere Fragestellungen wichtig. So konnte gezeigt werden, dass eine asymmetrische Kronenausdehnung das individuelle Wachstum beeinflusst und so die Struktur und Größenverteilung von Populationen verändern kann (SORRENSEN-COTHERN ET AL. 1993; YOKOZAWA 1999). Darüber hinaus kann die vereinfachende Annahme kreisrunder Kronen zu einer Verzerrung der geschätzten Überschirmung und Lichtinterzeption (OKER-BLOM & KELLOMÄKI 1983; GUERICKE 2001) aufgrund einer Überschätzung der Kronenüberlappung führen. Daraus folgt eine Fehleinschätzung der Lichtverhältnisse unter dem Kronendach, die für das Wachstum der nachfolgenden Bestandesgeneration eine entscheidende Rolle spielen.

### Datengrundlage

Die Datengrundlage besteht aus Messwerten zahlreicher Parzellen aus ertragskundlichen Versuchsflächen der Nordwestdeutschen Forstlichen Versuchsanstalt (Abbildung 1, Punkte). Es wurden ausschließlich Flächen verwendet, in denen die Positionen aller Einzelbäume zueinander und deren Alter bekannt ist. Von diesen Flächen liegen teilweise mehrfach wiederholte Messungen des BHD aller Bäume sowie der Baum- und der Kronenansatzhöhe jeweils eines Teilkollektivs vor. Auf einem Teil der Flächen wurden Kronenablotungen im festen Winkelsystem in acht Kardinalrichtungen (vgl. GUERICKE 1999) zur Erfassung der horizontalen Kronenausdehnung durchgeführt. Aus den acht abgeloteten Kronenradien wird die Kronenprojektionsfläche mithilfe des Teilkreismodells (RÖHLE 1983) berechnet. Wiederum für ein Teilkollektiv der abgeloteten Flächen liegen Messungen der Höhe der maximalen Kronenbreite vor. Darüber hinaus konnten Einzelbaumwerte (Alter, BHD, Baumhöhe, Kronenansatzhöhe) aus den Betriebsinventuren in Niedersachsen verwendet werden, die systematisch über die Waldfläche des Landes verteilt sind (Abbildung 1, Dreiecke). Zur Beschreibung der Konkurrenzsituation wird ein einfacher Konkurrenzindex auf Basis der Durchmesser des Bezugsbaumes und der Konkurrenten nach HEGYI (1974 zitiert nach BACHMANN 1998) verwendet.



**Abbildung 1:** Räumliche Lage der verwendeten Inventurplots der Betriebsinventuren Niedersachsen und der Versuchsparzellen

Neben den einzelbaumbezogenen Messwerten liegen parzellen- bzw. plotbezogene Metainformationen wie zum Beispiel die Geländehöhe (Höhe über NN) vor. Auch Bestandeswerte wie die Spitzenhöhe (mittlere Höhe der 100 stärksten Bäume pro Hektar) des Bestandes und der Baumart sowie die absolute Höhenbonität nach NAGEL (1999) wurden berechnet. Alle Parzellen und Inventurplots sind im Gauß-Krüger-Koordinatensystem verortet.

Für die Entwicklung des Modells zur Schätzung der Kronenansatzhöhe stehen insgesamt rund 75.000 Messungen aus Versuchsflächen und den Betriebsinventuren zur Verfügung. Das Modell zur Schätzung der Kronenprojektionsfläche basiert auf Kronenablotungen an 3415 Bäumen aus 58 ertragskundlichen Parzellen. Insgesamt decken die verfügbaren Daten breite Wertebereiche innerhalb von Nordwestdeutschland ab (Tabelle 1).

**Tabelle 1:** Verteilungskennzahlen von Modellparametern

	5%-Quantil	25%-Quantil	Median	75%-Quantil	95%-Quantil
<b>Modell für die Kronenansatzhöhe</b>					
Bekronungsgrad	0.26	0.39	0.48	0.60	0.83
BHD [cm]	8.0	15.0	27.5	42.5	58.9
Baumhöhe [m]	9.6	17.0	23.9	30.8	36.8
Alter [Jahre]	30	52	92	121	153
Geländehöhe [m über NN]	30	200	315	403	560
<b>Modell für die Kronenprojektionsfläche</b>					
Kronenprojektionsfläche [m <sup>2</sup> ]	3.06	7.50	15.21	34.60	94.33
BHD [cm]	6.3	10.7	16.7	30.3	55.1
Baumhöhe [m]	7.3	13.0	17.5	25.7	36.7
Konkurrenzindex	0.27	0.71	1.38	2.44	4.28

### Methoden

Im Folgenden sollen zunächst Modelle vorgestellt werden, anhand derer die Kronenansatzhöhe und die Kronenprojektionsfläche geschätzt werden können. Die Datenverarbeitung und Modellbildung erfolgten unter Verwendung des Statistikpakets *R* (R DEVELOPMENT CORE TEAM 2009) sowie der Bibliotheken *mgcv* (WOOD 2006) und *nlme* (PINHEIRO ET AL. 2010). Anschließend wird der Ansatz zur Konstruktion konkreter, d.h. potentiell asymmetrischer Kronenformen beschrieben.

#### Kronenansatzhöhe

Die Schätzung der Kronenansatzhöhe erfolgt indirekt über den Bekronungsgrad (*bg*), der als Verhältnis der Kronenlänge zur Baumhöhe definiert wird (KRAMER & AKÇA 2002). Der Bekronungsgrad wird als Zielgröße des Modells verwendet, aus dem anschließend die Kronenansatzhöhe berechnet werden kann. Unter der Annahme, dass diese Zielgröße quasibinomial verteilt ist und unter Verwendung einer logistischen Linkfunktion, bietet dieses Vorgehen gegenüber einer direkten Vorhersage der Kronenansatzhöhe den Vorteil, dass die geschätzten Werte im Intervall zwischen null und eins begrenzt sind. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass das Modell keine definitionsgemäß unplausiblen Kronenansatzhöhen unterhalb des Stammfußpunktes oder oberhalb der Baumhöhe schätzt.

In einem zweistufigen Verfahren wird zunächst auf Grundlage der vereinigten Datenbasis aus Versuchsflächen und Inventurplots ein verallgemeinertes additives Modell (GAM) angepasst, dessen allgemeine Form im folgenden gegeben ist:

$$\pi = \text{logit}(E[y_{ijk}]) = \alpha + f_1(x_{I_{ijk}}) + \dots + f_n(x_{n_{ijk}}) \quad , \quad y_{ijk} \sim \text{Quasibinomial} \quad [1]$$

$y_{ijk}$  Zielgröße des Modells am Baum  $k$  der Parzelle  $i$  zum Aufnahmezeitpunkt  $j$

$\alpha$  globales Interzept

$x_{I_{ijk}} \dots x_{n_{ijk}}$  erklärende Variablen

$f_1(\cdot) \dots f_n(\cdot)$  glättende Funktionen, die als penalisierte „thin plate“-Regressionssplines spezifiziert werden

Auf diese erste Modellstufe wird in einem zweiten Schritt ein weiteres Modell aufgesetzt. Im Gegensatz zur ersten Stufe werden ausschließlich Daten aus Versuchspartellen (58.000 gemessene Kronenansätze) verwendet. Da aufgrund der Datenstruktur mit räumlich geklumpten Versuchspartellen und zeitlich korrelierten Messungen nicht von einer Unabhängigkeit der Beobachtungen ausgegangen werden kann, ist die Berücksichtigung von Zufallseffekten auf Ebene der Partellen sowie der Aufnahmen geschachtelt in Partellen geboten. Es wird daher ein verallgemeinertes additives gemischtes Modell (GAMM) verwendet:

$$\text{logit}(E[y_{ijk}]) = \alpha + f(\hat{\pi}_{ijk}) + Z_i * b_i + Z_{ij} * b_{ij}, \quad y_{ijk} \sim \text{Quasibinomial} \quad [2]$$

$y_{ijk}$	Zielgröße des Modells am Baum $k$ der Parzelle $i$ zum Aufnahmezeitpunkt $j$
$\alpha$	globales Interzept
$Z_i$	Design-Matrix der Zufallseffekte der Parzelle $i$
$b_i$	Vektor der Zufallseffekte der Parzelle $i$
$Z_{ij}$	Design-Matrix der Zufallseffekte der Aufnahme $j$ innerhalb der Parzelle $i$
$b_{ij}$	Vektor der Zufallseffekte der Aufnahme $j$ innerhalb der Parzelle $i$
$\hat{\pi}_{ijk}$	Vorschätzung für Baum $k$ der Parzelle $i$ bei der Aufnahme $j$ aus der ersten Modellstufe (Formel 1)
$f(\cdot)$	glättende Funktion, die als penalisierte „thin plate“-Regressionssplines spezifiziert wird

### Kronenprojektionsfläche

Die Schätzung der Kronenprojektionsfläche von Einzelbäumen erfolgt anhand eines verallgemeinerte additiven gemischten Modells (GAMM), das die Zielgröße mithilfe erklärender Variablen auf Einzelbaumebene sowie eines Zufallseffekts auf Parzellenebene modelliert. Da die Datenbasis keine wiederholten Kronenablotungen enthält erübrigt sich die Berücksichtigung eines Zufallseffekts für den Aufnahmezeitpunkt:

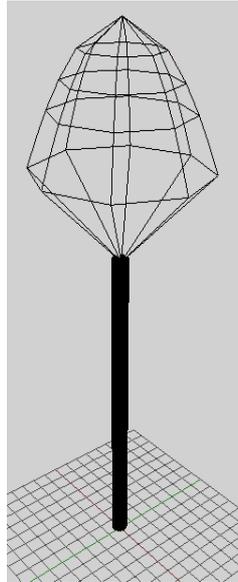
$$y_{ik} = \alpha + f_1(xI_{ik}) + \dots + f_n(xn_{ik}) + Z_i * b_i + \varepsilon_{ik}, \quad \varepsilon_{ik} \sim N(0, \sigma^2 |v_{ij}|^{2\delta}) \quad [3]$$

$y_{ik}$	Zielgröße des Modells am Baum $k$ der Parzelle $i$
$\alpha$	globales Interzept
$xI_{ik} \dots xn_{ik}$	erklärende Variablen
$f_1(\cdot) \dots f_n(\cdot)$	glättende Funktionen, die als penalisierte „thin plate“-Regressionssplines spezifiziert werden
$Z_i$	Design-Matrix der Zufallseffekte der Parzelle $i$
$b_i$	Vektor der Zufallseffekte der Parzelle $i$

Da die Annahme der Varianzhomogenität verworfen werden musste, wurden verschiedenen Verfahren der Varianzmodellierung (vgl. PINHEIRO & BATES 2000) getestet. Die besten Ergebnisse lieferte die Varianzfunktion  $g(v_{ij}, \delta) = |v_{ij}|^\delta$  (power-of-the-mean), wobei  $v_{ij}$  die Varianzkovariable, in diesem Fall der geschätzte Erwartungswert der Kronenprojektionsfläche, und  $\delta$  ein Varianzparameter ist.

### Kronenkonstruktion

In Anlehnung an PRETZSCH (1992, 2002), wird die Form der Lichtkrone eines Baumes im Rahmen dieser Arbeit mithilfe von acht paraboloiden Vertikalprofilen je Baum dargestellt. Die Höhe des Übergangs zwischen Licht- und Schattenkrone wird auf die mittlere Höhe der maximalen Kronenbreite festgelegt. Für die Schattenkrone der Buche wird ein linearer Verlauf der Vertikalprofile von der Basis der Lichtkrone bis zum Kronenansatz angenommen, sodass die Kronenquerschnittsfläche auf Höhe des Kronenansatzes null beträgt (Abbildung 2).



**Abbildung 2:** Darstellung der Krone mithilfe von acht Vertikalprofilen

In einem iterativen Prozess wird für jeden Baum eines Bestandes eine konkrete Krone konstruiert, indem die acht Radien, die die Kronenprojektionsfläche aufspannen, schrittweise gestreckt werden:

1. Jeder Baum erhält zunächst unter Berücksichtigung seiner Höhe und der Kronenansatzhöhe eine Minimalkrone deren Projektionsfläche einen Bruchteil der individuellen Ziel-Kronenprojektionsfläche ausmacht.
2. Beginnend beim stärksten Baum erfolgt eine schrittweise Streckung jedes einzelnen Radius, wenn
  - a) die Kronenausdehnung nicht zu einer Kollision mit bereits vorhandenen Kronen führt,
  - b) die Ziel-Kronenprojektionsfläche noch nicht erreicht ist und
  - c) weitere Grenzen (maximaler Radius in jeder Richtung und ein maximaler Grad der Asymmetrie der Krone) eingehalten werden.
3. Abschließend werden alle Radien gewichtet mit ihrer Länge gestreckt bzw. gestaucht um die exakte Ziel-Kronenprojektionsfläche zu erreichen.

Ergebnis dieses Prozesses sind positions- und nachbarschaftssensitive Kronenformen. Diese können in Wachstumssimulationen nach einem ähnlichen Verfahren fortgeschrieben werden.

### Ergebnisse

#### Kronenansatzhöhe

In der ersten Stufen gehen in das Modell zur Schätzung der Kronenansatzhöhe erklärende Variablen auf der Einzelbaumebene sowie auf Parzellen- bzw. Plotebene ein. Dabei zeigt sich, dass von den Einzelbaumvariablen der BHD, die Baumhöhe und das Alter einen hochsignifikanten ( $p < 0.001$ ) Einfluss auf die Zielgröße haben. Darüber hinaus liefern auch die Geländehöhe und eine räumliche Trendfunktion hochsignifikante Erklärungsbeiträge. Alle einbezogenen Effekte sind nicht-linear. Im Folgenden ist das resultierende Modell gegeben:

$$\pi = \text{logit}(E[bg_{ijk}]) = \alpha + f_1(d_{ijk}) + f_2(h_{ijk}) + f_3(alt_{ijk}) + f_4(hnn_i) + f_5(rw_i, hw_i) \quad [4]$$

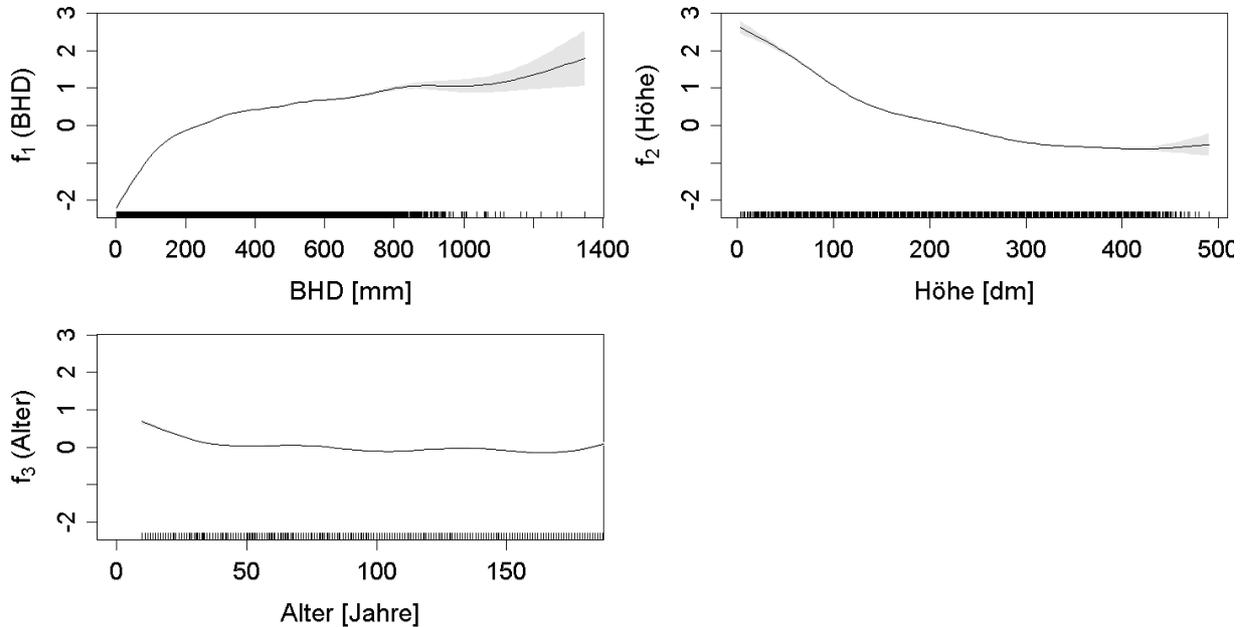
$bg_{ijk} \sim \text{Quasibinomial}$

$bg_{ijk}$	Bekronungsgrad des Baumes $k$ am Forstort $i$ zum Aufnahmezeitpunkt $j$
$d_{ijk}, h_{ijk}, alt_{ijk}$	BHD, Baumhöhe bzw. Alter des Baumes $k$ am Forstort $i$ zum Aufnahmezeitpunkt $j$
$hnn_i$	Geländehöhe des Forstortes $i$ über NN
$rw_i, hw_i$	Rechts- und Hochwert des Forstortes $i$ im Gauß-Krüger-Koordinatensystem (3. Meridian-Streifen)

Abweichend von den eindimensionalen Funktionen  $f_1(\cdot)$  bis  $f_4(\cdot)$  (vgl. Formel [1]) handelt es sich bei  $f_5(\cdot)$  um eine zweidimensionale glättende Funktion zur Beschreibung des räumlichen Trends, die als bivariater isotroper penalisierter „thin plate“ Regressionsspline spezifiziert wird.

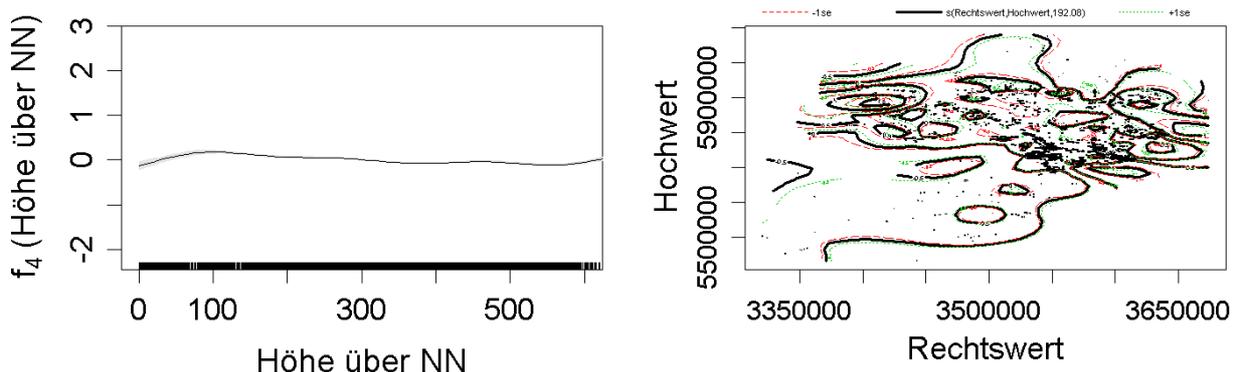
Die Effekte der drei Einzelbaumvariablen zeigen jeweils einen biologisch plausiblen Verlauf (Abbildung 3). Es ist zu beachten, dass jeweils die erklärenden Variablen auf der Abszisse gegen die abstrakten Effekte auf der Ebene der logittransformierten Zielgröße auf der Ordinate aufgetragen sind. Die Abbildungen lassen sich daher wie folgt

interpretieren: Mit steigendem Durchmesser nimmt der Bekronungsgrad zu. Gleichzeitig sinkt der Bekronungsgrad eines Baumes bei gegebenem Durchmesser mit der Baumhöhe. Im Vergleich zu den Effekten dieser beiden Prädiktoren hat der Alterseffekte eine deutlich geringere Variationsbreite, was auf einen geringeren Einfluss auf den Bekronungsgrad schließen lässt. Das Modell schätzt für einen Baum bei gegebener Dimension (BHD und Baumhöhe) Bekronungsgrade, die mit zunehmendem Alter abnehmen. Im Umkehrschluss wird für langsam gewachsene Bäume ein niedrigerer Bekronungsgrad vorhergesagt als für Bäume die dieselbe Dimension schneller erreicht haben.



**Abbildung 3:** Effekt von Brusthöhendurchmesser (BHD), Baumhöhe und Alter auf den Bekronungsgrad

Unter den parzellen- bzw. plotbezogenen Variablen wirkt sich die Geländehöhe hochsignifikant auf den Bekronungsgrad aus. Dieser steigt bis zu einer Höhe von rund 100 m über NN mit der Geländehöhe. Mit weiter steigender Geländehöhe nimmt der Bekronungsgrad ab. Der räumliche Trend des Bekronungsgrades spiegelt die örtliche Variation des Bekronungsgrades wieder (Abbildung 4), deren Ursachen vielfältig sein können. Neben standörtlichen Gegebenheiten könnten auch regionale, forstamts- oder revierspezifische Behandlungseffekte eine Rolle spielen.



**Abbildung 4:** Effekt der Geländehöhe auf den Bekronungsgrad und räumlicher Trend des Bekronungsgrades

Insgesamt sind die Ergebnisse dieser ersten Modellstufe verzerrungsfrei und mit einem Standardfehler von 0,13 (Bekronungsgrad) behaftet. Bezogen auf die Kronenansatzhöhe beträgt der Fehler 2,9 m. Das Modell erklärt 38 % der Varianz innerhalb des Datenkollektivs.

Der geschätzte Bekronungsgrad auf der Logitebene geht als Vorschätzung in die zweite Modellstufe (GAMM) ein:

$$\text{logit}(E[bg_{ijk}]) = \alpha + f(\hat{\pi}_{ijk}) + a_i + b_i \hat{\pi}_{ijk} + a_{ij} + b_{ij} \hat{\pi}_{ijk}, \quad bg_{ijk} \sim \text{Quasibinomial} \quad [5]$$

$bg_{ijk}$  Bekronungsgrad des Baumes  $k$  der Parzelle  $i$  bei der Aufnahme  $j$

$a_i, b_i$  Zufallseffekte der Parzelle  $i$

$a_{ij}, b_{ij}$	Zufallseffekte der Aufnahme $j$ innerhalb der Parzelle $i$
$\hat{\pi}_{ijk}$	Vorschätzung für Baum $k$ der Parzelle $i$ bei der Aufnahme $j$ aus der ersten Modellstufe (Formel 1)

Die Zufallseffekte umfassen neben zufälligen Zu- bzw. Abschlägen auf das Interzept auch eine zufällige Variation des Koeffizienten der Vorschätzung.

Mit Hilfe der zweiten Modellstufe, die die zufälligen Abweichungen auf Ebene von Parzellen und Aufnahmen quantifiziert, kann der Standardfehler auf 0,09 (Bekronungsgrad) reduziert werden. Das entspricht einem Fehler von 2,1 m in Bezug auf die Kronenansatzhöhe. Die Schätzungen sind verzerrungsfrei. Die Zufallseffekte für die Aufnahmezeitpunkte variieren dabei deutlich stärker als die Zufallseffekte auf der Parzellenebene (Tabelle 2).

**Tabelle 2:** Standardfehler der Modellebenen

Modellebene	Standardfehler (Bekronungsgrad)	Standardfehler (Kronenansatzhöhe) [m]
feste Effekte	0.121	2.1
feste Effekte + zufällige Abweichung der Parzelle	0.115	2.6
feste Effekte + zufällige Abweichung der Parzelle und der Aufnahme (=Gesamtmodell)	0.092	2.7

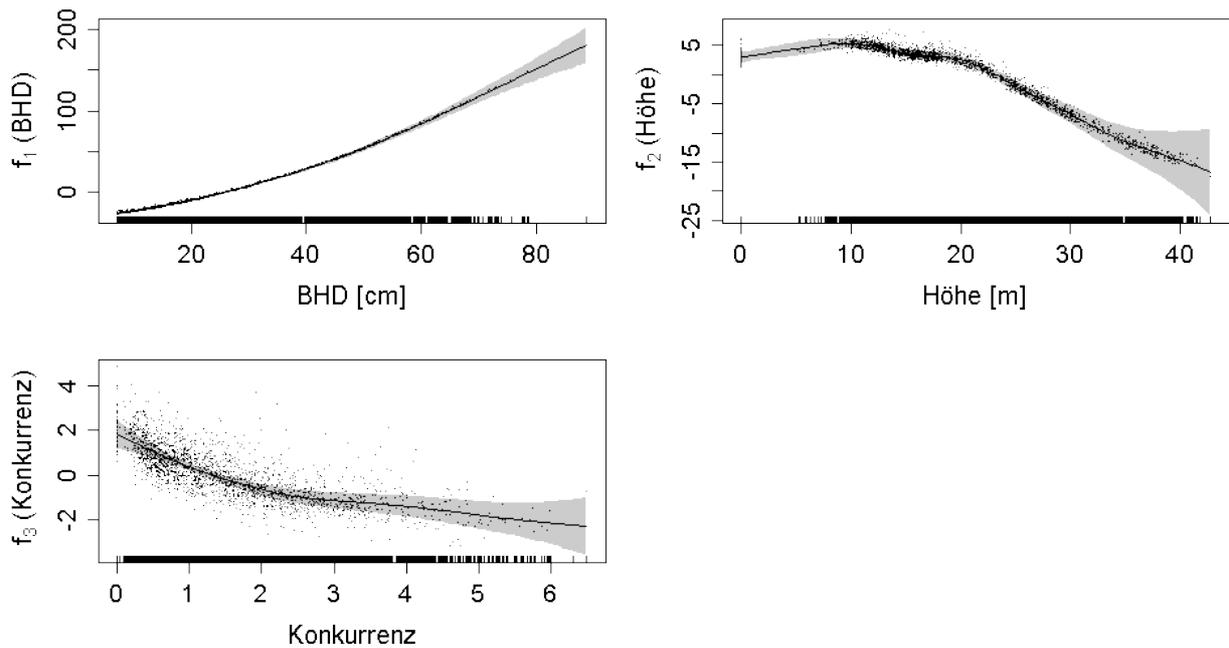
### Kronenprojektionsfläche

In das Modell zur Schätzung der Kronenprojektionsfläche gehen nur einzelbaumbezogene Variablen ein. Alle berücksichtigten Variablen sind hochsignifikant und stehen in nicht-linearem Zusammenhang zur Zielgröße. Das Modell berücksichtigt Effekte des BHD, der Baumhöhe und des Konkurrenzindex und ist nachfolgend gegeben:

$$kpf_{ik} = \alpha + f_1(d_{ik}) + f_2(h_{ik}) + f_3(konk_{ik}) + a_i + b_i d_{ik} + \varepsilon_{ik}, \quad \varepsilon_{ik} \sim N(0, \sigma^2 |v_{ij}|^{2\delta}) \quad [6]$$

$kpf_{ik}$	Kronenprojektionsfläche des Baumes $k$ der Parzelle $i$
$d_{ik}, h_{ik}, konk_{ik}$	BHD, Baumhöhe bzw. Konkurrenzindex des Baumes $k$ der Parzelle $i$
$a_i, b_i$	Zufallseffekte der Parzelle $i$

Die Ergebnisse zeigen einen engen positiven Zusammenhang zwischen dem Durchmesser und der Kronenprojektionsfläche (Abbildung 5). Daneben haben die Baumhöhe und der Konkurrenzindex einen deutlich geringeren Einfluss. Bei gegebenem Durchmesser nimmt die Kronenprojektionsfläche mit zunehmender Baumhöhe und steigendem Konkurrenzindex ab. Der Standardfehler des Modells liegt bei 9,4 m<sup>2</sup>, es liegt keine Verzerrung der Schätzung vor. Ohne Berücksichtigung der Zufallseffekte liegt der Fehler dagegen bei 11,7 m<sup>2</sup>.



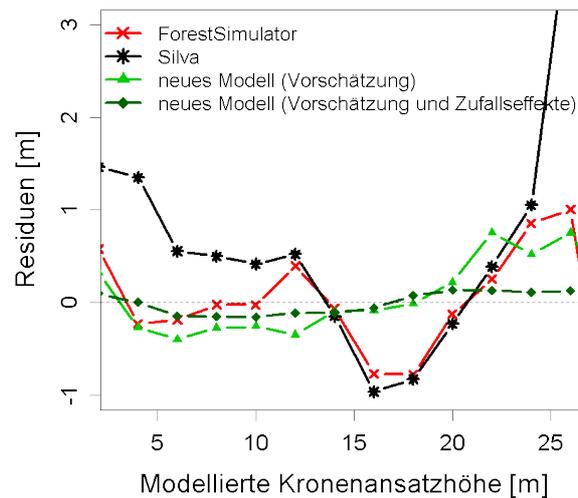
**Abbildung 5:** Effekt des Brusthöhendurchmessers (BHD), der Baumhöhe und der Konkurrenz auf die Kronenprojektionsfläche

### Diskussion

#### Kronenansatzhöhe

Das zweistufige Modell zur Schätzung der Kronenansatzhöhe liefert plausible Vorhersagen des Bekronungsgrades bzw. der Kronenansatzhöhe. Dieses zweistufige Vorgehen bietet die Möglichkeit die Vorteile der verschiedenen Datengrundlagen zu kombinieren: Die Daten der Betriebsinventuren repräsentieren die realen Waldverhältnisse und sind räumlich systematisch verteilt. Gleichzeitig werden große Datenbereiche der Kovariablen sowie ihrer Kombinationen abgedeckt (Tabelle 1), sodass stabile und kausal plausible Modelleffekte geschätzt werden können (Formel 1). Die räumliche Repräsentativität erlaubt zusätzlich die Quantifizierung regionaler Unterschiede mithilfe einer räumlichen Trendfunktion. Die im Durchschnitt hohe Anzahl Messungen je Messzeitpunkt auf den Versuchspartellen erlaubt die Schätzung zufälliger Effekte mit Hilfe eines gemischten Modells (Formel 2), was zur Erhöhung der Schätzgenauigkeit für die einzelnen Flächen führt.

Im Vergleich zu den Modellen, die in den Wachstumssimulatoren ForestSimulator (NAGEL 1999) und Silva (PRETZSCH ET AL. 2002) Verwendung finden, führt das hier vorgeschlagene Modell zu einer deutlichen Steigerung der Prognosegüte. Der Vergleich erfolgt auf der Basis von intervallweise berechneten Medianen der Residuen (Abbildung 6). Diese Steigerung geht nicht zuletzt auf die Verwendung zusätzlicher Eingangsdaten zurück. Um eine vergleichbare Datengrundlage zu erhalten, wurden die Vergleichsmodelle auf der Grundlage der für das vorgestellte Modell verwendeten Versuchspartellendaten neu parametrisiert. Für diese Daten zeigt sich eine deutliche Unterschätzung der Kronenansatzhöhe im Bereich zwischen 15 und 20 m durch die Modelle aus dem ForestSimulator und aus Silva (Abbildung 6). In den übrigen Bereichen werden die Kronenansatzhöhen nach dem Silva-Modell z. T. deutlich überschätzt. Auch das Modell des ForestSimulators sowie die erste Modellstufe des hier vorgeschlagenen Modells überschätzt die Kronenansatzhöhen im oberen Bereich der Skala. Insgesamt weist das vorgeschlagene zweistufige Modell mit einem Fehler von 2,7 m in der ersten Stufe bzw. 2,1 m in der zweiten Stufe deutlich geringere Standardfehler auf als die betrachteten Vergleichsmodelle aus dem ForestSimulator (3,1 m) und Silva (3,2 m).



**Abbildung 6:** Modellvergleich: Intervallweise Mediane der Residuen verschiedener Modelle über den Vorhersagen der Kronenansatzhöhe zur Quantifizierung der Verzerrung

### Kronenprojektionsfläche

Anstelle der Kronenprojektionsfläche werden häufig die Kronenbreite oder der Kronenradius geschätzt, aus denen unter der Annahme kreisrunder Kronen die Kronenprojektionsfläche berechnet werden kann. Als erklärende Variablen werden dabei der BHD (HASENAUER 1997; NAGEL & SCHMIDT 2006) und teilweise zusätzlich die Baumhöhe (PRETZSCH ET AL. 2002) verwendet. Der enge Zusammenhang zu diesen beiden Größen bestätigt sich auch im Rahmen dieser Arbeit. Darüber hinaus bietet die Berücksichtigung der Konkurrenzsituation eine weitere Möglichkeit die Treffsicherheit der Prognose zu verbessern, stellt jedoch erhöhte Anforderungen an das zugrundeliegende Datenmaterial.

### Kalibrierung der Modelle

Die Anwendung gemischter Modelle, die wie die vorgestellten Modelle Zufallseffekte auf Parzellen- und/oder Aufnahmeebene quantifizieren (Formeln 5 und 6), setzt zur Parametrisierung Daten von jeder Parzellen und/oder Aufnahmen voraus, für die eine Vorhersage erfolgen soll. Für Flächen oder Zeitpunkte außerhalb des Parametrisierungsdatensatzes kann eine Prognose auf Grundlage des globalen Modells (nur feste Effekte) vorgenommen werden. Wenn für diese neuen Flächen oder Zeitpunkte einzelne Messungen der Zielgröße vorliegen, können diese zur Kalibrierung des Modells genutzt werden, um so die Schätzung für diese Flächen oder Zeitpunkte zu verbessern.

Die Methodik zur Kalibrierung findet sich beispielsweise bei LAPPI (1997) und MEHTÄTALO (2004). Folgender Zusammenhang wird verwendet um die benötigten Zufallseffekte unter Verwendung vorhandener Messungen zu berechnen:

$$\hat{b} = (Z' R^{-1} Z + D^{-1})^{-1} Z' R^{-1} (y - \mu) \quad [7]$$

$\hat{b}$	geschätzter Vektor der Zufallseffekte
$Z$	Design-Matrix der Zufallseffekte
$R$	geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix der Residuen
$D$	geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix der Zufallseffekte,
$y$	Messwerte der Zielgröße
$\mu$	Vorhersage des festen Modellteils (ohne zufällige Effekte)

Die Modelle können so je nach Datenverfügbarkeit optimal eingesetzt werden. Für weitere Einzelheiten sei auf die Literatur verwiesen (z.B. LAPPI 1991, 1997; MEHTÄTALO 2004).

### Danksagung

Wir danken Herrn Dr. Thomas Böckmann für die Bereitstellung der Daten aus der Betriebsinventur der Niedersächsischen Landesforsten.

### Literatur

- BACHMANN, M.: Indizes zur Erfassung der Konkurrenz von Einzelbäumen: Methodische Untersuchung in Bergmischwäldern. Forstliche Forschungsberichte München, 171, 1998
- GETZIN, S. & WIEGAND, K.: Asymmetric tree growth at the stand level: Random crown patterns and the response to slope. *Forest Ecology and Management*, 242 (2-3): 165–174, 2007
- GUERICKE, M.: Untersuchungen zur Kronenplastizität bei der Buche. Tagungsband der Jahrestagung des Deutschen Verbands Forstlicher Forschungsanstalten - Sektion Waldbau,, 66-75,, 1999
- GUERICKE, M.: Untersuchungen zur Wuchsdynamik von Mischbeständen aus Buche und Europ. Lärche (*Larix decidua*, Mill.) als Grundlage für ein abstandsabhängiges Einzelbaumwachstumsmodell. Dissertation, Universität Göttingen, 2001
- HASENAUER, H.: Dimensional relationships of open-grown trees in Austria. *Forest Ecology and Management*, 96 (3): 197–206, 1997
- HASENAUER, H., KINDERMANN, G., & STEINMETZ, P.: The tree growth model MOSES 3.0. *Sustainable Forest Management*. 2006
- HEGYI, F.: A simulation model for managing jack-pine stands. In: FRIES, J.: Growth models for tree and stand simulation. Royal College of Forest, Stockholm, 1974
- KRAMER, H. & AKÇA, A.: Leitfaden zur Waldmesslehre. Sauerländers Verlag, Frankfurt am Main, 2002
- LAPPI, J.: A longitudinal analysis of height/diameter curves. *Forest science*, 43 (4): 555–570, 1997
- LAPPI, J.: Calibration of Height and Volume Equations with Random Parameters. *Forest Science*, 37 (3): 781-801, 1991
- MEHTÄTALO, L.: A longitudinal height-diameter model for Norway spruce in Finland. *Canadian Journal of Forest Research*, 34 (1): 131–140, 2004
- MONSERUD, R. A. & STERBA, H.: A basal area increment model for individual trees growing in even-and uneven-aged forest stands in Austria. *Forest Ecology and Management*, 80 (1-3): 57–80, 1996
- MUTH, C. C. & BAZZAZ, F. A.: Tree canopy displacement at forest gap edges. *Canadian Journal of Forest Research*, 32 (2): 247–254, 2002
- MUTH, C. C. & BAZZAZ, F. A.: Tree canopy displacement and neighborhood interactions. *Canadian Journal of Forest Research*, 33 (7): 1323–1330, 2003
- NAGEL, J.: Konzeptionelle Überlegungen zum schrittweisen Aufbau eines waldwachstumskundlichen Simulationssystem für Norddeutschland. Schriften aus der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen und der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt, 128, 1999
- NAGEL, J. & SCHMIDT, M.: The Silvicultural Decision Support System BWINPro. In: HASENAUER, H.: Sustainable Forest Management, Growth Models for Europe. Springer, Berlin/Heidelberg, 2006
- OKER-BLOM, P. & KELLOMÄKI, S.: Effect of grouping of foliage on the within-stand and within-crown light regime: comparison of random and grouping canopy models. *Agricultural Meteorology*, 28 (2): 143–155, 1983
- PINHEIRO, J. C. & BATES, D. M.: Mixed-effects models in S and S-PLUS. Springer Verlag, 2000
- PINHEIRO, J., BATES, D., DEBROY, S., SARKAR, D., & R DEVELOPMENT CORE TEAM: nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. , 2010
- PRETZSCH, H.: Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen für Rein-und Mischbestände. Forstliche Forschungsberichte München, 115, 1992
- PRETZSCH, H.: Grundlagen der Waldwachstumsforschung. Parey, Berlin/Wien, 2002
- PRETZSCH, H., BIBER, P., & D'URSKÝ, J.: The single tree-based stand simulator SILVA: construction, application and evaluation. *Forest Ecology and Management*, 162 (1): 3–21, 2002
- ROUVINEN, S. & KUULUVAINEN, T.: Structure and asymmetry of tree crowns in relation to local competition in a natural mature Scots pine forest. *Canadian Journal of Forest Research*, 27 (6): 890-902, 1997
- RÖHLE, H.: Untersuchungen zur Ermittlung der Genauigkeit bei der Ablotung von Kronenradien und der Berechnung von Kronengrundflächen. Jahrestagung des Deutschen Verbandes forstlicher Forschungsanstalten - Sektion Ertragskunde,, 1983
- SORRENSEN-COTHERN, K. A., FORD, E. D., & SPRUGEL, D. G.: A Model of Competition Incorporating Plasticity through Modular Foliage and Crown Development. *Ecological Monographs*, 63 (3): 277-304, 1993
- WOOD, S. N.: Generalized Additive Models: An Introduction with R. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida, USA, 383 S., 2006
- YOKOZAWA, M.: Size hierarchy and stability in competitive plant populations. *Bulletin of mathematical biology*, 61 (5): 949–961, 1999
- YOUNG, T. P. & HUBBELL, S. P.: Crown Asymmetry, Treefalls, and Repeat Disturbance of Broad-Leaved Forest Gaps. *Ecology*, 72 (4): 1464-1471, 1991