Ein klimasensitives, autoregressives Modell zur Beschreibung der Einzelbaum-Mortalität

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Fakultät für Forstwissenschaft und Waldökologie
der Georg-August-Universität Göttingen

vorgelegt von
Sebastian Schoneberg
aus Kaufbeuren

Göttingen, 2017

1. Gutachter: Prof. Dr. Joachim Saborowski
2. Gutachter: Prof. Dr. Jürgen Nagel
Tag der mündlichen Prüfung 18. August 2017

Vorwort

Diese Arbeit wurde in der Nordwestdeutschen Forstlichen Versuchsanstalt Göttingen und der Abteilung Ökoinformatik, Biometrie und Waldwachstum der Fakultät für Forstwissenschaften und Waldökologie der Georg-August-Universität angefertigt. Hierbei haben mich viele Menschen unterstützt, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Besonders möchte ich mich bedanken bei ...

- Prof. Dr. Joachim Saborowski für die Unterstützung dieser Arbeit und die wertvollen Diskussionen.
- Prof. Dr. Jürgen Nagel für's Querdenken und das Vertrauen.
- Dr. Matthias Schmidt für die forstwissenschaftliche Einordnung der Ergebnisse.
- Prof. Dr. Thomas Kneib und Dr. Johannes Signer für die entscheidenden Impulse.
- Prof. Dr. Arne Nothdurft und Robert Nuske für die Einführung in die Arbeit als Wissenschaftler.
- Kai Husmann und Christoph Stiehm für die intensive Zusammenarbeit.
- Samuel Schleich und Falko Engel für die Unterstützung.
- Dr. Anne Hennig und Dr. Johannes Signer für's Korrekturlesen.
- Prof. Dr. Hermann Spellmann und Prof. Dr. Winfried Kurth sowie meinen aktuellen und ehemaligen Kolleginnen und Kollegen aus der NW-FVA, aus der Abteilung Ökoinformatik, Biometrie und Waldwachstum und dem DSS-Riskman Projekt für spannende Diskussionen und das hervorragende Betriebsklima.
- Den Kolleginnen und Kollegen, die die Daten aufgenommen und aufbereitet haben, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre.
- Allen die ich hier nicht genannt habe, die jedoch in der einen oder anderen Weise zu dieser Arbeit beigetragen haben.
- Meiner Familie und meinen Freunden dafür, dass sie an mich geglaubt haben.
- Anne für deine Liebe.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **8**
- 1.1 Folgen des Klimawandels . . . 8
- 1.2 Baumarten . . . 9
- 1.3 Definition der Events . . . 12
- 1.4 Untersuchungsgebiet . . . 13
- 1.5 Mortalitätsmodelle – aktueller Kenntnisstand . . . 13
- 1.6 Zielsetzung der Arbeit . . . 14
- 1.7 Gliederung der Arbeit . . . 14

2 Material **15**
- 2.1 Daten der Waldzustandserhebung . . . 15
- 2.2 Beschreibung des Standortes . . . 20

3 Modellierung von Kovariablen für die Überlebenszeitmodelle **25**
- 3.1 Regionalisierung der Windrichtung . . . 25
  - 3.1.1 k-NN Methoden . . . 26
  - 3.1.2 Parametrische Methoden zur Modellierung der Windrichtung . . . 27
  - 3.1.3 Ergebnisse und Modellvergleich . . . 37
  - 3.1.4 Diskussion . . . 44
- 3.2 Modellierung der Baumdimension . . . 47
  - 3.2.1 Material . . . 47
  - 3.2.2 Methode . . . 52
  - 3.2.3 Ergebnisse . . . 64
  - 3.2.4 Ein globales Modell zur Modellierung der Baumhöhe . . . 73
  - 3.2.5 Diskussion . . . 75

4 Ereigniszeitmodelle **81**
- 4.1 Einleitung . . . 81
- 4.2 Material . . . 84
- 4.3 Methode . . . 87
  - 4.3.1 Zeitdiskrete Ereigniszeitanalyse . . . 87
  - 4.3.2 Übertragung der Einzelbaumrisiken auf ein Bestandesrisiko . . . 90
- 4.4 Ergebnisse . . . 92
  - 4.4.1 Modell . . . 92
  - 4.4.2 Vorhersagegenauigkeit . . . 95
  - 4.4.3 Waldbauliche Szenarien und Berücksichtigung des Klimawandels . . . 96
  - 4.4.4 Übertragung der Einzelbaumrisiken auf ein Bestandesrisiko . . . 99

4.5 Diskussion 100
4.5.1 Anmerkungen zum Modell 101
4.5.2 Einfluss des forstlichen Vorwissens auf die Ergebnisse 103
4.5.3 Modelleffekte 104

5 Schlussfolgerung **107**
5.1 Einfluss der modellierten Kovariablen auf das Ereigniszeitmodell 107
5.2 Weiterentwicklung einzelbaumbasierter Waldwachstumssimulatoren . . . 108
5.3 Übertragbarkeit der Ergebnisse 108
5.4 Klassifizierung forstlicher Standorte durch die Überlebenswahrscheinlichkeit 110
5.5 Waldbauliche Konsequenzen 110
5.6 Ausblick 111

Literaturverzeichnis **113**

Zusammenfassung

Die Forstwirtschaft wird durch den Klimawandel vor neue Herausforderungen gestellt. Diese erfordern eine Anpassung von waldbaulichen Maßnahmen. Durch den Klimawandel werden einige positive, jedoch hauptsächlich negative Effekte für die Wälder Mitteleuropas antizipiert. Langfristig können Waldbesitzer durch die Baumartenwahl und mittelfristig durch die waldbauliche Behandlung auf eine Veränderung der Risikostruktur reagieren. Für eine erfolgreiche, nachhaltige Forstwirtschaft ist das Verständnis von Prozessen, die die Baummortalität beeinflussen, elementar. Das Ziel dieser Dissertation ist die Modellierung der natürlichen, risikobedingten Baummortalität aufgelöst auf Einzelbaumebene. Hierbei werden zeitveränderliche Kovariablen berücksichtigt. Zusätzlich soll die räumliche und die zeitliche Autokorrelationen berücksichtigt werden.

Nach einer generellen Einleitung (Kapitel 1) werden in Kapitel 2 die Daten beschrieben. Die Datengrundlage für die Modelle bilden die Daten der Waldzustandserhebung (WZE) Norddeutschlands der Jahre 1984-2015. In dieser Inventur wird dokumentiert, ob an Bäumen natürliche Mortalität aufgetreten ist, wobei hierbei konkurrenzbedingte Mortalität nicht berücksichtigt wird, es wird also die natürliche, risikobedingte Baummortalität modelliert. Es werden Bäume, die ein ähnliches Wachstums- und Mortalitätsverhalten aufweisen, zu den Baumartengruppen Buchen, Eichen, Fichten und Kiefern zusammengefasst. Als Kovariablen stehen Parameter zur Verfügung, die das Klima, die Baumdimension, das Geländerelief sowie die Bestandesstruktur beschreiben.

In Kapitel 3 wird die Regionalisierung der Windrichtung für die WZE-Probeflächen und die Modellierung der Baumdimension für die WZE-Beobachtungen als vorbereitender Schritt für die Überlebenszeitmodelle (Kapitel 4) vorgestellt. Ein parametrischer, regressionsbasierter Ansatz und ein nichtparametrischer k Nächste-Nachbarn-Klassifikation Ansatz werden zunächst verglichen, um die Windrichtung zu regionalisieren. Es wird schließlich ein auf der von Mises Verteilung basierendes semiparametisches strukturiertes additives Regressionsmodell verwendet. Der Baumdurchmesser wird durch ein nichtlineares hierarchisches gemischtes Modell beschrieben, um die geclusterte longitudinale Datenstruktur der Baumdurchmesser-Beobachtungen zu berücksichtigen. Die Parameter werden durch eine bayesianische Markov-Chain-Monte-Carlo-Simulation geschätzt. Die Baumhöhe wird durch ein nichtlineares gemischtes Modell modelliert.

Schließlich wird in Kapitel 4 ein zeitdiskretes, klimasensitives, einzelbaumbasiertes Überlebenszeitmodell vorgestellt. Es wird ein Ansatz beschrieben, um einzelbaumbasierte Modellergebnisse auf Bestandesebene zu skalieren. In dem Modell werden zeitveränderliche Kovariablen berücksichtigt. Das Modell zeigt, dass insbesondere bei Fichtenbeständen in Zukunft mit hohen Ausfällen zu rechnen ist. Etwa 60 % der Fichtenbestände müssten in wärmeren Regionen in Buchen dominierte Bestände umgebaut werden, um die höheren forstlichen Risiken durch den Klimawandel auszugleichen.

Abstract

Forestry encounters new challenges in the face of the climate change, that require adaption measures of current forest management practices. Some positive but mostly negative effects due to the climate change are anticipated for Central European forests. Forest owners can mitigate new risks in their long-term planning by selecting appropriate tree species and adapt their management practices. For successful and sustainable forest development and stand management it is crucial to understand factors that influence tree mortality. The aim of this dissertation is to model natural, risk influenced tree mortality events resolved on single tree level using time-varying covariates and simultaneously accounting for temporal and spatial autocorrelation that occurred due to unobserved covariates.

After a general introduction (Chapter 1), the data are described in Chapter 2. The models are based on forest health data (WZE (Waldzustandserhebung)) from North Germany between 1984 and 2015. Natural mortality which is not induced by competition is recorded in this inventory. Tree species with similar growth and mortality behavior were combined to the tree species groups beech, oak, pine and spruce. As covariates climate, tree dimension, terrain relief and stand structure describing parameters are available.

In Chapter 3 the regionalization of the wind direction for the WZE-plots and models of the tree dimensions for the WZE-recordings are conducted as a preparation step for the survival model. A parametric regression based approach and a non parametric k nearest neighbor approach were compared for regionalization of the wind direction. Finally, a semiparametric structured additive regression model based on the von Mises distribution is used. The tree dimensions are modeled using a non-linear hierarchical mixed effect model in order to account for the clustered longitudinal data structure of the tree diameter observations. The parameters are estimated by a Bayesian Markov-Chain-Monte-Carlo-Simulation. The tree height is modeled by a non-linear mixed effect model.

Eventually, Chapter 4 introduces a time-discrete climate-sensitive survival model for tree mortalities resolved on single tree level. An approach is described that scales these results to the stand level. In this model time-varying covariates are also considered. The results suggest high failures in spruce stands in the future. About 60 % of the spruce stands in warmer regions could be transformed to stands with a beech dominated tree species structure in order to mitigate high failures in spruce stands due to the climate change.

1 Einleitung

Die Mortalität von Bäumen spielt bei der Waldentwicklung eine wichtige Rolle. Daher ist das Verständnis von Prozessen, die die Mortalität bestimmen, aus ökologischer sowie aus forstwirtschaftlicher Sicht wichtig. Die Stabilität von Beständen ist deshalb bei der forstlichen Planung ein wichtiges Kriterium. Es kann zwischen der kurzfristigen und der langfristigen forstlichen Planung unterschieden werden. Insbesondere bei der langfristigen Planung muss die Veränderung der Standorte durch den Klimawandel berücksichtigt werden (z.B. Hasenauer, 1999; Boisvenue und Running, 2006; Pretzsch *et al.*, 2014). Die Auswirkungen der Mortalität von Bäumen auf die Stabilität von Beständen, insbesondere unter Berücksichtigung des Klimawandels, ist intensiv untersucht worden (Araújo und Williams, 2000; Hansen *et al.*, 2001; Iverson und Prasad, 2001; Yang *et al.*, 2003; Seidl *et al.*, 2007, 2011; Allen *et al.*, 2010; Blennow *et al.*, 2010; Hanewinkel *et al.*, 2010, 2013; Rigling *et al.*, 2013; Nothdurft, 2013; Neuner *et al.*, 2015; Dursky, 1997).

Die Ursachen für die Baummortalität können sowohl abiotischen als auch biotischen Ursprungs sein. Die am häufigsten auftretenden abiotischen Schäden sind in Norddeutschland Sturmschäden. Deutlich seltener treten Schäden durch Waldbrände oder extreme Trockenheit auf. Die biotischen Schäden unterscheiden sich in Abhängigkeit von der Baumart. Forstwirtschaftlich relevante biotische Schäden treten häufig auf, wenn die Bäume durch abiotische Einflüsse bereits gestresst sind (z.B. Wermelinger, 2004).

1.1 Folgen des Klimawandels

Die Folgen des Klimawandels sind sehr schwer abzuschätzen. Es gilt als relativ sicher, dass die Temperatur steigen wird. Die Temperaturzunahme unterscheidet sich stark in Abhängigkeit von den Klimaszenarien, die zum Beispiel eine unterschiedliche gesellschaftliche Entwicklung als Grundannahme haben. Die meisten Szenarien prognostizieren bis 2100 eine globale Temperaturzunahme zwischen 0.3 und 4.8 Kelvin (Collins *et al.*, 2013). In Mitteleuropa könnte die Temperaturerhöhung sogar noch höher ausfallen (Christensen *et al.*, 2007). Durch den Temperaturanstieg nimmt die Verdunstung zu, dadurch nehmen zunächst die Niederschläge zu. Jedoch gibt es Prognosen, die eine Verschiebung der Niederschläge vorhersagen (Collins *et al.*, 2013). Im Sommer werden demnach niedrigere Niederschläge erwartet, die zu Sommertrockenheiten führen (Christensen *et al.*, 2007). Weiterhin wird eine Zunahme von extremen Wetterereignissen wie Stürmen, Hitzewellen oder Überschwemmungen prognostiziert (z.B. Ballester *et al.*, 2010; Beniston *et al.*, 2007; Christensen *et al.*, 2007; Räisänen *et al.*, 2004). Die beschriebenen Folgen des Klimawandels werden innerhalb der Umtriebszeit eines heute gepflanzten Baumes auftreten. Der Klimawandel muss daher bei der langfristigen forstlichen Planung, insbesondere bei der Baumartenwahl, berücksichtigt werden.

Wie sich der zuvor beschriebene Klimawandel auf die Wälder auswirkt ist schwer abzuschätzen. In den letzten Jahren wurden positive Effekte auf den Zuwachs beobachtet, die in erster Linie auf die gestiegenen Temperaturen zurückgeführt werden (Albert und Schmidt, 2010; Nothdurft *et al.*, 2012; Pretzsch *et al.*, 2014). Aber auch die Erhöhung der Stickstoffeinträge und die Erhöhung der CO_2-Konzentration kann positive Einflüsse auf den Zuwachs haben (Körner *et al.*, 2005; Pretzsch *et al.*, 2014; Egli *et al.*, 1998; Laubhann *et al.*, 2009). Auf der anderen Seite werden negative Auswirkungen auf den Zuwachs durch bereits häufiger auftretende Sommertrockenheiten beobachtet (Hanson und Weltzin, 2000). Auch die Risikostruktur wird sich durch den Klimawandel verändern. In Mitteleuropa ist grundsätzlich mit einer Zunahme von forstlichen Risiken zu rechnen (Lindner *et al.*, 2010; Seidl *et al.*, 2011; Overbeck und Schmidt, 2012).

1.2 Baumarten

In dieser Arbeit werden Modelle für vier verschiedene Baumartengruppen entwickelt: Buchen, Eichen, Kiefern und Fichten. Baumarten, die ein ähnliches Wachstums und Mortalitätsverhalten aufweisen, werden einer Baumartengruppe zugeordnet. Im Abschnitt 2.1 wird die Zuordnung der Baumarten zu den Baumartengruppen dargestellt.

Ökologische Einordnung der Baumartengruppen

Buchen (*Fagus spec.*, Familie: *Fagaceae*)

Die Gattung der Buchen ist mit etwa 10 Arten eher artenarm. In Mitteleuropa hat nur die Rotbuche (*Fagus sylvatica* L.) eine wichtige forstwirtschaftliche Bedeutung. Die ökologischen Ansprüche der Rotbuche sind im Vergleich zu anderen Baumarten eng. Entsprechend ist das Verbreitungsgebiet der Rotbuche im Vergleich zu anderen Baumarten kleiner, es erstreckt sich vor allem über West- und Mitteleuropa. In Südeuropa ist die Rotbuche auf die montane Stufe beschränkt. Innerhalb des Verbreitungsgebietes kommt die Rotbuche, aufgrund der Konkurrenzstärke gegenüber anderen Baumarten, natürlicherweise weitestgehend geschlossen vor. Im Rahmen der Forst- und Landwirtschaft ist die Rotbuche in Deutschland zurückgedrängt worden, um Flächen landwirtschaftlich zu nutzen. Auch an Waldstandorten wurde die Rotbuche zurückgedrängt, um andere Baumarten zu fördern. Diese Baumarten wurden wegen bestimmter technologischer Eigenschaften des Holzes oder aufgrund der größeren Wuchsleistung an bestimmten Standorten gefördert. Daher kommen Buchen an vielen Standorten nicht vor, an denen natürlicherweise buchendominierte Bestände vorkommen würden. Seit einigen Jahren werden viele Bestände in Deutschland umgebaut. Ein Ziel dieser Maßnahmen ist es, Waldbestände zu fördern, die der potentiellen natürlichen Vegetation entsprechen (Kremser und Otto, 1973). Die Bedeutung von buchendominierten Beständen wird daher in Zukunft in Deutschland zunehmen. Reichlich Wärme bei guter Feuchtigkeitsversorgung führt zu hohen Wuchsleistungen. Durch den Klimawandel kann es jedoch zu einer Verschiebung der Niederschläge kommen. Dadurch können insbesondere während der Vegetationsperiode Trockenperioden auftreten (Christensen *et al.*, 2007), wodurch Rotbuchen in Zukunft auf

mehr Standorten an ihre physiologischen Grenzen stoßen könnten.

Im Sommer 1999 wurde erstmals die Buchenkomplexkrankheit beobachtet. Dabei werden vital aussehende Buchen durch holzbrütende Insekten und Pilze befallen. Dies kann zum Absterben der Buchen führen (Fiebelkorn, 2006). Im Jungwuchs sind Rotbuchen gegen Spätfrost empfindlich. Mittelalte und alte Bäume weisen häufig Rindenerkrankungen auf. Primäre Voraussetzung der Rindenerkrankung ist meist eine Verletzung der Rinde (mechanisch oder durch Sonnenbrand). In der Folge der Rindenerkrankung kann es zu einem Befall durch die Buchenwollschildlaus (*Cryptococcus fagisuga* Lindinger) und dem Pilz *Nectria coccinea* (Desm.) kommen. Dies kann zum Absterben des Baumes führen, insbesondere im Zusammenhang mit Trockenheit. Abiotische Schäden treten in erster Linie durch Stürme auf (Röhrig *et al.*, 1992).

Eichen (*Quercus spec.*, Familie: *Fagaceae*)

Die Gattung der Eichen ist mit mehr als 300 Arten recht artenreich. Für die Forstwirtschaft in Mitteleuropa spielen hauptsächlich die Stieleiche (*Quercus robur* L.) und die Traubeneiche (*Quercus petraea* Liebel.) eine Rolle. Auch innerhalb der Arten unterscheiden sich die Eigenschaften der Bäume voneinander aufgrund verschiedener Herkünfte (Kleinschmit, 1977). Das Verbreitungsgebiet der beiden Arten in Europa erstreckt sich über den größten Teil des Kontinents mit Ausnahme des nördlichen Teils von Skandinavien und Schottland, wobei das Verbreitungsgebiet der Traubeneiche vor allem im Osten enger begrenzt ist. Die beiden Eichenarten sind eher den Lichtbaumarten zuzuordnen. An den meisten Standorten in Deutschland können sich die beiden Arten mittelfristig nicht gegenüber den Rotbuchen (*Fagus sylvatica* L.) durchsetzen. Natürlicherweise kommen Eichen daher auf Standorten vor, an denen die Rotbuchen an ihre ökologischen Grenzen stoßen. Beispiele hierfür sind warme, trockene Hanglagen der submontanen Stufe (Traubeneichen) und verdichtete Böden wie Stagno- und Pseudogleyböden oder Auenböden, die zeitweise überflutet sind (Stieleichen). Durch den Klimawandel können diese Standorte und damit die natürliche Bedeutung der Eichen in Zukunft zunehmen. An vielen Standorten sind im Rahmen der Forstwirtschaft die Rotbuchen zugunsten von Eichen zurückgedrängt worden. Für ein gutes Wachstum benötigen Eichen Sommerwärme, hinsichtlich der Nährstoffversorgung sind Eichenbestände nicht anspruchsvoll. Alte Eichen haben eine große ökologische Bedeutung, insbesondere an Standorten, an denen eine Habitatkonitinuität durch alte Eichen gegeben ist (z.B. Grove, 2002; Mölder *et al.*, 2014; Vodka *et al.*, 2009).

Eichenbestände werden biotisch durch die Eichenfraßgesellschaft (kleiner Frostspanner (*Operophtera brumata* L.), großer Frostspanner (*Erannis defoliaria* Clerck), Eichenwickler (*Tortrix viridana* L.), Eichenprozessionsspinner (*Thaumetopoea processionea* L.) und Schwammspinner (*Lymantria dispar* L.)) gefährdet (Hämmerli und Stadler, 1989). Abiotische Schäden treten durch Wasserknappheit aufgrund von Sommertrockenheit oder extremen Frösten sowie von Stürmen auf. Bei ungünstiger Disposition kann es in der Folge des abiotischen Stresses zu biotischen Schäden kommen (Röhrig *et al.*, 1992).

Kiefern (*Pinus spec.* Familie: *Pinaceae*)

Die Gattung der Kiefern ist mit etwa 100 Arten eher artenreich, wobei auch hier häufig noch zwischen verschiedenen Provenienzen unterschieden werden kann. Global gesehen haben die Kiefern ein weites Verbreitungsgebiet von der borealen Waldgrenze bis in die Tropen. In Deutschland hat die Waldkiefer (*Pinus slvestris* L.) eine wichtige forstwirtschaftliche Bedeutung. Die Waldkiefer ist ausgesprochen frosthart und wenig feuchtigkeitsbedürftig und hat daher ein großes Verbreitungsgebiet. Die Baumart kommt in ganz Europa vor. Auch die Waldkiefer (Lichtbaumart) wird häufig von der Rotbuche (*Fagus sylvatica* L.) verdrängt. Daher beschränkt sich das natürliche Vorkommen der Waldkiefer in Deutschland auf Standorte, die für die Rotbuche keine optimalen ökologischen Bedingungen bieten. Beispiele hierfür sind die Mittelgebirge. Im Zuge der Forstwirtschaft ist die Rotbuche an vielen Standorten, vor allem an trockenen Standorten in Nordostdeutschland, zugunsten der Waldkiefer zurückgedrängt worden.

Kiefern sind insbesondere in Reinbeständen durch Kiefernspinner (*Dendrolimus pini* L.), Kiefernspanner (*Bupalus piniaria* L.), Forleule (*Panolis flammea* Denis & Schiffermüller) und die Nonne (*Lymantria monacha* L.) gefährdet (Morewood *et al.*, 2000). Diese biotischen Schäden treten vermehrt an durch Trockenheit gestressten Beständen auf. Abiotische Schäden können durch Stürme, Waldbrand und Schneebruch auftreten (Röhrig *et al.*, 1992).

Fichten (*Picea spec.*, Familie: *Pianceae*)

Die Fichten sind mit etwa 36 Arten recht artenarm. In Europa hat die Rotfichte (*Picea abies* L. (Kast.)) eine wichtige forstwirtschaftliche Bedeutung. Es können bei der Rotfichte verschiedene Provenienzen unterschieden werden. Das natürliche Verbreitungsgebiet reicht von der borealen Waldgrenze bis nach Südeuropa. Die natürlichen Vorkommen beschränken sich in Deutschland hauptsächlich auf die kühleren Standorte (zum Beispiel die Mittelgebirge), da sich an anderen Standorten die Rotfichten häufig nicht gegenüber den Rotbuchen (*Fagus sylvatica* L.) durchsetzen können. Wenn die Rotbuchen zugunsten der Rotfichten zurückgedrängt werden, können die Rotfichten auf diesen Standorten häufig eine deutlich höhere Leistung erzielen.

Fichtenbestände sind in Abhängigkeit von der Provenienz durch Schneebruch und Spätfrost gefährdet. Durch Verletzungen der Rinde, häufig durch Schälschäden, können holzzerstörende Insekten in das Holz eindringen. Hierdurch kann Rotfäule auftreten. Rotfaule Fichten sind im besonderen Maße durch Windbruch gefährdet. Es kann in der Folge der Rotfäule auch zu Schnee- und Eisbruch kommen. Weiterhin treten insbesondere in Reinbeständen teilweise starke biotische Schäden durch den Buchdrucker (*Ips typographus* L.) auf.

Der Anbau der Rotfichte außerhalb des natürlichen Verbreitungsgebietes bietet teilweise erhebliche ökonomische Erfolge, ist jedoch häufig mit einem erheblichen Risiko belastet. Während und nach dem zweiten Weltkrieg hat eine starke Übernutzung der Waldbestände in Deutschland stattgefunden. Diese Flächen wurden zu einem erheblichen Anteil mit Fichten aufgeforstet. Wichtige Kriterien hierbei waren die höhere Leistung, die Rotfichten

im Vergleich zu anderen Baumarten erzielen können und die technischen Eigenschaften des Holzes. Seit einigen Jahren werden viele dieser Bestände kritisch gesehen. Unter anderem weil auf vielen Standorten die Bäume, insbesondere in Reinbeständen, ein hohes Mortalitätsrisiko aufweisen. Daher wird seit einigen Jahren angestrebt, viele dieser Bestände in laubholzdominierte, standortgerechte Mischbestände zu überführen (Kremser und Otto, 1973). Da das ökologische Optimum der Rotfichte im Vergleich zu anderen Baumarten eher im kühleren Bereich liegt, kann sich der prognostizierte Temperaturanstieg durch den Klimawandel (Christensen *et al.*, 2007) besonders negativ auf Rotfichtenbestände auswirken. Auch die durch den Klimawandel eventuell häufiger auftretenden Trockenheiten und häufiger auftretenden Stürme (Christensen *et al.*, 2007) wirken sich auf Rotfichtenbestände, im Vergleich zu anderen Baumartengruppen, besonders negativ aus. Die Bedeutung der Rotfichten wird daher in Deutschland deutlich abnehmen (Röhrig *et al.*, 1992; Schmidt-Vogt, 1989). Auf der anderen Seite besteht weiterhin eine Nachfrage nach Fichtenholz. Daher gibt es ein gesellschaftliches Interesse Standorte zu identifizieren, an denen die Rotfichte langfristig angebaut werden kann.

1.3 Definition der Events

Die wichtigste Datengrundlage dieser Arbeit sind die Daten der Waldzustandserhebung (WZE). Bei der WZE werden seit 1984 Probeflächen in einem systematischen Stichproben-Raster untersucht. Unter anderem wird hier der Tod und die Todesursache von Bäumen dokumentiert. Eine Besonderheit der WZE ist die hohe zeitliche Auflösung. Hierdurch ist eine genaue Zuordnung zwischen einem Schaden und zeitveränderlichen Kovariablen möglich.

In dieser Arbeit wird die Überlebenszeit von Bäumen modelliert. Hierbei werden ausschließlich natürliche Ursachen berücksichtigt. Als Events sind in dieser Studie die folgenden Todesursachen definiert: (1) Nutzung durch einen abiotischen oder biotischen Einfluss. Beispiele hierfür sind (a) Ein Baum ist durch einen Sturm derart geschädigt, dass dieser aus Sicherheitsgründen gefällt werden muss (abiotischer Einfluss). (b) Ein Baum ist massiv von Borkenkäfern befallen, sodass dieser entnommen wird, um eine weitere Vermehrung der Käfer zu vermeiden (biotischer Einfluss). (2) Stehender toter Baum ohne Feinreisig. Es wird hier zwischen biotischer, abiotischer und nicht erkennbarer Ursache unterschieden. (3) Ein Baum, der umgefallen, umgeworfen oder dessen Stamm gebrochen ist. (4) Wenn an einem Baum über 50 % der Krone abgebrochen ist. (5) Ein hängender oder angeschobener Baum. Hierbei handelt es sich um Bäume, die drohen umzustürzen. In der Regel ist dies durch ein Sturmereignis hervorgerufen.

Die oben genannten Ereignisse sind im Rahmen der WZE dokumentiert worden. Es handelt sich nicht in allen Fällen um Todesursachen. So kann ein Baum dessen Krone abgebrochen ist durchaus noch leben. Jedoch ist der Kronenbruch forstwirtschaftlich ein starker Verlust. Andere Ereignisse, die zum Tod eines Baumes führen, wie zum Beispiel die Nutzung eines Baumes werden in dieser Studie nicht als Event modelliert.

1.4 Untersuchungsgebiet

Das Untersuchungsgebiet dieser Studie umfasst die Wälder in den Bundesländern Hessen (HE), Niedersachsen (NI), Schleswig-Holstein (SH), Brandenburg (BB), Mecklenburg-Vorpommern (MV) und Sachsen-Anhalt (ST). Der Anteil der Bewaldung der Landesfläche unterscheidet sich deutlich im Untersuchungsgebiet. In Deutschland ist etwa ein Drittel des Gesamtgebietes bewaldet. Der höchste Waldanteil im Untersuchungsgebiet ist in HE (42 %) gefolgt von BB (35 %). Etwa ein Viertel der Landesfläche ist in ST (24 %), NI (24 %) und MV (23 %) bewaldet. Den geringsten Waldanteil weist mit 10 % SH auf.

Betrachtet man die Besitzstruktur im Untersuchungsgebiet, fällt auf, dass der Privatwaldanteil in NI, ST und BB vergleichsweise hoch ist. In den anderen Bundesländern spielt der Staatswald (Land) eine wichtige Rolle. HE und SH weisen einen hohen Anteil an Körperschaftswald auf (bei einem Körperschaftswald handelt es sich um Wald im Eigentum von Körperschaften des öffentlichen Rechts wie Gemeinden und Städten). Die waldbaulichen Ziele und damit die Art der Waldbewirtschaftung unterscheiden sich teilweise erheblich in Abhängigkeit vom Besitzer.

Auch die Baumarten unterscheiden sich deutlich im Untersuchungsgebiet. Insgesamt ist die Kiefer flächenmäßig die wichtigste Baumart. Viele Bestände sollen im Rahmen von Waldumbauplänen in naturnähere, stabilere Mischbestände überführt werden. Ein weiteres Ziel der Waldumbaupläne ist es, den Wald auf eine sich durch den Klimawandel ändernde Umwelt vorzubereiten. Insgesamt soll der Laubbaumanteil zunehmen. Auf gut wasserversorgten Standorten sollen in Zukunft hauptsächlich Buchen dominierte Wälder, auf schlechter wasserversorgten Standorten Eichen dominierte Wälder vorkommen. Der Nadelbaumanteil soll entsprechend geringer werden.

Vergleicht man die Altersstruktur der Wälder im Untersuchungsgebiet, so fällt auf, dass die Altersklassen bis 80 Jahren zum Teil stark vertreten sind. Eine Erklärung hierfür ist die starke Nutzung der Wälder während und nach dem zweiten Weltkrieg.

1.5 Mortalitätsmodelle – aktueller Kenntnisstand

Bestehende Modelle im deutschsprachigen Raum, die die natürliche Mortalität von Bäumen modellieren (Staupendahl und Zucchini, 2011; Nothdurft, 2013; Hülsmann *et al.*, 2016; Neuner *et al.*, 2015), werden in Abschnitt 4 ausführlich vorgestellt.

Exemplarisch werden hier einige Modelle vorab beschrieben. Das Modell von Hülsmann *et al.* (2016) vergleicht die Mortalität in Naturwäldern. Das Baumalter ist hier teilweise nicht bekannt und wird daher nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund kann keine Überlebensfunktion erstellt werden. Es handelt sich hierbei also nicht um ein klassisches Ereigniszeitmodell. In den anderen Modellen (Staupendahl und Zucchini, 2011; Nothdurft, 2013; Neuner *et al.*, 2015) werden aus technischen Gründen keine zeitlich veränderlichen Kovariablen berücksichtigt.

Die Berücksichtigung von zeitlich veränderlichen Kovariablen ist jedoch wichtig. Zum einen kann die Baumdimension für ein bestimmtes Baumalter abgebildet werden, zum anderen kann der Klimawandel realistischer dargestellt werden, da die Standort beschrei-

benden Variablen nicht mehr als zeitlich konstant angenommen werden können.

Die Baumdimension kann durch die Bestandesbehandlung beeinflusst werden. Somit ist dies die Größe, die der Waldbesitzer beeinflussen kann und damit auf den Klimawandel reagieren kann. Ein klimasensitives Ereigniszeitmodell, in dem die Baumdimension berücksichtigt werden kann, bietet daher eine wichtige Grundlage um die nachhaltige Forstwirtschaft an den Klimawandel anzupassen.

1.6 Zielsetzung der Arbeit

Eine realistische Abbildung des Klimawandels ist nur möglich, wenn zeitlich veränderliche Kovariablen in einem Modell berücksichtigt werden. Ziel der Arbeit ist es daher, ein einzelbaumbasiertes klimasensitives Ereigniszeitmodell zu erstellen, in dem zeitlich veränderliche Kovariablen berücksichtigt werden können.

Viele Variablen, die einen erheblichen Einfluss auf die Mortalitätswahrscheinlichkeit von Bäumen haben, sind in dieser Arbeit nicht bekannt. Ein Beispiel hierfür ist der Zeitpunkt und der Ort, an dem Stürme aufgetreten sind. Um die beobachteten Kovariablen unverzerrt abbilden zu können, müssen räumliche und zeitliche Autokorrelationen, die durch die unbeobachteten Variablen auftreten, modelliert werden.

1.7 Gliederung der Arbeit

Es werden zunächst die WZE-Daten vorgestellt, die die wichtigste Datenquelle dieser Arbeit darstellt (Abschnitt 2). In diesem Abschnitt werden weiterhin die Klimadaten zur Beschreibung der Standorte vorgestellt.

In Kapitel 3 wird die Modellierung von Kovariablen für das Ereigniszeitmodell beschrieben. Zuerst wird in Abschnitt 3.1 ein Modell für die Windrichtung zur Berechnung eines modifizierten Topex vorgestellt. Hier werden parametrische und nichtparametrische Ansätze miteinander verglichen. Anschließend wird ein parametrisches Modell basierend auf der von Mises Verteilung verwendet, um die Windrichtung im Untersuchungsgebiet vorherzusagen. Weiterhin wird in Abschnitt 3 ein nichtlineares gemischtes hierarchisches Modell zur Modellierung des Baumdurchmessers und ein nichtlineares gemischtes Modell zur Modellierung der Baumhöhe vorgestellt (Abschnitt 3.2). Für das Baumdurchmessermodell werden Bayesianische Inferenz-Methoden vorgestellt, um stabilere Modelle zu erhalten.

Abschließend werden zeitdiskrete Ereigniszeitmodelle, um die natürliche Mortalität von Wäldern zu beschreiben, in Abschnitt 4 vorgestellt. Es wird zunächst eine kritische Auseinandersetzung aktueller Arbeiten durchgeführt. Schließlich wird gezeigt, wie die Probleme durch die zeitdiskrete Ereigniszeitmodellierung gelöst werden können.

2 Material

2.1 Daten der Waldzustandserhebung

Die wichtigste Datenquelle für diese Arbeit ist die Waldzustandserhebung (WZE) der Jahre 1984-2015. Um den Zustand des Waldes zu erheben, wird dokumentiert, ob ein Baum gestorben ist. Dies stellt die Zielvariable dieser Arbeit dar. Im Rahmen der WZE wird primär die Kronenverlichtung aufgenommen, die jedoch in dieser Arbeit nicht modelliert wird. Hierfür gibt es zwei Gründe: (1) ein Baum kann sich wieder erholen und (2) die Ansprache dieser Größe ist schwierig, was zu einer Variabilität bei der Aufnahme führt. Weiterhin kann eine mögliche personenabhängige, systematische Verzerrung schwer modelliert werden.

Die Inventur stammt in Westdeutschland aus der Zeit, als es in Deutschland durch die Debatte des Waldsterbens Anfang der 80er Jahre ein großes öffentliches Interesse am Zustand des Waldes gab. In den untersuchten westdeutschen Bundesländern HE, NI und SH wird die Inventur seit 1984 durchgeführt. In SH ist das Aufnahmedesign erst ab 1996 mit den anderen Bundesländern vergleichbar, daher werden die Beobachtungen aus SH erst ab 1996 genutzt.

Nach der deutschen Wiedervereinigung wurde auch in den ostdeutschen Bundesländern die WZE durchgeführt. In den untersuchten ostdeutschen Bundesländern BB, MV und ST ist die WZE seit 1991 aufgenommen worden.

In Tabelle 2.1 ist die Zuordnung zu den Baumartengruppen dargestellt. In dem WZE-Datensatz wird die Baumart teilweise als Gattung, teilweise als Art angegeben. Es wurden Arten zu einer Baumartengruppe zusammengefasst, die ein ähnliches Wachstums- und Risikoverhalten aufweisen.

Für die Baumartengruppen Kiefer und Eiche werden auch Bäume ausgewählt, die nur bis zur Gattung bestimmt sind (*Quercus spec.*, *Pinus spec.*). Unter diesen Bäumen sind auch solche Arten, die potentiell ein anderes Risiko- und Wachstumsverhalten aufweisen. Da der Anteil solcher Baumarten gering ist und die Anzahl der Bäume, die nur bis zur Gattung bestimmt sind, relativ hoch ist, wurden diese dennoch ausgewählt (vgl. Tabelle 2.1).

Ein Beispiel für eine Baumart, die wegen eines anderen Wachstumsverhaltens nicht explizit ausgewählt wurde, ist die Roteiche (*Quercus rubra* (L.)). Die Roteichen machen etwa 10 % der Eichenbeobachtungen aus. Weitere Eichenarten neben der Stiel-, Trauben- und Roteiche sind von der Anzahl her zu vernachlässigen. Es wurden auch Eichen, die nur bis zur Gattung bestimmt wurden (*Quercus spec.*), ausgewählt. Diese Beobachtungen machen mehr als die Hälfte der Eichenbeobachtungen aus. Unter den Eichen, die nur bis zur Gattung bestimmt wurden, befinden sich vermutlich etwa 10 % Roteichen. Diese Beobachtungen haben den Nachteil, dass diese zu Verzerrungen führen können. Demge-

genüber stehen eine Vielzahl an Beobachtungen, die zur statistischen Inferenz genutzt werden können, zur Verfügung. Die Vorteile, die aus den zusätzlichen Daten gezogen werden können, überwiegen klar den Nachteilen, die durch die Verzerrungen zustande kommen können. Bei den Kiefern ist die Situation sogar noch klarer. Beobachtungen anderer Kieferarten, neben der Gemeinen Kiefer (*Pinus sylvestris* (L.)), sind von der Anzahl her klar zu vernachlässigen.

Tabelle 2.1: Zuordnung der Baumarten zu den Baumartengruppen. Zusätzlich ist die Anzahl Beobachtungen (n.obs) und Anzahl beobachteter Bäume (n.baum) nach Baumartengruppen dargestellt.

Baumartengruppe	n.obs	n.baum	Baumart	
Buche	167 872	15 162	Rotbuche	*Fagus sylvatica* (L.)
Eiche	93 337	7 624	Eiche	*Quercus spec.*
			Stieleiche	*Quercus robur* (L.)
			Traubeneiche	*Quercus petraea* (Matt.)
Fichte	150 327	18 551	Gemeine Fichte	*Picea abies* (Karst.)
			Sitka-Fichte	*Picea sitchensis* (Bong.)
Kiefer	382 868	34 849	Kiefer	*Pinus spec.*
			Gemeine Kiefer	*Pinus sylvestris* (L.)

Es gibt sehr wenige Beobachtungen, die ein hohes Baumalter aufweisen. 98.7 % der Beobachtungen liegen unter 150 (Kiefern und Eichen) bzw. 200 (Buchen und Eichen) Jahren. Die wenigen Beobachtungen oberhalb dieser Schwellenwerte würden zu instabilen Ergebnissen führen. Daher werden Beobachtungen oberhalb der Schwellenwerte gelöscht. Weiterhin wurden Beobachtungen von Bäumen, die zum Beobachtungszeitpunkt jünger als 30 Jahre waren, gelöscht. Hiervon sind etwa 8 % der Beobachtungen betroffen. Zum einen unterscheiden sich die Mortalitätsprozesse dieser jungen Bäume deutlich von den Mortalitätsprozessen der verbleibenden, älteren Bäumen. Weiterhin sind die Beobachtungen dieser jungen Bäume räumlich stark geclustert. Solche Beobachtungen stammen ausschließlich aus HE.

Die Bäume befinden sich auf 2 452 Probeflächen (die Probeflächen werden später in diesem Abschnitt noch genauer erklärt). In Tabelle 2.2 ist die Anzahl untersuchter Probeflächen je Bundesland dargestellt. Es sind hier nur Probeflächen dargestellt, auf denen Bäume wiederholt untersucht worden sind. Die Anzahl untersuchter Probeflächen ist in allen Bundesländern geringer geworden. In Abbildung 2.1 ist die räumliche Verteilung der Probeflächen für vier ausgewählte Jahre dargestellt: 1989 wurden am wenigsten Probeflächen untersucht, 1997 am meisten (vgl. Tabelle 2.2). 1990 sind viele Events zu erwarten, da hier die Stürme „Vivian“ und „Wiebke“ stattgefunden haben. 2015 ist der letzte vorliegende WZE-Durchgang. Es handelt sich um ein systematisches Stichprobendesign. Das Aufnahmeraster schwankt zwischen einem 4-km-Raster (z.B. Harz, 1997, vgl. Abbildung 2.1) und einem 20-km-Raster (z.B. BB, 2015, vgl. Abbildung 2.1). Eine Besonderheit der WZE ist, dass alle Waldbesitzarten untersucht werden, wobei eine Information über den Waldbesitzer für die einzelnen Probeflächen nicht zur Verfügung steht.

Für die Überlebenszeitmodellierung können nur wiederholte Beobachtungen genutzt

Tabelle 2.2: Anzahl untersuchter Probeflächen, auf denen Bäume wiederholt untersucht wurden, über die Aufnahmejahre, nach Bundesländern.

Jahr	BB	SH	ST	NI	HE	MV	Gesamt
1985	0	0	0	459	511	0	970
1986	0	0	0	494	512	0	1 006
1987	0	0	0	158	192	0	350
1988	0	0	0	204	232	0	436
1989	0	0	0	202	118	0	320
1990	0	0	0	513	114	0	627
1991	0	0	0	553	519	0	1 072
1992	397	0	195	225	119	9	945
1993	406	0	198	228	120	59	1 011
1994	414	0	198	555	526	220	1 913
1995	425	0	200	242	154	58	1 079
1996	433	0	201	225	154	59	1 072
1997	432	157	203	581	534	221	2 128
1998	438	158	207	442	184	59	1 488
1999	443	167	210	460	185	62	1 527
2000	447	166	212	459	241	62	1 587
2001	455	155	215	460	191	63	1 539
2002	455	159	216	466	191	64	1 551
2003	464	162	215	468	192	64	1 565
2004	194	168	215	470	193	65	1 305
2005	194	171	216	234	191	66	1 072
2006	195	174	216	234	194	65	1 078
2007	196	168	225	240	190	66	1 085
2008	203	174	223	241	186	66	1 093
2009	0	132	225	247	187	64	855
2010	38	134	227	248	187	63	897
2011	38	174	228	247	187	63	937
2012	38	171	227	247	187	62	932
2013	38	87	228	245	163	61	822
2014	39	112	231	254	165	62	863
2015	39	108	138	257	166	65	773

werden. Es stehen 728 786 wiederholte Beobachtungen der für diese Studie relevanten Baumarten (vgl. Tabelle 2.1) zur Verfügung. Es wurden hierbei nur Beobachtungen ausgewählt, bei denen die vorherige Beobachtung maximal 5 Jahre zurückliegt. Die Beobachtungen stammen von 69 914 Bäumen.

Eine WZE-Probefläche besteht ausgehend vom Probeflächenmittelpunkt aus vier Quadranten (vgl. Abbildung 2.2). An jedem Quadranten werden die räumlich nächsten Bäume der Kraftschen Klasse 1, 2 und 3 (Kraft, 1884) untersucht. Die Anzahl der Bäume, die je Quadrant untersucht worden sind, liegt zwischen sechs und acht. Wobei sich die Anzahl in allen Bundesländern im Laufe der Zeit verringert hat.

In vielen Fällen sind Bäume aus der WZE ausgeschieden, ohne dass ein Event im Sinne dieser Studie beobachtet worden ist (vgl. Abschnitt 1.3). Die drei wichtigsten Ursachen für ein Ausscheiden eines Baumes ohne Event sind: (1.) die Anzahl der untersuchten

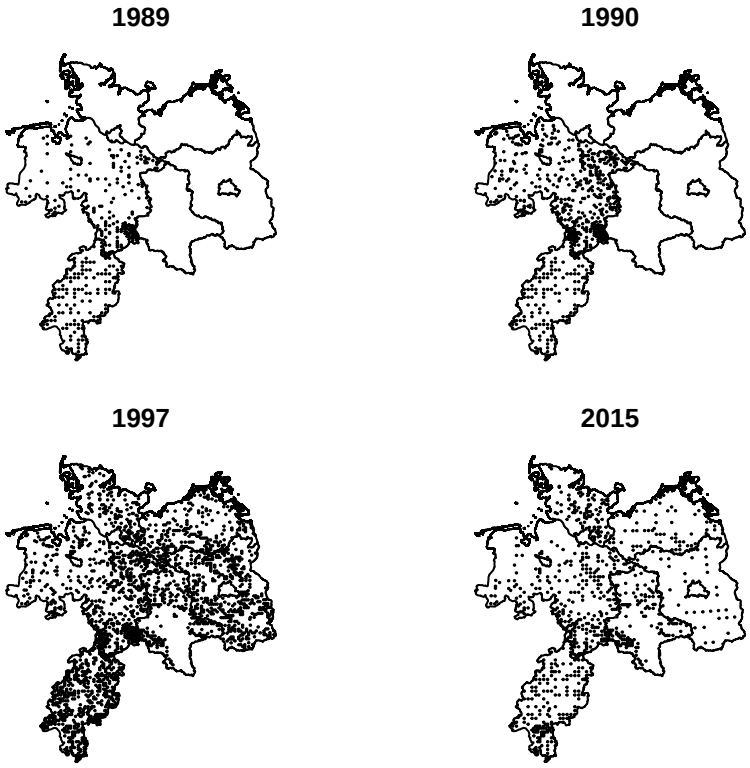

Abbildung 2.1: Verteilung der untersuchten Probeflächen, auf denen Bäume wiederholt untersucht wurden, im Untersuchungsgebiet. 1989 wurden am wenigsten Probeflächen untersucht, 1997 am meisten, 1990 sind viele Events (tote Bäume, natürliche Ursache) zu erwarten, da hier die Stürme „Vivian“ und „Wiebke“ stattgefunden haben. 2015 ist der letzte vorliegende WZE-Durchgang.

Probeflächen wurde reduziert. Hiervon sind 17 781 Bäume betroffen. (2.) Bäume sind planmäßig genutzt worden, hiervon sind 7 093 Bäume betroffen. (3.) Es sind neue Bäume ausgewählt worden. Davon sind 5 814 Bäume betroffen. Für die Auswahl neuer Bäume gibt es zwei Ursachen: Zum einen kann es sein, dass Bäume die bisher aufgenommen worden sind, nicht mehr der Kraftschen Klasse 1-3 angehören. In diesem Fall wird ein weiter entfernter Baum, der der Kraftschen Klasse 1-3 angehört, untersucht. Zum anderen ist es möglich, dass ein Baum, der nahe am Quadrantenmittelpunkt steht, in die Kraftschen Klassen 1-3 einwächst. In diesem Fall wird der Baum der bisher am weitesten vom Quadrantmittelpunkt entfernt steht, nicht mehr aufgenommen.

Eine Besonderheit der WZE stellt die hohe zeitliche Auflösung dar. Die Bäume wurden in vielen Fällen jährlich untersucht (Tabelle 2.3). Hierdurch ist eine sehr genaue Zuordnung zwischen einem Event und bestimmten Ereignissen möglich. In manchen Jahren wurden jedoch nicht alle Probeflächen untersucht. Das erklärt die schwankende Anzahl

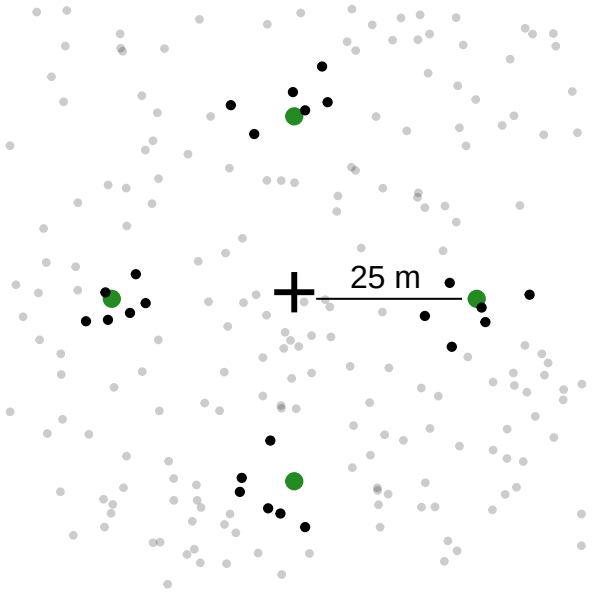

Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des Stichprobendesigns. Die Probeflächen bestehen ausgehend von einem Mittelpunkt (schwarzes Kreuz) aus vier Quadranten (grüne Punkte). An jedem Quadranten werden die räumlich nächsten Bäume (schwarze Punkte) der Kraftschen Klasse 1-3 ausgewählt. Es sind etwa 1 338 Bäume je Hektar dargestellt (graue und schwarze Punkte), das entspricht einem mäßig durchforsteten 55-jährigen Buchenbestand der I. Ertragsklasse nach Ertagstafel (Schober, 1987). In diesem Schema wurden die sechs nächsten Bäume an jedem Trakt ausgewählt.

untersuchter Probeflächen in manchen Bundesländern und manchen Jahren (Tabelle 2.2), zum Beispiel in HE zwischen 1991 und 1997. 1991, 1994 und 1997 wurden jeweils alle Probeflächen untersucht, in den anschließenden zwei Jahren jeweils nur eine Teilmenge (vgl. Tabelle 2.2). Das wiederum erklärt die hohe Zahl an Bäumen, die 1994 und 1997 vor drei Jahren das letzte mal untersucht worden sind (vgl. Tabelle 2.3). Die Gründe dafür, nur eine Teilmenge der Probeflächen zu untersuchen, sind die Kosten der Inventur.

Tabelle 2.3: Anzahl untersuchter Bäume (n Beob.). Anzahl Bäume die erstmals untersucht wurden (n erste Beob.). Anzahl wiederholt untersuchter Bäume ($x = 1$ bis $x = 5$). Die Spaltennamen $x = 1 - 5$ geben die zeitliche Differenz zur letzten Beobachtung des Baumes in Jahren an.

			Anzahl wiederholt untersuchter Bäume nach x Jahren				
Jahr	n Beob.	n erste Beob.	x=1	x=2	x=3	x=4	x=5
1984	27 777	27 777	0	0	0	0	0
1985	28 259	1 463	26 796	0	0	0	0
1986	28 161	732	27 429	0	0	0	0
1987	9 575	174	9 401	0	0	0	0
1988	12 107	540	7 780	3 757	30	0	0
1989	8 834	703	8 131	0	0	0	0
1990	15 721	1 982	8 376	24	0	5 339	0
1991	46 288	19 215	15 059	95	3 435	1 275	7 209
1992	26 075	1 708	24 335	0	0	0	32
1993	30 137	4 424	25 660	21	0	32	0
1994	50 932	2 815	29 210	17	18 890	0	0
1995	27 856	622	27 219	7	0	8	0
1996	30 462	3 428	27 005	29	0	0	0
1997	53 873	2 304	29 942	359	21 232	36	0
1998	36 067	1 014	35 046	5	1	1	0
1999	36 066	613	35 376	75	0	0	2
2000	38 196	1 017	35 464	4	1 710	1	0
2001	36 238	585	35 624	2	27	0	0
2002	36 540	849	35 463	67	24	47	90
2003	36 670	780	35 841	49	0	0	0
2004	29 212	714	28 401	0	0	97	0
2005	24 345	639	23 681	25	0	0	0
2006	24 735	846	23 889	0	0	0	0
2007	24 914	887	24 017	10	0	0	0
2008	24 760	681	23 927	117	0	0	35
2009	19 936	1 130	18 805	1	0	0	0
2010	20 078	424	19 601	21	0	32	0
2011	20 828	608	19 449	0	771	0	0
2012	19 307	405	18 902	0	0	0	0
2013	17 718	886	16 832	0	0	0	0
2014	17 847	430	17 413	4	0	0	0
2015	16 607	1 322	15 281	4	0	0	0

2.2 Beschreibung des Standortes

Ein zentrales Ziel dieser Arbeit ist es, Zusammenhänge zwischen der Mortalitätswahrscheinlichkeit und dem Standort herauszuarbeiten. Der Standort wird in dieser Studie durch das Geländerelief und das Klima beschrieben. Das Geländerelief wird durch die Höhe über dem Meeresspiegel (HNN) und den Topex charakterisiert.

Der Topex beschreibt die Exposition einer Probefläche. Der Topex ist die Summe der maximalen Winkel zur Oberfläche in die acht Haupthimmelsrichtungen, innerhalb einer

bestimmten Distanz (Scott und Mitchell, 2005). Üblicherweise wird diese Maximaldistanz auf 1 bis 3 km festgesetzt. Wenn sich eine Probefläche in einem Tal befindet, ist der Topex positiv, wenn sich die Probefläche auf einem Berg befindet, ist der Topex negativ.

Klimaparameter

Neben dem Geländerelief wird der Standort in dieser Arbeit durch das Klima beschrieben. In einem Teilprojekt des „DSS-Riskman“[1] Projektes ist die Niederschlagssumme und die mittlere Temperatur für die WZE-Probeflächen in täglicher Auflösung regionalisiert worden. Die Regionalisierung wurde auf Basis von Daten des Deutschen Wetterdienstes (DWD) vorgenommen. Es standen für den Niederschlag ca. 900 Stationen und für die Temperatur ca. 200 Stationen zur Verfügung. Die Stationen stammen aus einem Buffer von wenigen Kilometern um das Untersuchungsgebiet. Es kam hierbei ein gewöhnliches Kriging für den Niederschlag und ein penalisiertes generalisiertes additives Regressionsmodell Modell (vgl. Abschnitt 3.1) für die Temperatur zum Einsatz. Bei der Regionalisierung der Temperatur wurde zusätzlich die HNN berücksichtigt. Die Regionalisierung der Klimadaten ist nicht veröffentlicht.

Die für die WZE-Probeflächen regionalisierten Klimadaten in täglicher Auflösung wurden für die Vegetationsperiode aufsummiert. Die Vegetationsperiode wurde nach Menzel (1997) berechnet.

Windrichtung

Als weitere Kovariable steht die Windrichtung zur Verfügung. Die Messungen stammen vom DWD. Gemessen wurde die Windrichtung, wenn die Windgeschwindigkeit der letzten 10 Minuten einer Stunde über Windstärke 9 betrug (ca. 20 m/s). In diesem Fall ist der Mittelwert für die entsprechende Stunde dokumentiert. Es liegen deutschlandweit 156 Stationen vor, an denen zwischen 1985 und 2013 mindestens eine Windrichtung dokumentiert wurde. Für 2014 und 2015 liegen keine Messungen vor.

Die Windrichtung für die WZE-Probeflächen soll regionalisiert werden. Für diese räumliche Interpolation wurden DWD-Stationen genutzt, die in einem Buffer von 50 km um das Untersuchungsgebiet lagen (vgl. Abbildung 2.4). In diesem Gebiet befinden sich 83 Stationen. Die Windrichtung wurde in diesem Gebiet 21 698 mal dokumentiert. Wobei sehr viele Beobachtungen von relativ wenigen Stationen kommen. So kommen 20 390 Beobachtungen von nur sechs Stationen (vgl. Abbildung 2.4).

Da die Daten der WZE jährlich aufgelöst sind, ist theoretisch eine jährliche Interpolation der Windrichtung möglich. Die Anzahl der Stationen für die in den einzelnen Jahren Beobachtungen vorliegen, ist in den einzelnen Jahren allerdings gering. So gibt es lediglich sieben Jahre mit mehr als 20 Stationen für die Beobachtungen in dem entsprechenden Jahr vorliegen (1984, 1986, 1990, 1992, 1993, 2002, 2007). Weiterhin sind

[1] Entscheidungsunterstützungssystem zur Verteilung und Begrenzung von Risiken für die Forstwirtschaft vor dem Hintergrund des Klimawandels, Förderung im Rahmen der Fördermaßnahme des Waldklimafonds: Bundesministerium für Ernährung und Landwirtschaft Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz, Bau und Reaktorsicherheit Förderkennzeichen: 28WB401501

die Beobachtungen in den einzelnen Jahren räumlich geclustert, dadurch gibt es große Gebiete, in denen keine Beobachtungen für die einzelnen Jahre vorliegen. Daher wird ein Modell erstellt, dass die globale Windrichtung über den gesamten Zeitraum schätzt.

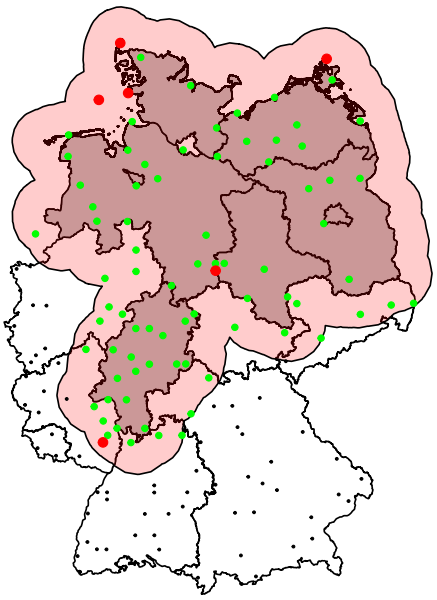

Abbildung 2.3: Lage der Stationen des Deutschen Wetterdienstes in Deutschland, an denen die Windrichtung dokumentiert wurde. Dunkle Fläche: Untersuchungsgebiet, rotes Polygon: Buffer (50 km um das Untersuchungsgebiet), innerhalb dessen Stationen zur räumlchen Interpolation ausgewählt wurden (grüne Punkte). Ca. 94 % der Beobachtungen kommen von den rot gekennzeichneten Punkten (Betrachtung nur innerhalb des Buffers).

Für die Stationen wird die mittlere Windrichtung über alle Jahre berechnet. Hierbei werden die Vektoren, die den Wind beschreiben, addiert. Die Länge des Vektors gibt die Windgeschwindigkeit an. Anschließend wird die Richtung des resultierenden Vektors bestimmt. In Abbildung 2.4 sind die einzelnen Beobachtungen, sowie die mittlere Windrichtung für vier ausgewählte Stationen dargestellt. Die mittlere Windrichtung repräsentiert die einzelnen Beobachtungen in der Regel gut.

Betrachtet man die räumliche Verteilung der Windrichtungen, erkennt man, dass der Wind hauptsächlich aus Südwest kommt (Abbildung 2.5). Weiterhin erkennt man eine schwache räumliche Autokorrelation. Zusätzlich ist eine räumliche Clusterung der Stationen zu erkennen. Im Gegenzug gibt es im Bereich von der Lüneburger Heide bis in den nördlichen Teil von Sachsen-Anhalt keine Beobachtungen. Wobei aus den Daten keine Aussage darüber getroffen werden kann, ob dies durch die Tatsache begründet ist, dass hier wenige Stationen liegen oder dass die Windgeschwindigkeit in diesem Gebiet gering ist.

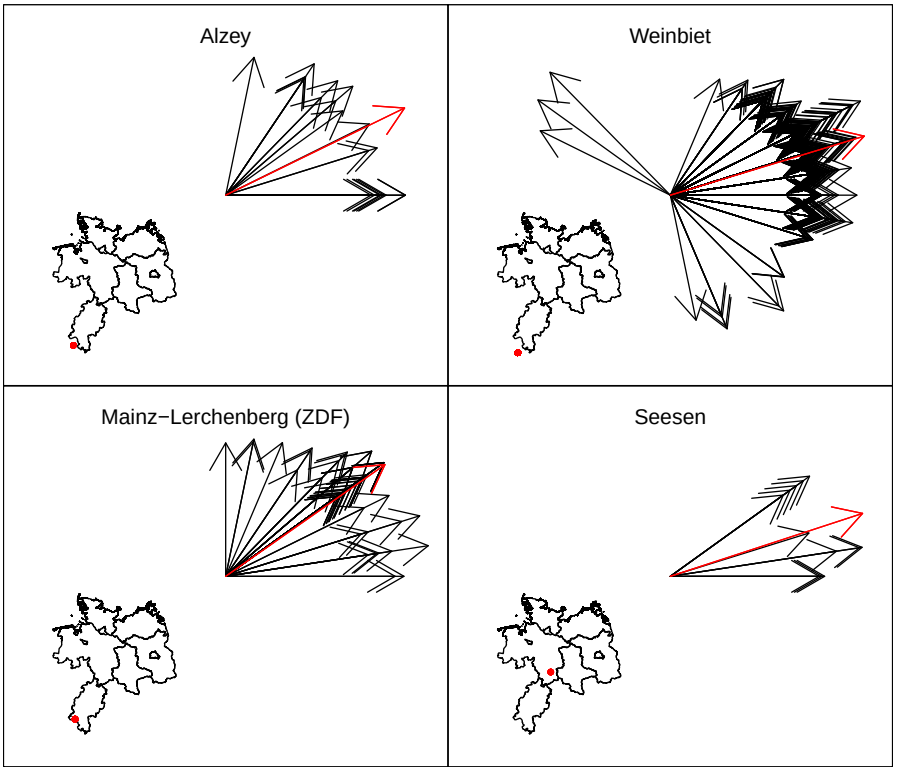

Abbildung 2.4: Beobachtete Windrichtung an vier ausgewählten Stationen (schwarze Pfeile, wobei teilweise mehrere Pfeile übereinander liegen). Die Länge der schwarzen Pfeile repräsentiert die Windgeschwindigkeit. Rote Pfeile: Mittlere Windrichtung.

Auch die Höhe über dem Meeresspiegel (HNN) soll verwendet werden, um die Windrichtung zu beschreiben. Ein Problem hier ist jedoch, dass sich nur wenige Stationen, die zur Modellierung verwendet werden sollen, in höheren Lagen befinden. So liegen nur drei Stationen über 800 m (Kleiner Feldberg Taunus (805 m), Wasserkuppe (921 m), Brocken (1142 m)).

In Abbildung 2.5 ist die Windrichtung in Abhängigkeit von der HNN dargestellt. Es ist auch in dieser Grafik zu erkennen, dass der Wind hauptsächlich aus Westen kommt. Weiterhin erkennt man, dass der Wind ab einer Höhe von über 500 m etwas weiter aus dem Norden kommt.

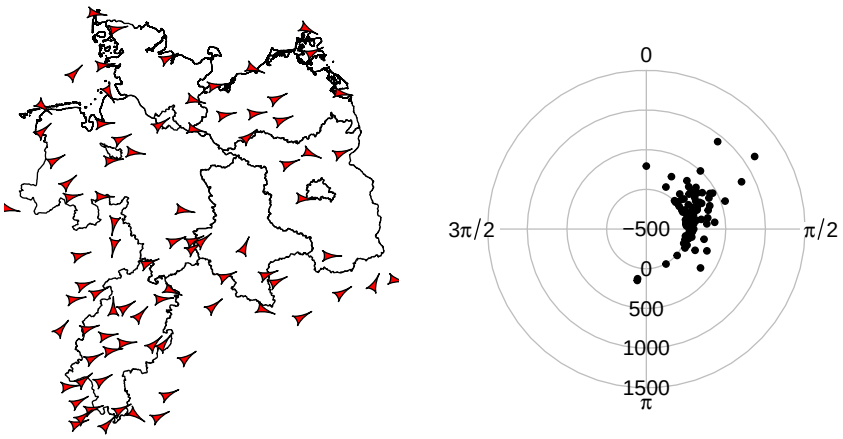

Abbildung 2.5: Mittlere Windrichtungen der einzelnen Stationen über den gesamten Untersuchungszeitraum (1984-2013). Links ist die räumliche Verteilung der Windrichtungen dargestellt. Rechts ist die Windrichtung in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel dargestellt.

3 Modellierung von Kovariablen für die Überlebenszeitmodelle

Das Übergeordnete Ziel dieser Arbeit ist es es die Überlebenswahrscheinlichkeit auf Einzelbaumebene in Abhängigkeit von dem Standort zu modellieren. Der Standort wird durch Klimavariablen und das Geländerelief beschrieben. Die Klimavariablen Temperatur und Niederschlag wurden in einem anderen Teilprojekt des „DSS-Riskman“ Projektes regionalisiert. Schmidt *et al.* (2010) haben die Auswirkung des Sturms „Lothar“ in Baden-Württemberg untersucht. In dieser Arbeit wurde der Topex in Abhängigkeit von der Windrichtung modifiziert. Der Topex soll in dieser Arbeit ähnlich modifiziert werden. In Abschnitt 3.1 werden Modelle zur Regionalisierung der Windrichtung vorgestellt.

Die Einzelbaummortalität hängt neben dem Standort maßgeblich von der Baumdimension ab. Diese soll in dieser Arbeit durch den Baumdurchmesser und die Baumhöhe beschrieben werden. Diese beiden Größen wurden nicht bei jeder WZE-Aufnahme gemessen. Die Modellierung der Baumdimension für die WZE-Messungen wird im Abschnitt 3.2 beschrieben.

3.1 Regionalisierung der Windrichtung

In diesem Abschnitt wird die Windrichtung modelliert, um geeignete Topex-Kombinationen für die WZE-Probeflächen bei der Modellierung der Überlebenswahrscheinlichkeit (vgl. Abschnitt 4) berücksichtigen zu können. Es werden nichtparametrische Verfahren (k-NN Methoden, Abschnitt 3.1.1) und semiparametrische Methoden (Abschnitt 3.1.2) angewendet. Offensichtlich hat die HNN einen Einfluss auf die Windrichtung, darüber hinaus weisen die Windrichtungen eine schwache räumliche Autokorrelation auf (Abbildung 2.5). Da die HNN stark räumlich autokorreliert ist, ist es fraglich, ob beide Einflüsse abgebildet werden können.

Regressionsmodelle für zirkuläre Daten wurden in verschiedenen Anwendungen genutzt. Zum Beispiel aus dem naturwissenschaftlichen Bereich (Mackenzie, 1957; Rivest, 1997) oder aus dem medizinischen Bereich (Hrushesky, 1985; Lowrey *et al.*, 2000; Shearman *et al.*, 2000). Es werden in der Literatur verschiedene Methoden vorgestellt, um zirkulär verteilte Variablen zu modellieren; nichtparametrische Methoden (zum Beispiel Mardia, 1975) und parametrische Methoden (zum Beispiel Fisher, 1996; Downs und Mardia, 2002).

3.1.1 k-NN Methoden

Eine Erweiterung der Berechnung des Mittelwertes stellen Nächste-Nachbar-(k-NN)-Verfahren dar. Hier werden die euklidischen Distanzen zwischen einem Zielpunkt $s_{\hat{y}}$, an dem eine Vorhersage $\hat{y}$ gemacht werden soll, und Lokalisationen, an denen eine Beobachtung der Zielvariable y vorliegt, berechnet. Es werden dann k Beobachtungen aus der Nachbarschaft ($N(s_{\hat{y}})$) ausgewählt. Schließlich wird der Mittelwert der Zielvariable dieser Beobachtungen berechnet.

$$\hat{y} = \frac{1}{k} \sum_{i \in N(s_{\hat{y}})} y_i \tag{3.1}$$

Da y zirkulär verteilt ist, muss Gleichung 3.1 modifiziert werden. Zum Beispiel ist der Mittelwert von 0.05 und $(2\pi - 0.05)$ nach Gleichung 3.1 π, erwartet würde jedoch ein Ergebniss von 0 oder 2π. Die Berechnung von $\hat{y}$ wird daher modifiziert (Fisher, 1996).

$$\hat{y} = \begin{cases} \operatorname{atan}\left(\frac{gk}{ak}\right) & \text{wenn} \quad (ak \geq 0 \quad \wedge \quad gk \geq 0) \quad \vee \quad (ak \geq 0 \quad \wedge \quad gk \leq 0) \\ \operatorname{atan}\left(\frac{gk}{ak}\right) + \pi & \text{wenn} \quad (ak < 0 \quad \wedge \quad gk > 0) \quad \vee \quad (ak < 0 \quad \wedge \quad gk < 0) \end{cases} \tag{3.2}$$

mit

$$ak = \frac{1}{k} \sum_{i \in N(s_{\hat{y}})} \cos(y_i)$$

$$gk = \frac{1}{k} \sum_{i \in N(s_{\hat{y}})} \sin(y_i)$$

Eine Erweiterung stellt die Gewichtung in Abhängigkeit von der Distanz dar. Beobachtungen, die räumlich näher liegen, werden stärker gewichtet. Hierfür werden Gewichte für die Beobachtungen aus $N(s_{\hat{y}})$ berechnet.

$$w_i = \frac{d_i^{-p}}{\sum_{j=1}^{k} d_j^{-p}} \qquad i \in N(s_{\hat{y}}) \tag{3.3}$$

p steuert wie schnell w_i mit zunehmender Distanz (d_i) kleiner wird. Durch die Normierung mit $\sum_{j=1}^{k} d_j^{-p}$ gilt $\sum_{j=1}^{k} w_j = 1$. Damit ergibt sich

$$\hat{y} = \sum_{i \in N(s_{\hat{y}})} w_i y_i.$$

Wobei auch dieser Schätzer aufgrund der zirkulären Verteilung der Zielvariable, ähnlich

wie Schätzer 3.1, modifiziert werden muss.

$$ak = \sum_{i \in N(s_{\hat{y}})} w_i \cos(y_i)$$
$$gk = \sum_{i \in N(s_{\hat{y}})} w_i \sin(y_i)$$

$\hat{y}$ wird weiterhin nach Gleichung 3.2 berechnet. Das zuvor vorgestellte einfache k-NN Verfahren, das alle k Nächsten Nachbarn gleich gewichtet (Gleichung 3.1), kann als Sonderfall von Gleichung 3.3 mit $p = 0$ betrachtet werden.

Die HNN ist in diesem räumlichen Vorhersageverfahren nicht direkt berücksichtigt. Da die HNN jedoch eine starke räumliche Autokorrelation aufweist, werden die Lokalisationen aus der Nachbarschaft eine ähnliche HNN aufweisen wie der Zielpunkt. Dadurch spielt die HNN zumindest indirekt eine Rolle. Die HNN könnte auch direkt berücksichtigt werden, indem als Distanz zwischen einem Mess- und Zielpunkt die absolute HNN-Differenz benutzt würde. Jedoch ist zu erwarten, dass die euklidische Distanz deutlich mehr Variabilität erklärt als die absolute Abweichung der HNN.

3.1.2 Parametrische Methoden zur Modellierung der Windrichtung

In diesem Abschnitt wird ein Regressionsmodell zur Vorhersage der Windrichtung vorgestellt. Zunächst wird die Likelihood hergeleitet. Danach wird die flexible Modellierung des Einflusses der HNN durch univariate penalisierte Splines (P-Splines) vorgestellt. Im Folgenden wird die Modellierung der räumlichen Autokorrelation der Windrichtung durch bivariate Glättung durch Tensorprodukt P-Splines eingeführt. Schließlich wird vorgestellt, wie die HNN und die räumliche Autokorrelation gleichzeitig durch ein strukturiert additives Regressionsmodell (STAR-Modell) berücksichtigt werden können.

Verteilungsannahme

Es wird unterstellt, dass die Windrichtungen einer von Mises Verteilung folgen. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist

$$f(y|\mu, \kappa) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \exp(\kappa \cdot cos(y - \mu)). \tag{3.4}$$

Wobei $I_0(\kappa)$ die modifizierte Bessel Funktion

$$I_0(\kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(\kappa \cos(\theta)) d\theta$$

darstellt. Die Parameter μ und κ beschreiben in Analogie zur Normalverteilung die Lage bzw. die Variabilität der Daten. Allerdings werden die Daten mit abnehmendem κ variabler, daher ist $1/\kappa$ analog zu σ^2.

Parameterschätzung

Die Parameter, die die Daten beschreiben, allgemein $\boldsymbol{\vartheta}$, können durch die Maximum Likelihood Methode ermittelt werden. Bei der von Mises Verteilung sind die Parameter $\boldsymbol{\vartheta} = (\mu, \kappa)'$. Es wird zunächst davon ausgegangen, dass die Daten unabhängig sind und alle derselben Verteilung folgen (independent and identically distributed, i.i.d.). Der Parametervektor $\boldsymbol{\vartheta}$ einer Verteilung, der die Daten optimal beschreibt, maximiert die Likelihood

$$\hat{\boldsymbol{\vartheta}}_{\mathrm{ML}} = \arg\max_{\boldsymbol{\vartheta}} L(\boldsymbol{\vartheta}).$$

Durch die Unabhängigkeitsannahme ist die Likelihood das Produkt der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen

$$L(\boldsymbol{\vartheta}) = \prod_{i=1}^{n} f_{\boldsymbol{\vartheta}}(y_i). \tag{3.5}$$

Wobei n der Stichprobenumfang ist.

Bei der Maximierung der Likelihood treten in vielen Fällen Schwierigkeiten auf. Bereits die Berechnung der Likelihood ist bei einem großen Stichprobenumfang nicht trivial. So ist der Zahlenwert von $f_{\boldsymbol{\vartheta}}(y_i)$ in der Regel nahe bei 0. Die Multiplikation von vielen Zahlen die nahe bei 0 liegen kann zu numerischen Schwierigkeiten führen. Eine generelle Aussage darüber, ab wievielen Zahlen numerische Probleme auftreten können, ist schwierig. Es hängt davon ab, wie $\boldsymbol{\vartheta}$ und die beobachteten Werte zusammenpassen. Weiterhin spielt die verwendete Hard- und Software eine Rolle (Held, 2008).

Wenn der Hochpunkt analytisch bestimmt werden soll, muss die Likelihood nach $\boldsymbol{\vartheta}$ abgeleitet werden und diese Funktion Null gesetzt werden. Durch die multiplikative Struktur der Likelihood muss die Produktregel in der Regel n-mal angewendet werden. Auch wenn die resultierende Funktion nichtlinear ist und daher keine analytische Lösung möglich ist, wird für die numerische Bestimmung des Hochpunktes teilweise die Ableitung der Funktion benötigt (z.B. Newton-Raphson-Verfahren).

Eine monoton steigende Transformation einer Funktion, wie die Log-Transformation, hat an derselben Position die Extrempunkte. Daher wird in den meisten Fällen die Log-Likelihood ($l(\boldsymbol{\vartheta})$) maximiert. Durch diese Transformation sind die Elemente additiv ver-

knüpft. Diese Struktur ist analytisch und numerisch erheblich einfacher zu handhaben.

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\vartheta}}_{\mathrm{ML}} &= \arg\max_{\boldsymbol{\vartheta}} L(\boldsymbol{\vartheta}) \\ &= \arg\max_{\boldsymbol{\vartheta}} \log(L(\boldsymbol{\vartheta})) \\ &= \arg\max_{\boldsymbol{\vartheta}} \log\left(\prod_{i=1}^{n} f_{\boldsymbol{\vartheta}}(y_i)\right) \\ &= \arg\max_{\boldsymbol{\vartheta}} \sum_{i=1}^{n} \log(f_{\boldsymbol{\vartheta}}(y_i)) \\ &= \arg\max_{\boldsymbol{\vartheta}} l(\boldsymbol{\vartheta})\end{aligned}$$

Der Maximum Likelihood (ML)-Schätzer ist asymptotisch unverzerrt und konsistent. Weiterhin ist der ML-Schätzer asymptotisch normal verteilt. Wobei die negative zweite Ableitung der $l(\boldsymbol{\vartheta})$, die Fisher Information ($F(\boldsymbol{\vartheta})$), ein Maß für die Variabilität der Schätzung von $\boldsymbol{\vartheta}$ ist.

$$\hat{\boldsymbol{\vartheta}} \overset{a}{\sim} N(\boldsymbol{\vartheta}, (F(\hat{\boldsymbol{\vartheta}}))^{-1}) \tag{3.6}$$

Es kann weiterhin gezeigt werden, dass für einen unverzerrten Schätzer für einen Skalar ϑ gilt: $\mathrm{Var}(\hat{\vartheta}) \geq (F(\vartheta))^{-1}$. Wenn $\boldsymbol{\vartheta}$ ein Vektor ist, ist $\mathrm{Cov}(\hat{\boldsymbol{\vartheta}}) - (F(\boldsymbol{\vartheta}))^{-1}$ positiv semi-definit (Cramer-Rao Ungleichung). Damit ist der ML-Schätzer auch asymptotisch effizient (Held, 2008; Fahrmeir *et al.*, 2013).

Modellierung des Lageparameters der von Mises Verteilung

Nun kann ein oder mehrere Parameter aus dem Vektor $\boldsymbol{\vartheta}$ durch eine Funktion in Abhängigkeit von Kovariablen beschrieben werden. Ein Element ϑ_j aus $\boldsymbol{\vartheta}$ kann zum Beispiel durch ein lineares Regressionsmodell

$$\vartheta_{ij} = h(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \tag{3.7}$$

beschrieben werden. Wobei Index i die Beobachtung ($i = 1, \ldots, n$) und Index j den Parameter ($j = 1, \ldots, p$) beschreibt. Die Funktion h stellt sicher, dass $\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}$ auf einen für den Parameter ϑ_j gültigen Wertebereich transformiert wird.

Ein Regressionsmodell, das die Koeffizienten einer von Mises Verteilung modelliert, ist in keiner gängigen Statistik-Software implementiert. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit ein ML-Schätzer entwickelt. Gleichung 3.5 wird dafür in Abhängigkeit von $\boldsymbol{\beta}$ maximiert. Es gilt dann

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} \overset{a}{\sim} N(\boldsymbol{\beta}, (F(\hat{\boldsymbol{\beta}}))^{-1}). \tag{3.8}$$

In dieser Arbeit ist es zunächst von Interesse die Lage, also μ, zu modellieren. Es ergibt

sich dann folgender Ausdruck für die log-Likelihood

$$l(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \left(-log(2\pi I_0(\kappa)) + \kappa \cdot cos(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \right). \tag{3.9}$$

Die Funktion h (vgl. Gleichung 3.7) fällt weg, da es keine Einschränkung hinsichtlich des Wertebereiches für μ gibt. Da nur $\boldsymbol{\beta}$ geschätzt werden soll, vereinfacht sich die zu maximierende Funktion weiter

$$\arg\max_{\boldsymbol{\beta}} l(\boldsymbol{\beta}) = \arg\max_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{i=1}^{n} \left(\kappa \cdot cos(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \right).$$

Da κ positiv ist gilt

$$\arg\max_{\boldsymbol{\beta}} l(\boldsymbol{\beta}) = \arg\max_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{i=1}^{n} \left(cos(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \right). \tag{3.10}$$

Die Fisher Information ist

$$F(\boldsymbol{\beta}) = -\frac{\delta^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\delta\boldsymbol{\beta}\delta\boldsymbol{\beta}'} = \kappa \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_i}\boldsymbol{x_i'} cos(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}). \tag{3.11}$$

Als Kovariablen stehen, wie bereits am Anfang von Kapitel 3.1 beschrieben, die HNN und die räumliche Lage zur Verfügung. Wobei die räumliche Lage durch einen Vektor aus zwei Koordinaten, Rechtswert und Hochwert $(\mathrm{RW}_i, \mathrm{HW}_i)'$, beschrieben wird. Der Einfluss der Kovariablen auf den Lageparameter der von Mises Verteilung soll durch flexible Funktionen modelliert werden. Der Einfluss der HNN soll durch univariate penalisierte Splines (P-Splines) modelliert werden. Die Modellierung des Einflusses der räumlichen Lage soll durch einen bivariaten P-Spline erfolgen. Methodisch baut der bivariate Spline auf dem univaraten Spline auf. Daher wird zunächst die Berücksichtigung der HNN vorgestellt. Darauf aufbauend wird die Berücksichtigung der räumlichen Koordinate vorgestellt. Schließlich werden strukturiert additive Regressionsmodelle eingeführt, um die HNN und die räumliche Information gleichzeitig berücksichtigen zu können.

Univariate Glättung durch penalisierte Splines (P-Splines)

Aufbau der Designmatrix $\boldsymbol{X}$

Die Modellierung einer Kovariable mittels P-Splines wird als semiparametrische Regression bezeichnet. Diese kann als Kompromiss zwischen einem komplett parametrischen Modell und einem nichtparametrischen Modell gesehen werden. Das semiparametrische Modell ist wie das parametrische Modell von Regeressionskoeffizienten abhängig. Die Anzahl der Regeressionskoeffizienten ist im semiparametrischen Modell jedoch in der Regel höher. Weiterhin können die Regressionskoeffizenten im semiparametrischen Modell nicht separat interpretiert werden (Fahrmeir *et al.*, 2013). Das Ergebniss der semiparametri-

schen Regression ist eine Funktion in Abhängigkeit von der Kovariable. Diese kann in der Form eines linearen Regressionsmodells

$$f(x_i) = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \tag{3.12}$$

dargestellt werden.

Als Kovariable steht zunächst die HNN zur Verfügung. Augenscheinlich verändert sich die Windrichtung mit zunehmender HNN etwas (vgl. Abbildung 2.5). Der Parameter μ der von Mises Verteilung soll in Abhängigkeit von der HNN flexibel modelliert werden. Die Designmatrix $\boldsymbol{X}$ (Gleichung 3.7) wird mithilfe von B-Spline Basen aufgebaut.

Zur Erstellung der auf B-Splines basierenden Designmatrix werden die Daten anhand der Kovariable x, hier HNN, unterteilt. Die Grenzen stellen Knoten ($\boldsymbol{K}$) dar. B-Splines können rekursiv definiert werden. Ein B-Spline vom Grad l basiert auf einem B-Spline vom Grad $l-1$

$$B_j^{(l)}(x_i) = \frac{x_i - K_{j-l}}{K_j - K_{j-l}} B_{j-1}^{(l-1)}(x_i) \frac{K_{j+l} - x_i}{K_{j+1} - K_{j+1-l}} B_j^{(l-1)}(x_i). \tag{3.13}$$

Ein B-Spline vom Grad $l = 0$ ist als

$$B_j^{(0)}(x_i) = \mathbb{1}_{[K_j, K_{j+1}]}$$

definiert. Damit die Basen in dem Bereich, in dem Beobachtungen vorliegen, ordnungsgemäß aufgebaut werden, werden noch l äußere Knoten links von $\min(x)$ und l außere Knoten rechts von $\max(x)$ benötigt. Als Designmatrix erhält man

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} B_1^{(l)}(x_1) & \dots & B_d^{(l)}(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ B_1^{(l)}(x_n) & \dots & B_d^{(l)}(x_n) \end{pmatrix}. \tag{3.14}$$

Für den Aufbau der Designmatrix durch B-Splines wird das R-Paket `splines` (R Core Team, 2016) verwendet.

Penalisierung

Der Grad der Basen, die Anzahl der Basen sowie die Lage der Knoten steuern die Flexibilität der Funktion $f(x)$. Wobei die Anzahl der Basen und die Lage der Knoten einen deutlich größeren Einluss auf die Flexibilität der Funktion haben als der Grad der Basen. Grundsätzlich soll $f(x)$ flexibel genug sein, um die Daten zu beschreiben, jedoch nicht flexibler als notwendig.

Die Steuerung der Flexibilität durch die drei Parameter ist schwierig, da es sehr viele Möglichkeiten gibt, diese zu kombinieren. Daher wird eine Penalisierung eingeführt. Auch durch die Penalisierung wird die Flexibilität der Funktion gesteuert, indem die Flexibilität der Funktion bestraft wird. Das Ausmaß der Bestrafung wird durch einen weiteren Parameter (λ) gesteuert. Die Flexibilität der Funktion wird jetzt nur noch durch einen

Parameter gesteuert. Die Bestimmung der optimalen Flexibilität ist dadurch deutlich einfacher. Es ist daher ausreichend die Knoten gleichmäßig zu verteilen. Die Funktion kann durch die Penalisierung nur glatter werden, daher sollte die Anzahl der Knoten so gewählt werden, dass die Funktion ohne Penalisierung flexibler als notwendig ist.

Gleichung 3.10 wird um einen Penalisierungsterm erweitert, der nur noch von einem Parameter λ abhängt

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ML}} = \arg\max_{\boldsymbol{\beta}} \left(\sum_{i=1}^{n} cos(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - \lambda \cdot \mathrm{pen}(f) \right). \tag{3.15}$$

λ steuert wie viel Einfluss die Penalisierung hat.

Ein Maß für die Rauheit einer Funktion ist die zweite Ableitung. Damit sich Krümmungen in unterschiedliche Richtungen nicht aufheben, wird das Quadrat der zweiten Ableitung gebildet. Um eine einzelne Zahl zu erhalten, die die Rauheit der gesamten Funktion beschreibt, wird schließlich das Integral von dem Ausdruck gebildet

$$\mathrm{pen}(f) = \int \left(\frac{\delta^2 f(x)}{(\delta x)^2} \right)^2 dx$$

(Wood, 2006). Für B-Splines existiert eine einfache Approximation für $\mathrm{pen}(f)$

$$\mathrm{pen}(f) = \boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{K}\boldsymbol{\beta} \tag{3.16}$$

(vgl. Wood, 2006). Hier wird die Unterschiedlichkeit von benachbarten Regressionskoeffizienten betraft. Die Strafmatrix $\boldsymbol{K}$ der Dimension $d \times d$

$$\boldsymbol{K}_l = \boldsymbol{D}_l'\boldsymbol{D}_l \tag{3.17}$$

kann durch eine Differenzenmatrix $\boldsymbol{D}$ der Dimmension $(d-1) \times d$ aufgebaut werden. Wobei d die Spaltenzahl von $\boldsymbol{X}$ ist. $\boldsymbol{D}_l$ kann rekursiv

$$\boldsymbol{D}_l = \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{D}_{l-1}$$

mit

$$\boldsymbol{D}_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & & \\ & -1 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & -1 \quad 1 \end{pmatrix}$$

aufgebaut werden. Das optimale λ kann durch eine Kreuzvalidierung geschätzt werden.

Die Freiheitsgrade des Modells lassen sich durch

$$\mathrm{spur}(F(\boldsymbol{\beta}) - (F(\boldsymbol{\beta}) + \lambda\boldsymbol{K})^{-1}))$$

berechnen (Fahrmeir *et al.*, 2004).

Erstellen einer Designmatrix ohne Interzept

Beim Aufbau der Designmatrix ist zu beachten, dass ein Interzept nicht extra durch eine Spalte Einsen berücksichtigt werden muss. Das Interzept ergibt sich, wenn alle Koeffizienten gleich sind, weil sich die B-Spline-Basis für jeden festen Kovariablenwert zu eins addiert (Zerlegung der Einheit)

$$\sum_{j=1}^{d} B_j(x_i) = 1.$$

Für das später vorgestellte STAR-Modell ist es jedoch notwendig eine Funktion ohne Interzept zu schätzen.

Eine einfache Möglichkeit die Designmatrix so aufzubauen, dass kein Interzept geschätzt wird, ist die Designmatrix zu zentrieren. Hierbei wird spaltenweise der arithmetische Mittelwert abgezogen. Die Funktion wird jetzt nicht mehr an die orginalen Daten angepasst, sondern an die zentrierten Daten. Die ursprüngliche Funktion wird parallel in den Koordinatenursprung verschoben. Für das STAR-Modell ist dieses Vorgehen ausreichend, jedoch hat die Designmatrix durch diese Transformation keinen vollen Spaltenrang mehr. Daher kann die Fisher Information (vgl. Gleichung 3.11) nicht mehr invertiert werden. Die Verteilung von $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ (vgl. Gleichung 3.8) kann daher nicht bestimmt werden. Die Bestimmung der Verteilung von $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ist zum Beispiel notwendig, um Konfidenzintervalle für $f(x)$ (vgl. Gleichung 3.12) zu berechnen, oder um lineare Hypothesen zu testen.

Durch eine andere Reparametrisierung kann der nichtlineare Anteil

$$\tilde{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{D}_l'(\boldsymbol{D}_l\boldsymbol{D}_l')^{-1} \tag{3.18}$$

und der lineare Anteil

$$(\mathbf{1}, \boldsymbol{x})$$

getrennt werden. Die Verwendung der reparametrisierten Designmatrix $\boldsymbol{Z}$

$$\boldsymbol{Z} = (\mathbf{1}, \boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{X}})$$

führt mit einem bestimmten λ zur selben Anpassung als wenn $\boldsymbol{X}$ verwendet würde.

Eine Schätzung ohne Interzept erhält man durch Verwendung von

$$(\boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{X}})$$

als Designmatrix. Diese Matrix hat vollen Spaltenrang (Gray, 1992).

Schätzen von $\boldsymbol{\beta}$

Analytisch könnte der ML-Schätzer durch Ableiten nach $\boldsymbol{\beta}$ und Nullsetzen von Gleichung 3.15 ermittelt werden. Da diese sogenannte Score Funktion jedoch nichtlinear ist, gibt es keine Lösung in geschlossener Form.

Bei der numerischen Lösung ist zu beachten, dass es durch die zirkuläre Struktur der Daten einen maximal möglichen Abstand zwischen einer Beobachtung und der Vorhersage für diese Beobachtung gibt (π). Hierdurch können Probleme bei der numerischen Maximierung der Likelihood auftreten.

Dies soll beispielhaft dargestellt werden. Betrachten wir zunächst den einfachen Fall, dass nur μ geschätzt werden soll. Wenn zwei Beobachtungen vorliegen $\boldsymbol{y} = (1, 2)'$, so ist ein guter, intuitiver Schätzer $\hat{\mu} = 1.5$. Der Punkt, der den maximalen Abstand zu diesem Schätzer hat ist $\tilde{\mu} = 1.5 + \pi$. Erhöht man $\tilde{\mu}$ weiter, verringert sich der Abstand wieder. Bis der Abstand zwischen $\tilde{\mu}$ und $\hat{\mu}$ bei $\tilde{\mu} = 1.5 + 2\pi$ gleich Null ist.

Wenn nun μ nicht direkt, sondern durch ein lineares Regressionsmodell (vgl. Gleichung 3.7) geschätzt werden soll, kann für einen Punkt $x = 1$ die gleiche Vorhersage mit $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (1, 1)'$ und $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (1, 1 + 2\pi)'$ gemacht werden.

In dem ersten Beispiel ist es egal, ob der Schätzer $1.5 + 2\pi$ oder 1.5 liefert. Da $1.5 + 2\pi$ und 1.5 definitionsgemäß gleich sind. Wenn die Modelle aus dem zweiten Beispiel für die Vorhersage für $x = 1.3$ eingesetzt würden, würden die beiden Modelle zu einem unterschiedlichen Ergebnis kommen.

Durch die Steigung kann die Anzahl der Umdrehungen gesteuert werden, die die Funktion in einem bestimmten Bereich für x beschreibt. Durch eine Steigung von 2π beschreibt die Funktion in einem Intervall $x = [0, 1]$ zum Beispiel eine Umdrehung. Durch eine Steigung von 6π würde die Funktion in diesem Intervall 3 Umdrehungen beschreiben. Die Anzahl der Umdrehungen kann als Flexibilitätsmaß gesehen werden. Je mehr Umdrehungen die Funktion beschreibt, desto geringer wird grundsätzlich die Abweichung der Funktion von den Beobachtungen sein. Hierbei handelt es sich jedoch um eine globale Tendenz, so gibt es lokale Optima, an denen die Abweichung der Funktion von den Beobachtungen gering ist. Von einem lokalen Optimum ausgehend, führt eine kleine Erhöhung der Steigung zunächst zu einer größeren Abweichung. Wenn die Steigung weiter erhöht wird, wird die Abweichung beim nächsten lokalen Optimum tendenziell geringer (bei einem für die jeweilige Steigung optimalen Interzept). Die Steigung oder die Anzahl der Umdrehungen in einem bestimmten Intervall, die sinnvoll sind, hängt von der Datenstruktur ab. Die optimale Steigung könnte ähnlich wie das λ (vgl. Geichung 3.15) durch eine Kreuzvalidierung geschätzt werden. In dieser Arbeit wird es als ausreichend betrachtet, die Steigung der Funktion händisch so zu begrenzen, dass die Anzahl der Umdrehungen der Funktion, in dem Bereich, in dem Daten vorkommen, augenscheinlich der Datenstruktur entspricht. Offensichtlich ist es nicht sinnvoll, dass die Funktion für die HNN im Bereich zwischen 0 m und 1 000 m mehr als eine Umdrehung aufweist (vgl. Abbildung 2.5). Damit muss die Steigung auf das Intervall $[-2\pi/1000, 2\pi/1000]$ begrenzt werden.

Bei der numerischen Bestimmung von $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ wird daher ein Algorithmus benötigt, bei dem Einschränkungen bei der Optimierung hinsichtlich der Werte der Parameter vorgegeben werden können. Es wird die R-Funktion `optim` (Nash, 2014) verwendet, in der verschiedene Algorithmen zur Verfügung stehen. Verwendet wird der Algorithmus von Byrd *et al.* (1995), bei dem die angesprochene Restriktion vorgegeben werden kann.

Bivariate Glättung

Die Idee bei der Modellierung der räumlichen Autokorrelation ist, dass sich Beobachtungen, die räumlich nahe zusammenliegen, ähnlicher sind als solche, die weiter voneinander entfernt liegen. Bei einer marginal normalverteilten Zufallsvariable kann die Kovarianz zwischen zwei Beobachtungen in Abhängigkeit von der Distanz zwischen den Beobachtungen modelliert werden.

Wenn die beobachtete Zufallsvariable, wie in diesem Beispiel, nicht normalverteilt ist, ist der zuvor beschriebene Ansatz nicht ohne weiteres möglich. Eine einfache Methode den räumlichen Trend zu beschreiben, ist eine bivariate Funktion in Abhängigkeit von der räumlichen Koordinate ($f(\text{RW}, \text{HW})$). Die Funktion soll in beide Richtungen flexibel sein und flexible Wechselwirkungen zulassen. Die Modellierung wird zunächst unabhängig von der Modellierung der HNN beschrieben. Wie beide Zusammenhänge gleichzeitig berücksichtigt werden können, wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

Auch die bivariate Funktion ($f(\text{RW}, \text{HW})$) kann in der Form 3.12 dargestellt werden. Die Designmatrix $\boldsymbol{X}$ ergibt sich aus den zwei univariaten Designmatrizen $\boldsymbol{X}_{\text{RW}}$ und $\boldsymbol{X}_{\text{HW}}$. Diese werden, wie zuvor beschrieben, durch B-Splines erstellt. Die Design-Matrix für die bivariaten B-Splines ergibt sich aus dem elementweisen Produkt der beiden univariaten Basisfunktionen (Fahrmeir *et al.*, 2013). Die resultierende Designmatrix hat $d_{\text{RW}} \cdot d_{\text{HW}}$ Spalten, wobei d_{RW} und d_{HW} die Anzahl der Spalten von $\boldsymbol{X}_{\text{RW}}$ und $\boldsymbol{X}_{\text{HW}}$ sind.

Die Penalisierung funktioniert grundsätzlich wie in Gleichung 3.15. Allerdings muss bei der Konstruktion der Strafmatrix $\boldsymbol{K}$ berücksichtigt werden, dass Regressionskoeffizienten, die Basen steuern, die räumlich nahe zusammenliegen, nicht mehr in allen Fällen im Vektor $\boldsymbol{\beta}$ zusammen liegen. Im Gegenzug befinden sich jetzt im Vektor $\boldsymbol{\beta}$ teilweise Koeffizienten nebeneinander, die Basen steuern, die räumlich nicht zusammen liegen. Die Matrix $\boldsymbol{K}_{\text{sp}}$

$$\boldsymbol{K}_{\text{sp}} = \boldsymbol{I}_{d_{\text{RW}}} \otimes \boldsymbol{K}_{\text{RW}} + \boldsymbol{K}_{\text{HW}} \otimes \boldsymbol{I}_{d_{\text{HW}}}$$

wird mithilfe der univariaten Strafmatrizen $\boldsymbol{K}_{\text{RW}}$ und $\boldsymbol{K}_{\text{HW}}$ (vgl. Gleichung 3.17) aufgebaut. Die Maximum Likelihood Schätzung funktioniert dann wie für den univariaten Fall beschrieben.

Strukturiert additive Regression

Nun sollen HNN und die räumliche Information berücksichtigt werden. Grundsätzlich könnte die zuvor vorgestellte bivariate Glättung so erweitert werden, dass der Parameter μ der von Mises Verteilung in Abhängigkeit von den drei Kovariablen beschrieben wird: $f(\text{HNN}, \text{RW}, \text{HW})$. In der Praxis wird jedoch maximal eine bivariate Glättung durchgeführt. Hierfür gibt es zwei Gründe: (1) das Schätzproblem wird bei mehr als zwei Dimensionen extrem hochdimensional. So müsste in diesem Beispiel, wenn jede univariate Funktion mit nur 10 Basen definiert werden würde, im $\mathbb{R}^3$ bereits $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$ Parameter geschätzt werden. (2) Ergeben sich Probleme aus dem sogenannten „Fluch der Dimensionalität“ (Curse of dimensionality). Wenn wir zunächst unterstellen, unsere Daten sind im $\mathbb{R}^3$ gleichverteilt, würden wir im $\mathbb{R}^1$ fast 50% der Daten benötigen, um im

$\mathbb{R}^3$ 10% der Daten zu erhalten $0.47 \approx 0.1^{\frac{1}{3}}$. Für eine hochdimensionale Glättung würden daher sehr viele Daten benötigt werden. Der Fluch der Dimensionalität legt zudem nahe, dass bei hochdimensionalen Glättungsproblemen die Anzahl der Parameter in jeder Dimension erhöht wird. Damit verstärkt sich das Problem (1) noch einmal.

Da eine Modellierung der dreidimensionalen Funktion $f(\text{HNN}, \text{RW}, \text{HW})$ nicht sinnvoll ist, sollen beide zuvor separat geschätzten Funktionen zusammen in einem strukturiert additiven Regressionsmodell (STAR-Modell)

$$\mu_i = f_{\text{HNN}}(\text{HNN}_i) + f_{\text{sp}}(\text{RW}_i, \text{HW}_i) \tag{3.19}$$

berücksichtigt werden.

Es wurde ein Backfitting-Algorithmus implementiert, um die Funktionen zu schätzen. Der Ansatz des Backfitting-Algorithmus ist

$$\begin{aligned} f_{\text{HNN}}(\text{HNN}) &\approx y - f_{\text{sp}}(\text{RW}, \text{HW}) \\ f_{\text{sp}}(\text{RW}, \text{HW}) &\approx y - f_{\text{HNN}}(\text{HNN}). \end{aligned}$$

Es laufen folgende Schritte ab:

1. Initialisierung: $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*_{\text{sp}} = \mathbf{0}$
2. $\boldsymbol{y}^* = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}_{\text{sp}}\hat{\boldsymbol{\beta}}^*_{\text{sp}}$
3. Schätzen von $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*_{\text{HNN}}$ mit $\boldsymbol{y}^*$
4. $\boldsymbol{y}^* = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}_{\text{HNN}}\hat{\boldsymbol{\beta}}^*_{\text{HNN}}$
5. Schätzen von $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*_{\text{sp}}$ mit $\boldsymbol{y}^*$
6. Verbesserte Schätzungen für $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{sp}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{HNN}})'$, indem die Schritte 2-5 so lange wiederholt werden, bis sich der Vektor $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ bis auf eine sehr kleine, vorgegebene Abweichung nicht mehr ändert.

Hierbei ist darauf zu achten, dass in einer der beiden Designmatrizen $\boldsymbol{X}_{\text{HNN}}$, $\boldsymbol{X}_{\text{sp}}$ kein Interzept implementiert ist.

λ_{HNN} und λ_{sp} werden durch eine Kreuzvalidierung geschätzt. Dies ist mit einem großen Rechenaufwand verbunden, da über ein Grid aus λ_{HNN} und λ_{sp} optimiert werden muss. Zusätzlich ist der Backfitting-Algorithmus durch das iterative Verfahren rechenaufwändig. In jedem Iterationsschritt des Backfitting-Algorithmus finden zwei numerische Optimierungen der Log-Likelihood statt.

Testen linearer Hypothesen

In diesem Abschnitt sollen statistische Tests eingeführt werden, um Hypothesen über die Elemente von $\boldsymbol{\beta}$ zu prüfen. Die Tests können in der Form allgemeiner linearer Hypothesen

$$H_0 : \boldsymbol{C}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{s} \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \boldsymbol{C}\boldsymbol{\beta} \neq \boldsymbol{s} \tag{3.20}$$

beschrieben werden. Dabei hat $\boldsymbol{C}$ r Zeilen. Unter H_0 gelten also r unabhängige Bedingungen (Fahrmeir *et al.*, 2013).

Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten den Test zu konstruieren. In dieser Arbeit soll die Likelihood-Quotienten-Statistik

$$lq = -2(l(\hat{\boldsymbol{\beta}}) - l(\tilde{\boldsymbol{\beta}})) \tag{3.21}$$

verwendet werden. Diese misst die Abweichung zwischen dem unrestringierten Maximum $l(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ und dem unter H_0 restringierten Maximum $l(\tilde{\boldsymbol{\beta}})$. Je größer die Abweichung, desto mehr Evidenz gibt es H_0 abzulehnen. Es gilt

$$lq \overset{H_0,a}{\sim} \chi^2(r). \tag{3.22}$$

3.1.3 Ergebnisse und Modellvergleich

Als Maß um die verschiedenen Verfahren zu vergleichen, wird eine Leave-One-Out-Kreuzvalidierung durchgeführt. Es wird die mittlere quadratische Abweichung, MSE (Mean Square Error) berechnet. Der MSE setzt sich aus der Varianz und dem Bias

$$\mathrm{MSE}(\varepsilon_{KV}) = \mathrm{Var}(\varepsilon_{KV}) + (\mathrm{Bias}(\varepsilon_{KV}))^2$$

zusammen. Der Bias beschreibt den systematischen und die Varianz den zufälligen Fehler. Der Bias kann neben dem MSE durch die Kreuzvalidierung ermittelt werden. Die Varianz kann dann aus MSE und Bias berechnet werden.

Bei der Berechnung der mittleren quadratischen Abweichung muss die zirkuläre Struktur der Zielvariable beachtet werden. Der maximal mögliche Abstand zwischen einer Beobachtung und der entsprechenden Vorhersage kann π betragen. Ist der Abstand größer, wird solange 2π zu der Vorhersage addiert bzw. abgezogen, bis der Abstand kleiner gleich π ist.

Eine einfache Vorhersage ist durch Gleichung 3.2 mit

$$\begin{aligned} ak &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(y_i) \\ gk &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin(y_i) \end{aligned} \tag{3.23}$$

möglich, wobei alle n Stationen zur Vorhersage verwendet werden. Bei dieser Vorhersage werden weder eine räumliche Struktur noch sonstige Kovariablen berücksichtigt. Sie dient lediglich als Referenz. Die später vorgestellten komplexeren Modelle sollten zu einer deutlich besseren Vorhersage führen, damit die zusätzliche Modellkomplexität gerechtfertigt ist. Der geschätzte MSE beträgt etwa 0.290. Der Betrag des simulieren Bias liegt unter 0.03. Der Anteil des geschätzten systematischen Fehlers ($0.03^2/0.290$) liegt damit deutlich unter 1 %. Der Schätzer ist also praktisch unverzerrt.

k-NN Methode

In der Abbildung 3.1 sind die Ergebnisse der k-NN Methode dargestellt. In Abbildung 3.1 B ist der MSE in Abhängigkeit von den berücksichtigten NN (k) dargestellt. Es wurden einmal alle Nachbarn gleich gewichtet ($p = 0$) und einmal eine eine Gewichung in Abhängigkeit von der Distanz durchgeführt ($p = 2.75$), vgl. Gleichung 3.3. $p = 2.75$ führt zu einem minimalen MSE (vgl. Abbildung 3.1, A). Bei der k-NN Methode ist der systematische Fehler im Vergleich zum MSE zu vernachlässigen (Anteil deutlich kleiner als 1 %).

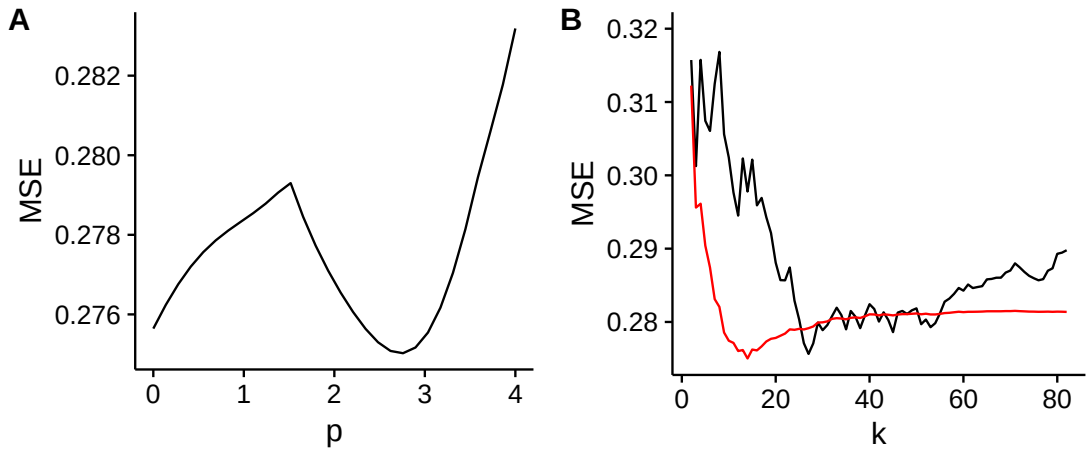

Abbildung 3.1: A: MSE in Abhängigkeit von der Gewichtung p (vgl. Gleichung 3.3). Es wurde hierbei die optimale Anzahl nächster Nachbarn (NN) gewählt. B: MSE in Abhängigkeit von der Anzahl NN (vgl. Gleichung 3.1). Bei der schwarzen Linie wurden alle NN gleich gewichtet ($p = 0$), bei der roten Linie wurde ein Gewichtung mit $p = 2.75$ berücksichtigt. Dieser p-Wert führt zu einem minimalen MSE. Es wurden Leave-One-Out-Kreuzvalidierungen durchgeführt.

Zur Ermittlung des optimalen p Wertes wurde eine Vielzahl von Kreuzvalidierungen durchgeführt. Zunächst wurde ein $\boldsymbol{p}$-Vektor mit 30 Elementen zwischen 0 und 4 erzeugt. Für jedes Element aus diesem Vektor wurden 82 Kreuzvalidierungen durchgeführt, wobei k von 1 bis 82 verändert wurde. Der minimale MSE dieser Kreuzvalidierungen wurde dem entsprechendem Element aus dem $\boldsymbol{p}$-Vektor zugeordnet.

Die Berücksichtigung der 27 nächsten Nachbarn (NN) führt zu einem minimalen MSE, wenn die NN gleich gewichtet werden. In diesem Fall beträgt der MSE etwa 0.276. Werden die NN unterschiedlich gewichtet, führt eine Berücksichtigung von 14 NN zu einem minimalen MSE. Der MSE berägt hier etwa 0.275. Die Gewichtung führt also zu einer leichten Verbesserung der Vorhersage. Werden deutlich mehr NN berücksichtigt (ab etwa k=60) sind die mittleren quadratischen Abweichungen bei einer Gewichtung deutlich geringer. Die Minimum-Funktion weist eine nicht symetrische Struktur auf; werden weniger

NN berücksichtigt als optimal wäre, steigt die Funktion schneller an, als wenn mehr NN berücksichtigt werden.

Die Berücksichtigung der räumlichen Struktur durch ein nichtparametrisches k-NN Verfahren führt zu einer genaueren Vorhersage. Der MSE reduziert sich von etwa 0.290 (einfaches Modell ohne Berücksichtigung der räumlichen Struktur) auf etwa 0.275.

Parametrische Methoden

In diesem Abschnitt werden drei Modelle miteinander verglichen. Im einfachsten Modell wird die HNN nichtlinear berücksichtigt und eine univariate Glättung durchgeführt

$$y = f(\text{HNN}) + \varepsilon. \tag{3.24}$$

Im zweiten Modell wird die räumliche Koordinate in einem bivariaten Modell berücksichtigt

$$y = f(\text{RW}, \text{HW}) + \varepsilon. \tag{3.25}$$

Schließlich wird eine strukturiert-additive Regression durchgeführt, um die HNN und die räumliche Koordinate berücksichtigen zu können

$$y = f_{\text{sp}}(\text{RW}, \text{HW}) + f_{\text{HNN}}(\text{HNN}) + \varepsilon \tag{3.26}$$

Die Designmatrix $\boldsymbol{X}$ hat für die univariate Glättung (Modell 3.24) sechs Spalten, wobei neun Knoten generiert wurden, damit für jeden Datenpunkt

$$\sum_{j=1}^{d} B_j(\text{HNN}_i) = 1$$

gilt (Wood, 2006).

Wie bereits beschrieben, ist die Anzahl der Knoten durch die Penalisierung nicht so wichtig, solange die Anzahl größer als notwendig ist (Wood, 2006). Werden sehr viele Knoten generiert, wird das Schätzen der Parameter rechenintensiv und damit zeitaufwendig. Da die Modelle sehr häufig angepasst wurden, um das optimale λ zu bestimmen, wurde die Anzahl der Spalten händisch so angepasst, dass diese nicht viel größer als notwendig ist.

Betrachtet man die Verteilung der Daten, so fällt auf, dass nur sehr wenige Beobachtungen für höhere HNN vorliegen (vgl. Abbildung 2.5). Obwohl eine äquidistante Verteilung der Knoten durch die Penalisierung nicht notwendig ist, wurde dies trotzdem geprüft, um die Anzahl der Spalten von $\boldsymbol{X}$ weiter reduzieren zu können. Dies führte jedoch zu einem Anstieg des MSE. Für diese Optimierung der Matrix $\boldsymbol{X}$ wurden Leave-One-Out-Kreuzvalidierungen durchgeführt.

Für die bivariate Glättung (Modell 3.25) wurde bei der Erstellung der Designmatrix $\boldsymbol{X}$ ähnlich vorgegangen. Die Flexibilität kann für die beiden Richtungen unterschiedlich gesteuert werden, indem die entsprechenden univariaten Designmatrizen unterschiedlich

flexibel aufgebaut werden. Es stellte sich heraus, dass in Nord-Süd Ausrichtung mehr Flexibilität notwendig ist, als in Ost-West Ausrichtung. $\boldsymbol{X}$ hat im Datenbereich insgesamt 18 Spalten. Diese setzen sich aus 3×6 univariaten Spalten im Datenbereich zusammen.

In der Abbildung 3.2 (A und B) ist der MSE in Abhängigkeit von λ dargestellt. Die Kurven weisen ein eindeutiges Minimum auf. Beide Kurven weisen eine nicht symetrische Struktur auf; eine bestimmte negative Abweichung vom Minimum führt zu einem stärkeren Anstieg des MSE als dieselbe positive Abweichung.

Bei der univariaten und der bivariaten Regression wurde geprüft, ob einzelne Elemente aus $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ begrenzt werden müssen. Exemplarisch wurde geprüft, ob die Funktion mehr als eine Umdrehung in dem Bereich, in dem Daten vorkommen, aufweist, da dies augenscheinlich nicht sinnvoll ist (vgl. Abbildung 2.5). Da sich der MSE bei den Kreuzvalidierungen mit kontinuierlich zunehmenden λ nicht sprunghaft verändert hat, kann davon ausgegangen werden, dass generell keine Begrenzung notwendig ist (vgl. Abbildung 3.2).

Für beide Modelle (3.24 und 3.25) wurde ein Interzept geschätzt, ohne dass eine Spalte mit Einsen in $\boldsymbol{X}$ berücksichtigt wurde. Für das STAR-Modell wird jedoch nur ein Interzept benötigt. Daher wird für eine Funktion (f_{HNN} oder f_{sp}, vgl. Gleichung 3.26) eine Designmatrix benötigt, die kein Interzept schätzt. Die Funktion f_{HNN} wurde reparametrisiert (vgl. Gleichung 3.18).

Für das reparametrisierte Modell wurde $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ geschätzt mit dem zuvor ermittelten λ. Da es sich um eine Reparametrisierung handelt, ist die Modellanpassung dieselbe. Das zweite Element von $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ aus

$$\mu_i = (1, \text{HNN}_i, \tilde{\boldsymbol{x}}_{\text{HNN},i})\boldsymbol{\beta}$$

musste auf das Intervall

$$\left[-\frac{2\pi}{1000}, \frac{2\pi}{1000}\right]$$

begrenzt werden.

Für die strukturiert-additive Regression (Modell 3.26) wurden dieselben Designmatrizen für die einzelnen Funktionen verwendet. In der Abbildung 3.2 C ist der MSE in Abhängigkeit von λ_{hnn} λ_{sp} dargestellt. Die Funktion zeigt ein eindeutiges Minimum. Sie weist eine ähnliche Struktur wie die univariate und bivariate Optimumskurve auf; eine bestimmte negative Abweichung vom Minimum führt zu einem stärkeren Anstieg des MSE als dieselbe positive Abweichung.

Das λ, das den MSE minimiert, beträgt für Modell 3.24 etwa 1.6. Der minimale MSE beträgt für dieses Modell 0.274. Für Modell 3.25 beträgt das λ etwa 2.5 und der dazugehörige MSE etwa 0.276. Modell 3.24 führt also zu einem etwas geringeren MSE als Modell 3.25. Werden beide Funktionen in einem strukturiert-additiven Regressionsmodell (Modell 3.26) berücksichtigt, steigen die λ-Werte, die den MSE minimieren ($\lambda_{\text{HNN}} \approx 4.55$ und $\lambda_{\text{sp}} \approx 5.33$). Der minimale MSE für das Modell beträgt etwa 0.273 und ist damit geringer als der MSE, der Modelle, bei denen die Funktionen einzeln berücksichtigt werden. Der simulierte Bias ist im Vergleich zum MSE zu vernachlässigen.

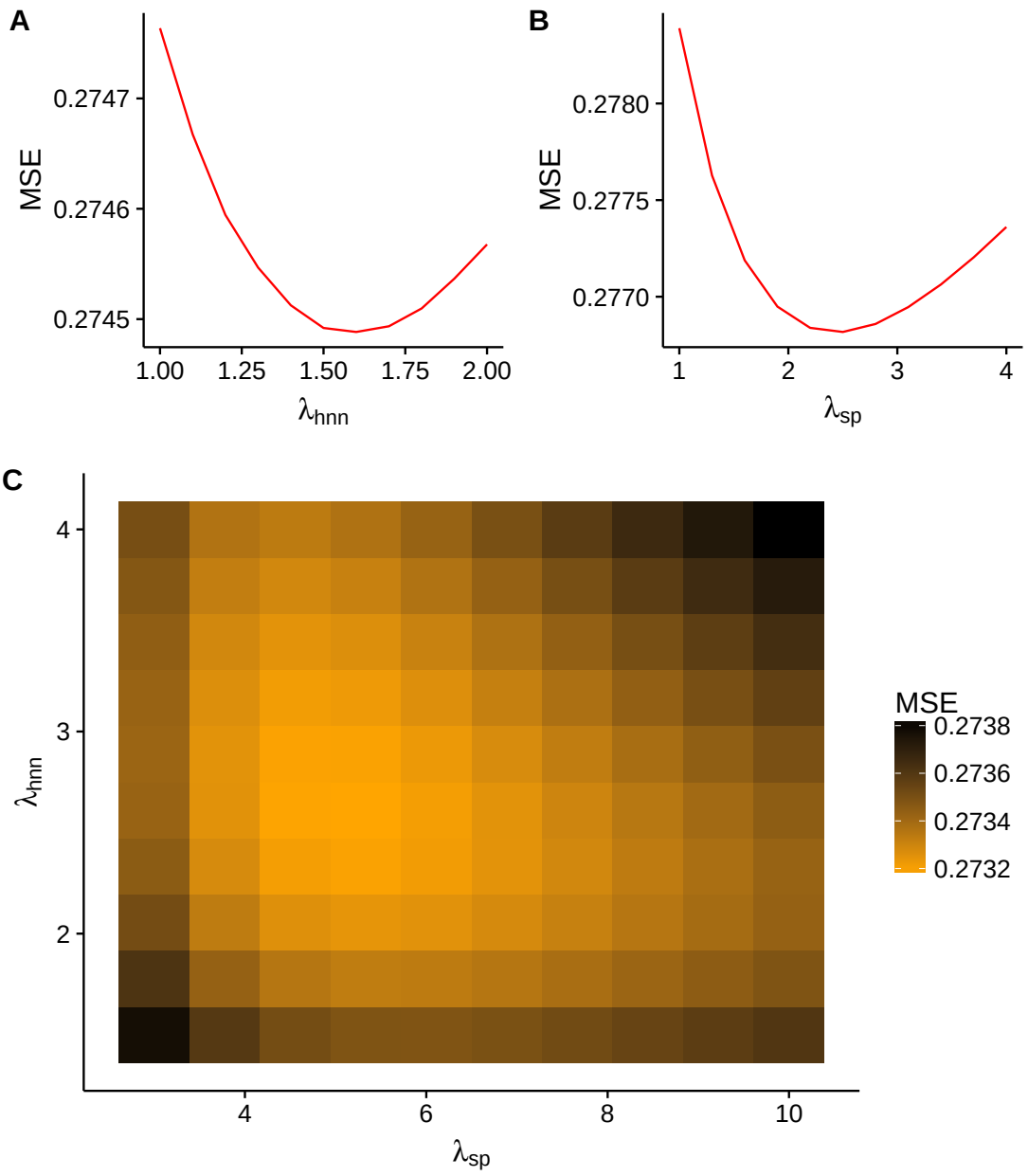

Abbildung 3.2: MSE (ermittelt durch Leave-One-Out-Kreuzvalidierungen) in Abhängigkeit von λ (vgl. Gleichung 3.15). A: univariate Glättung (Modell 3.24). B: bivariates Modell (Modell 3.25). C: strukturiert-additives Regressionsmodell (Modell 3.26).

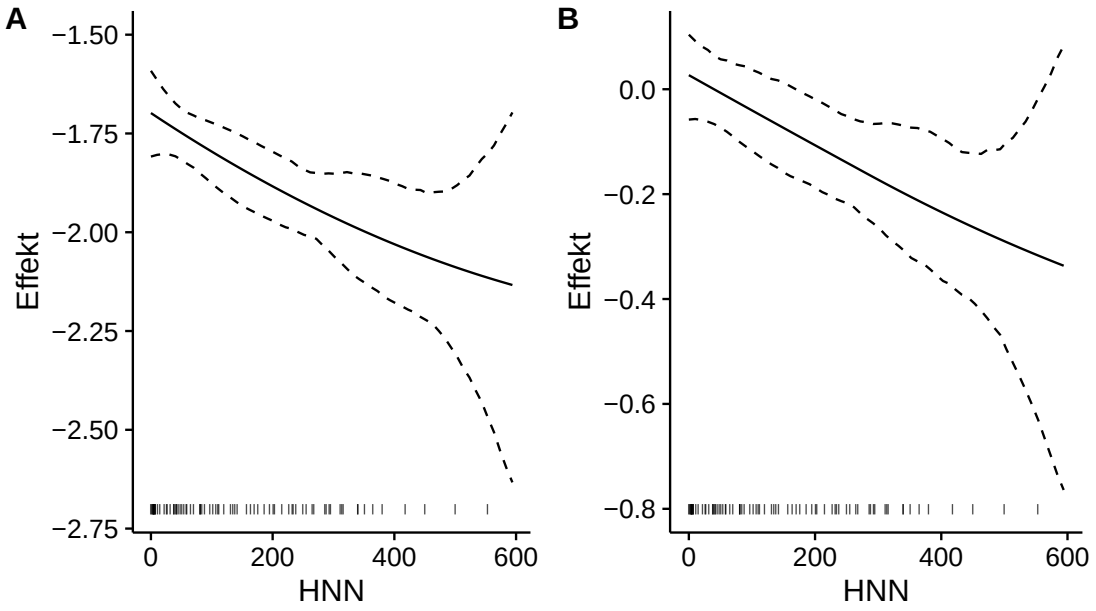

Abbildung 3.3: Effekt der HNN auf die Windrichtung. (A) Modell 3.24 und (B) Modell 3.26. Es ist das 68 % Konfidenzintervall (gestrichelte Linien) dargestellt.

In der Abbildung 3.3 ist der Einfluss der HNN auf die Windrichtung dargestellt, einmal wenn nur die HNN berücksichtigt wird (Modell 3.24, A), und wenn zusätzlich der räumliche Effekt berücksichtigt wird (Modell 3.26, B). Der Winkel aus der der Wind kommt, wird in beiden Fällen mit zunehmender HNN geringer, der Wind kommt also mit zunehmender HNN weiter aus dem Norden (vgl. auch Abbildung 2.5). Der Effekt der HNN ist etwas geringer, wenn zusätzlich der räumliche Effekt berücksichtigt wird.

Konfidenzintervalle können mithilfe von Verteilung 3.8 konstruiert werden. Allerdings wird für $F(\boldsymbol{\beta})$ κ benötigt (vgl. Gleichung 3.11). $F(\boldsymbol{\beta})$ kann direkt geschätzt werden, wenn die Log-Likelihood in Abhängigkeit von $\boldsymbol{\beta}$ und κ maximiert wird. Allerdings müssten in dem Fall das Modell 3.4 in Abhängigkeit von κ und $\boldsymbol{\beta}$ maximiert werden. Dies ist aber durch die komplexe Struktur der modifizierten Bessel Funktion (vgl. Gleichung 3.4) für die vorgestellten Modelle nicht möglich. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass bei einem einfacheren Modell ($y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$) und generierten Zufallszahlen die direkte Schätzung der Fisher Information und (1.) die Schätzung von $\boldsymbol{\beta}$ (2.) die Schätzung von $\kappa|\hat{\boldsymbol{\beta}}$ und (3.) die Berechnung von $F(\boldsymbol{\beta})$ mit $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ und $\hat{\kappa}$ (nach Gleichung 3.11) praktisch zum selben Ergebniss führt. Dies ist nicht verwunderlich, wenn man die Struktur der von Mises Verteilung betrachtet. Für die Schätzung von κ wurde die R-Funktion `circular` aus dem R-Paket `circular` (Agostinelli und Lund, 2013) verwendet.

Geprüft wurden die linearen Hypothesen

$$H_0 : \mu = \bar{y} \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu = f(\text{HNN})$$

(vgl. Modell 3.23, 3.24) und

$$H_0 : \mu = f(\text{HNN}) \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu = f_{\text{sp}}(\text{RW}, \text{HW}) + f_{\text{HNN}}(\text{HNN})$$

(vgl. Modell 3.24, 3.26). Im ersten Fall verändert sich die Log-Likelihood durch die Berücksichtigung der HNN von -62.09 auf -58.64. Die Freiheitsgrade des Modells betragen 3.81. Die Wahrscheinlichkeit diese Daten zu beobachten ist unter H_0

$$1 - \chi^2(6.91, 2.81) = 0.06.$$

Im zweiten Fall verändert sich die Log-Likelihood duch die zusätzliche Berücksichtigung der räumlichen Information auf -58.23, die Freiheitsgrade steigen auf 5.70. Unter H_0 ist die Wahrscheinlichkeit diese Daten zu beobachten

$$1 - \chi^2(0.81, 1.89) = 0.64.$$

In der Abbildung 3.4 A ist der räumliche Trend von Modell 3.26 dargestellt. Es wird wenig Variabilität duch die bivariate Funktion erklärt. Insbesondere Variabilität in Ost-West-Richtung, die nicht durch die univariate Funktion erklärt werden kann, scheint nicht vorhanden zu sein. In der Abbildung 3.4 B sind die vorhergesagten Windrichtungen dargestellt. Für die Vorhersage wurde Modell 3.26 verwendet.

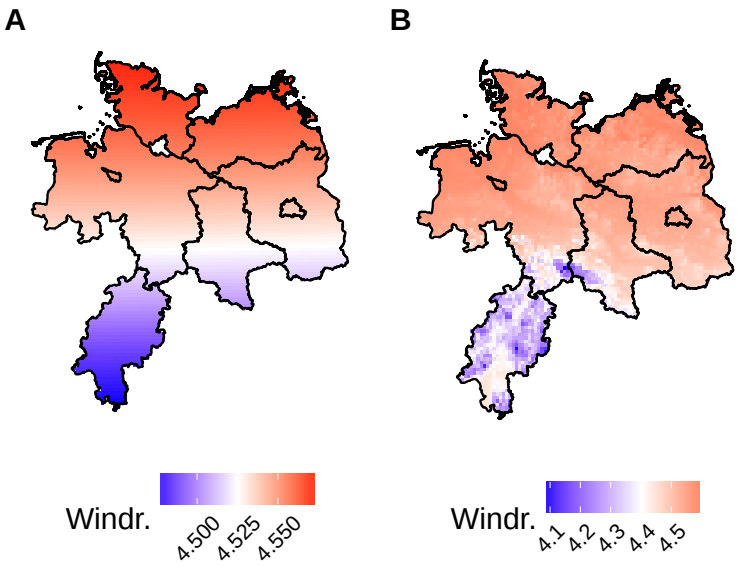

Abbildung 3.4: Der räumliche Trend (A) und die Vorhersage (B) von Modell 3.26. Ein Winkel von 4.71 ($\pi 3/2$) bedeutet, dass der Wind aus dem Westen kommt.

3.1.4 Diskussion

Vergleich des parametrischen und des nichtparametrischen Modells

Berücksichtigt man im parametrischen Modell nur die räumliche Information, so liegt der MSE im Vergleich zum nichtparametrischen k-NN Verfahren etwas höher (nichtparametrisches Modell: MSE $\approx$ 0.275, Modell 3.25: MSE $\approx$ 0.276). Wenn die univariate Regression mit der HNN als Kovariable durchgeführt wird (Modell 3.24), sinkt der MSE auf etwa 0.274 und liegt damit etwas unter dem nichtparametrischen Modell. Werden beide Informationen berücksichtigt, sinkt der MSE auf etwa 0.273. Beide Modelltypen scheinen praktisch unverzerrt zu sein.

Die nichtparametrische k-NN Methode führt somit nur zu etwas schlechteren Ergebnissen als die parametrischen Methoden. Vergleicht man das bivariate Modell mit dem k-NN Verfahren, führt das parametrische Modell sogar zu schlechteren Ergebnissen als das k-NN Verfahren. Ein zusätzlicher Nachteil des parametrischen Verfahrens ist der erheblich größere Aufwand der Implementierung.

Eine Erhöhung von k (vgl. Gleichung 3.1) und eine Erhöhung von λ (vgl. Gleichung 3.15) sind vergleichbar; beides führt zu einer glatteren Funktion. Daher sind die Optimumskurven aus Abbildung 3.1 B und Abbildung 3.2 vergleichbar. Hier sind die parametrischen Ergebnisse eindeutiger als die nichtparametrischen. Daher würde man dem optimalen λ vermutlich eher vertrauen als dem optimalen k.

Ein weiterer Vorteil der parametrischen Methode ist, dass mehrere Kovariablen implementiert werden können. Hier kommt das parametrische STAR-Modell zu einer genaueren Vorhersage. Weiterhin können die Effekte der Kovariablen abgebildet und damit interpretiert werden. In gewissem Rahmen können die Ergebnisse auch extrapoliert werden. Die Extrapolation hat in dieser Arbeit jedoch sehr enge Grenzen; eine Extrapolation der HNN nach unten ist nicht sinnvoll. Über 600 m liegen kaum noch Beobachtungen vor, daher ist eine Extrapolation der HNN nach oben zwar theoretisch möglich aber auch nicht sinnvoll.

Bemerkungen zum nichtparametrischen Modell

Es gibt eine Erweiterung der k-NN Methode, die Most Similar Neighbor Methode in der weitere Kovariablen berücksichtigt werden können (Moeur und Stage, 1995). Hier werden die Beobachtungen durch kannonische Korrelationen unterschiedlich gewichtet. Allerdings stellte sich eine Implementierung aufgrund der zirkulären Struktur der Zielvariable als schwierig heraus. Die ersten Ergebnisse waren instabil in Abhängigkeit von den berücksichtigten NN. Die Genauigkeit dieser ersten Ergebnisse ist zudem schlechter im Vergleich zu der k-NN Methode.

Die Implementierung der Gewichtung der Stationen führt zu einer leichten Verbesserung der Ergebnisse (der MSE verringert sich durch die Gewichtung von 0.276 auf 0.275). Die Abhängigkeit des MSEs von dem p-Wert zeigt jedoch kein klares Bild (vgl. Abbildung 3.1 A). So steigt der MSE zunächst bis zu einem p-Wert von etwa 1.5 deutlich an. Danach fällt der MSE bis zu einem p-Wert von 2.75, für den der MSE nur leicht unter dem MSE von p=0 liegt. Dieser unklare Verlauf führt dazu, dass den Ergebnissen

tendenziell weniger vertraut wird. Es wurde ursprünglich erwartet, dass eine Gewichtung zur Berücksichtigung von mehr NN führt, das Gegenteil ist hier jedoch der Fall (vgl. Abbildung 3.1).

Bemerkungen zum parametrischen Modell

Es ist überraschend, dass der MSE des univariaten Modells (Modell 3.24) kleiner ist als der des bivariaten Modells (Modell 3.25). Ursprünglich wurde davon ausgegangen, dass durch die räumliche Koordinate mehr Variabilität als durch die HNN erklärt werden kann. Insbesondere da die HNN stark räumlich korreliert ist.

Es fällt auf, dass die optimalen λ_{HNN} und λ_{sp} Werte bei dem univariaten bzw. dem bivariaten Modell kleiner sind als bei dem STAR-Modell. Hier scheint das Modell gut zu funktionieren, die Variabilität, die durch die räumliche Trendfunktion erklärt wird, führt dazu, dass eine weniger variable Funktion $f(\text{HNN})$ notwendig ist und anders herum.

Die Methoden wurden in der Statistiksoftware R implementiert. Das Schätzen der Glättungsparameter ist rechenaufwendig, da hier eine Vielzahl von Kreuzvalidierungen durchgeführt werden. Es existieren deutlich effizientere Algorithmen, um optimale Glättungsparameter zu schätzen. Diese sind für andere Verteilungen zum Beispiel in dem R-Paket `mgcv` implementiert (Wood, 2006). Diese Verfahren sind jedoch technisch aufwendig. Da in dieser Arbeit nur etwa 80 Beobachtungen vorliegen, ist eine effizientere Schätzung der Glättungsparameter nicht notwendig. Auch der Backfitting-Algorithmus ist eine vergleichsweise einfache, dafür jedoch nicht effiziente Methode ein STAR-Modell zu schätzen. Für die relativ wenigen Beobachtungen dieser Arbeit ist ein effizienterer Schätzer auch hier nicht notwendig.

Es spielt keine Rolle, ob der Glättungsparameter für das Modell $\mu = \boldsymbol{x}'\hat{\boldsymbol{\beta}}$ oder für das reparametrisierte Modell $\mu = (1, x, \tilde{\boldsymbol{x}})'\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ optimiert wird. Die beiden Modelle führen mit dem jeweils optimalen $\boldsymbol{\beta}$ zur selben Anpassung. Allerdings muss bei dem reparametrisierten Modell händisch sichergestellt werden, dass die Funktion innerhalb des Datenbereichs weniger als eine Umdrehung macht. Diese Anpassung muss bei dem nicht reparametrisierten Modell in dieser Arbeit nicht gemacht werden. Somit ist das nicht reparametrisierte Modell dem reparametrisierte Modell in dieser Arbeit für univariate und bivariate Funktionen vorzuziehen.

Fisher (1996) schlägt als Log-Likelihood Funktion

$$-n \log(I_0(\kappa) + \kappa \sum_{i=1}^{n} \cos(y_i - \mu - g(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}))$$

mit

$$g(u) = \tan^{-1}(u)$$

vor. Deshalb wurde in dieser Arbeit versucht, auch diese Funktion zu maximieren. Die Ergebnisse der direkten Schätzung von μ aus 3.4 waren jedoch besser. Insbesondere die Implementierung der B-Splines war bei der direkten Schätzung von μ leichter. Eventuell

lassen sich die Probleme, die zuvor für das Modell mit der reparametrisierten Designmatrix angesprochen wurden, durch eine geeignete Link-Funktion lösen. Ein vergleichbares Modell (STAR-Modell für zirkuläre Daten), wurde aktuell noch nicht publiziert.

Für die getesteten linearen Hypothesen würde bei einem üblichen Signifikanzniveau ($\alpha = 0.05$) H_0 nicht abgelehnt werden. Ziel dieser Arbeit war es aber nicht zu testen, ob bestimmte Variablen einen (signifikanten) Einfluss auf die Vorhersage haben, sondern die Windrichtung im Untersuchungsgebiet möglichst präzise vorherzusagen. Daher wird, obwohl insbesondere beim zweiten Test viel dafür spricht H_0 nicht zu verwerfen, das volle Modell für die Vorhersage verwendet, da dieses den Vorhersagefehler etwas senkt. Betrachtet man die Abbildung 3.3 so scheint der Zusammenhang zwischen Windrichtung und HNN nahezu linear zu sein. Für HNN-Werte über 600 m wird der Zusammenhang nichtlinear. Dies wurde in der Abbildung nicht dargestellt, da in diesem Bereich kaum noch Beobachtungen vorliegen und die dargestellten Konfidenzbänder daher sehr breit werden. Die Freiheitsgrade der Funktion von 3.81 erscheinen für den dargestellten Bereich recht hoch.

Allgemeine Bemerkungen zur Vorhersage

Die Windrichtungen wurden für die Stationen über die Jahre gemittelt. Hierdurch geht viel Variabilität verloren (vgl. Abbildung 2.4). Es wäre auch möglich, die räumliche Interpolation der Windrichtung für die einzelnen Jahre durchzuführen. Auch in diesem Fall würde etwas Variabilität verloren gehen, jedoch in einem geringeren Ausmaß. Die Anzahl der Stationen für die einzelnen Jahre wäre dann aber teilweise sehr gering (siehe Abschnitt 2.2 „Windrichtung“). Eine räumliche Interpolation mit dieser geringen Anzahl wäre fragwürdig. Alternativ zur räumlichen, jährlichen Interpolation könnte man die mittlere jährliche Windrichtung je Station für die einzelnen Jahre einfach mitteln. In diesem Fall würden für alle Standorte dieselben Windrichtungen vorliegen. Dieses Modell wäre daher weniger gut geeignet, Unterschiede zwischen Standorten herauszuarbeiten. Diese Unterschiede sind jedoch für viele forstwissenschaftliche Fragestellungen wichtig.

Die Kreuzvalidierungen wurden für alle Stationen durchgeführt, auch für Stationen, die im Buffer Bereich liegen (vgl. Abbildung 2.3), um die Anzahl der Stationen bei der Kreuzvalidierung zu erhöhen. Die Genauigkeiten sind dadurch eher konservativ geschätzt. Aufgrund der geringen Anzahl an Beobachtungen wurden in dieser Arbeit Leave-One-Out Kreuzvalidierungen durchgeführt. Hierdurch werden tendenziell höhere Genauigkeiten geschätzt, als wenn mehr als eine Beobachtung bei der wiederholten Modellanpassung ausgeschlossen würde.

3.2 Modellierung der Baumdimension

In der Arbeit von Schmidt *et al.* (2010) wurde die Sturmschadenswahrscheinlichkeit modelliert. Hier zeigte sich, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Event auftritt, neben dem Standort auch von der Baumdimension abhängt. Ob ein Baum zum Beispiel durch einen Sturm geschädigt wird, hängt sowohl von der Baumhöhe als auch vom Durchmesser des Baumes ab. Die Baumdimension soll in dieser Arbeit durch den Durchmesser in 1.3 m Höhe (Durchmesser in Brusthöhe, BHD) und die Baumhöhe beschrieben werden.

Die WZE-Daten wurden bisher in erster Linie genutzt, um biotische Schäden einzuschätzen, hierfür ist die Baumdimension nicht so wichtig. Die Parameter BHD und Baumhöhe wurden daher nicht bei jeder WZE-Aufnahme gemessen. Daher soll die Baumdimension modelliert werden. Das Modell basiert auf den WZE-Daten. Für die Modellierung der Baumhöhe werden noch Messungen aus einer anderen Inventur verwendet.

Die Messungen stammen von Bäumen, die, zum Teil wiederholt, auf den Probeflächen untersucht worden sind. Hierdurch entsteht eine longitudinale und geclusterte Datenstruktur. Die Cluster sind durch die Probeflächen definiert. Diese Clusterstruktur hat drei Implikationen: (1.) die Wachstumsbedingungen auf einer Probefläche sind sehr ähnlich. So unterscheiden sich zum Beispiel die Bodeneigenschaften und das Klima auf einer Probefläche praktisch nicht. (2.) die Bäume einer Probefläche weisen ähnliche genetische Eigenschaften auf. (3.) die Bäume einer Probefläche werden waldbaulich sehr ähnlich behandelt. Diese Datenstruktur kann zum Beispiel durch hierarchische und gemischte Modelle berücksichtigt werden (Pinheiro und Bates, 2000), die in dieser Arbeit eingesetzt werden.

Gemischte Modelle zur Modellierung der Baumdimension wurden von Lappi und Bailey (1988), Lappi (1991), Lappi (1997), Lappi und Malinen (1994), Mehtätalo (2004) vorgestellt. Es handelt es sich hierbei um gemischte lineare oder linearisierte Modelle. Ein nichtlineares Modelle zur Modellierung der Baumdimension wird von Calegario *et al.* (2005) vorgestellt. Fang und Bailey (2001), Zhao *et al.* (2005), Nothdurft (2007) stellen nichtlineare, hierarchische, gemischte Modelle zur Modellierung der Baumdimension vor.

3.2.1 Material

BHD-Messungen

Es liegen insgesamt 136 624 BHD-Messungen für die WZE-Daten vor, d.h. für ca. 17 % der Beobachtungen. Dieser Anteil ist für alle Baumartengruppen annähernd gleich. Die Messungen stammen von 60 396 Bäumen, es liegen demnach häufig mehrere BHD-Messungen an einem Baum zu verschiedenen Zeitpunkten vor (vgl. Tabelle 3.1).

Bei einer baumartengruppenspezifischen Modellierung, bei der die Kovarianzstruktur auf Ebene der Probeflächen modelliert werden soll, sind Beobachtungen für einzelne Probeflächen für die Baumartengruppen erforderlich. Wenn also Baumartengruppen auf Probeflächen vorkommen, ist es wichtig, dass auf diesen Probeflächen für die entsprechende Baumartengruppe (Probeflächen-Baumartengruppen Kombinationen, PBK) BHD-Messungen vorliegen. Ein Großteil der PBK sind durch BHD-Messungen abgedeckt (vgl.

Tabelle 3.1: Anzahl (n) Bäume, an denen der Brusthöhendurchmesser gemessen wurde und Anzahl Bäume, an denen der BHD mehr als x-mal gemessen wurde (n $> x$), nach Baumartengruppen.

Baumartengruppe	n	n > 1	n > 2	n > 3
Buche	13 541	10 260	4 749	2 669
Eiche	6 540	4 888	2 985	1 462
Fichte	13 781	8 924	3 221	1 048
Kiefer	26 534	19 176	12 156	2 192
Gesamt	60 396	43 248	23 111	7 371

Tabelle 3.2). Die räumliche Verteilung der Probeflächen, an denen keine BHD-Messung für PBK vorliegt, ist geclustert. So befinden sich solche Probeflächen überwiegend in MV und HE. Bedenkt man, dass es in MV weniger PBK gibt, ist dort ein beachtlicher Anteil von PBK nicht durch BHD-Messungen abgedeckt (vgl. Tabelle 3.2). In HE ist die Situation durch die größere Anzahl Probeflächen besser. Wenn nur Bäume betrachtet werden, an denen der BHD mindestens zweimal gemessen wurde, reduzieren sich die PBK, die durch BHD-Messungen abgedeckt sind (vgl. Tablle 3.2). In MV sind dann fast keine PBK mehr durch BHD-Messungen mehr abgedeckt. Auch der Zeitpunkt der BHD-Messung ist geclustert. So liegen beispielsweise für ST vor 2011 fast keine BHD-Messungen vor (vgl. Tabelle 3.3).

Für die Modellierung der Kovarianzstruktur ist es weiterhin wichtig, auf vielen Probeflächen mehr als einen Baum einer Baumartengruppe mit BHD-Messung zu haben. Wenn BHDs auf einer Probefläche in einem bestimmten Jahr gemessen wurden, wurden gewöhnlich die BHDs von allen Bäumen aufgenommen. Daher liegen in der Regel auf einer Probefläche an mehreren Bäumen einer Baumartengruppe BHD-Messungen vor.

Tabelle 3.2: Anzahl (n) Probeflächen-Baumartengruppen Kombinationen und Anteil dieser Kombinationen, die durch mindestens eine / zwei BHD-Messungen je Baum abgedeckt sind.

Bundesland	n gesamt	n BHD vorhanden	Anteil BHD vorhanden(%)	n BHD $\geq 2\times$ vorhanden	Anteil BHD ($\geq 2\times$ vorhanden, %)
HE	1 161	932	80.28	829	71.40
NI	1 042	1 042	100.00	950	91.17
SH	365	361	98.90	288	78.90
ST	319	299	93.73	233	73.04
BB	610	573	93.93	537	88.03
MV	380	87	22.89	15	3.95

In Abbildung 3.5 ist die Abhängigkeit des BHDs vom Baumalter für die Baumartengruppen abgebildet. Wie zu erwarten, nimmt der BHD tendenziell mit dem Alter zu. Zusätzlich sind BHDs von Bäumen einer zufällig ausgewählten Probefläche und eines zufällig ausgewählten Baumes auf dieser Probefläche farblich hervorgehoben. Die longitudinale und geclusterte Struktur der Daten fällt auf.

Tabelle 3.3: Anzahl BHD-Messungen nach Bundesländern und Jahr.

Jahr	ST	SH	MV	BB	NI	HE
1984	0	0	0	0	9 753	12 386
1985	0	0	0	0	777	399
1986	0	0	0	0	138	289
1987	0	0	0	0	71	81
1988	0	0	0	0	122	489
1989	0	0	0	0	4 787	28
1990	0	0	0	0	6 942	317
1991	0	0	175	8 653	237	2 965
1992	0	0	1	0	136	38
1993	0	0	0	0	123	40
1994	0	0	0	1	12 175	11 509
1995	0	0	0	0	59	43
1996	0	63	0	9 142	69	78
1997	0	123	1	0	543	738
1998	0	244	0	0	496	104
1999	0	76	0	0	213	59
2000	0	55	0	0	302	118
2001	0	11	0	8 702	248	2 532
2002	0	85	0	0	323	33
2003	0	55	67	0	195	160
2004	0	146	5	0	9 659	94
2005	0	2 573	4	0	119	104
2006	4	214	0	0	234	86
2007	8	92	4	0	204	384
2008	3	54	1	0	139	288
2009	5	91	3	794	64	82
2010	4	71	80	0	81	134
2011	4 579	2 985	40	2	4 870	5 003
2012	237	82	23	29	136	95
2013	138	402	140	5	223	48
2014	140	49	242	823	108	55
2015	747	200	68	832	651	252

Einige Messungen erscheinen unrealistisch. Zum Teil ist der BHD von über 100 jährigen Bäumen geringer als 10 cm. Es gibt auch Bäume, deren BHD zu groß erscheint. Diese unrealistischen Messungen treten jedoch relativ selten auf. Es kann nicht nachgeprüft werden, wie es zu diesen unrealistischen Messungen gekommen ist (vgl. Abbildung 3.5). Diese unrealistischen Messungen können die Ergebnisse verfälschen, daher sollen diese nicht für die weitere Modellierung verwendet werden. Im Abschnitt 3.2.2 wird unter anderem eine Methode eingeführt, um solche unrealistischen Messungen zu identifizieren.

In der Abbildung 3.5 ist zusätzlich die Entwicklung des mittleren Bestandesdurchmessers der 1. Ertragsklasse nach der Ertragstafel (Schober, 1987) dargestellt. Es fällt auf, dass die BHD-Entwicklung nach der Ertragstafel nahezu linear ist. Die beobachteten BHDs liegen für junge Bäume überwiegend über dem Bestandesdurchmesser nach der Ertragstafel. In höheren Altersklassen liegen die beobachteten BHDs eher unter dem Bestandesdurchmesser nach der Ertragstafel. Entsprechend entwickeln sich die beobach-

teten BHDs in Abhängigkeit von dem Baumalter im Mittel konkav. Besonders fällt dies bei den Fichten auf; hier nimmt der mittlere BHD ab einem Alter von etwa 135 Jahren augenscheinlich ab.

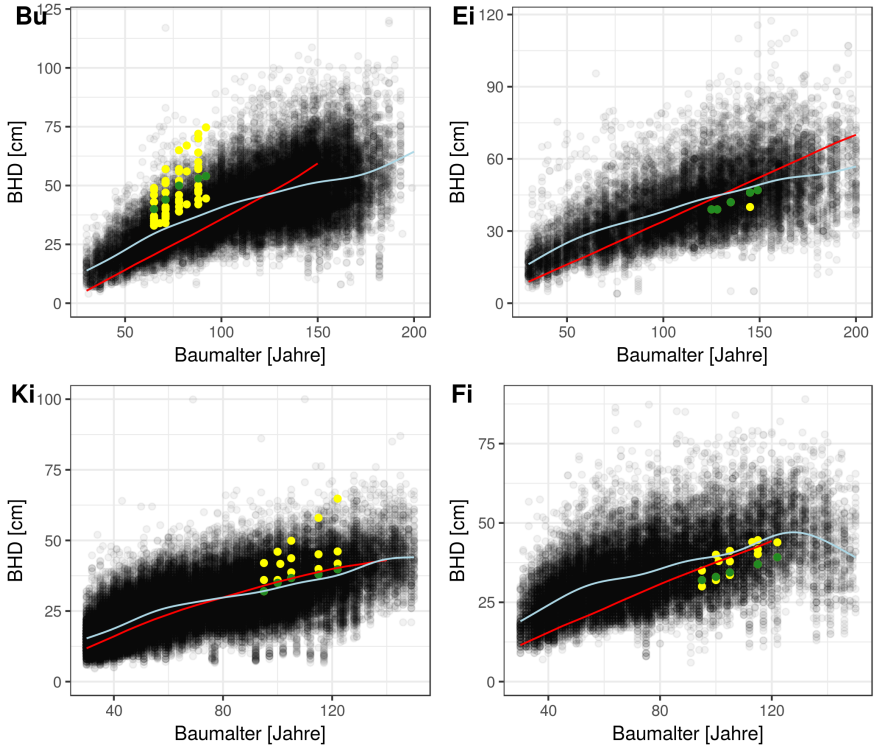

Abbildung 3.5: Alle Datenpunkte (schwarze Punkte) für Buche (Bu), Eiche (Ei), Kiefer (Ki) und Fichte (Fi). Daten einer zufällig ausgewählten Probefläche mit vielen Beobachtungen (gelbe Punkte) und eines wiederum zufällig ausgewählten Baumes auf dieser Probefläche (grüne Punkte). Es ist zusätzlich die Entwicklung des mittleren Bestandesdurchmessers der 1. Ertragsklasse nach der Ertragstafel (Schober, 1987) (rot) und eine flexieble an die Daten angepasste Funktion (blau) dargestellt.

Baumhöhenmessungen

Die Messung der Baumhöhe ist im Vergleich zur Messung des BHDs deutlich aufwendiger. Für die Messung der Baumhöhe ist es erforderlich, die Spitze des Baumes zu sehen. Daher werden Baumhöhenmessungen an Laubbäumen grundsätzlich im Winter durchgeführt. Wenn sich ein Nadelbaum in einem Mischbestand zusammen mit Laubbäumen befindet, ist auch hier häufig eine Baumhöhenmessung im Winter erforderlich. Da die WZE-Aufnahme im Sommer stattfindet, mussten im Falle einer Baumhöhenmessung viele Probeflächen zweimal in einem Jahr angefahren werden, was mit erheblichen Kosten

Tabelle 3.4: Anzahl (n) Probeflächen-Baumartengruppen Kombinationen und wieviele dieser Kombinationen durch Baumhöhenmessungen abgedeckt sind

Bundesland	n gesamt	n Baumhöhe vorhanden	Anteil (%)
HE	1 161	306	26.36
NI	1 042	267	25.62
SH	365	90	24.66
ST	319	309	96.87
BB	610	523	85.74
MV	380	119	31.32

verbunden ist. Deshalb liegen weniger Baumhöhenmessungen als BHD-Messungen für Bäume der WZE vor.

Es existieren für alle Bundesländer, außer für MV, Baumhöhenmessungen an den WZE-Probeflächen. In BB sind Baumhöhen 1991, 1996 und 2001 gemessen worden. Davon stammen 10 955 Messungen von Baumartengruppen, die in dieser Arbeit untersucht werden (vgl. Tabelle 2.1). In BB wurden 1991 an 16.04 % der beprobten Bäume die Baumhöhe gemessen, 1996 an 89.18 % und 2001 an 11.32 %. In HE, NI, SH und ST wurden Baumhöhen 2015 im Rahmen dieser Arbeit gemessen. Es liegen 1 169 Baumhöhenmessungen vor.

Eine weitere Inventur, die Bodenzustandserhebung (BZE), hat teilweise in denselben Beständen stattgefunden. Die im Rahmen der BZE gemessenen Baumhöhen befinden sich demzufolge teilweise räumlich sehr nahe an den Bäumen, die im Rahmen der WZE untersucht wurden. Die BZE-Baumhöhenmessungen sollen deshalb in dieser Arbeit ebenfalls zur Modellierung der Baumhöhe verwendet werden. Hierfür stehen 4 114 Messungen zur Verfügung.

Die Baumhöhenmessungen, die für diese Arbeit aufgenommen wurden, waren so geplant, dass unter Berücksichtigung der BZE-Baumhöhenmessungen möglichst viele PBK abgedeckt sind. In Tabelle 3.4 ist dargestellt, für wieviele PBK mindestens eine Baumhöhe vorhanden ist. In ST und BB ist für einen großen Teil der PBK die Baumhöhe gemessen worden. Für die anderen Bundesländer liegen nur für etwa 1/4 der PBK Baumhöhenmessungen vor. Wiederholte Baumhöhenmessungen an einem Baum gibt es nur in BB, Jedoch kommen diese auch in BB nur selten vor.

In Abbildung 3.6 ist die Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD dargestellt. Wie zu erwarten ist, nimmt die Baumhöhe grundsätzlich mit zunehmenden BHD zu. Zusätzlich sind Beobachtungen an Bäumen einer zufällig ausgewählten Probefläche farblich hervorgehoben. Es ist zu erkennen, dass sich Beobachtungen von derselben Probefläche ähnlicher sind als Beobachtungen von unterschiedlichen Probeflächen. In der Abbildung 3.7 ist die Baumhöhe in Abhängigkeit vom Baumalter dargestellt. Wie zu erwarten nimmt die Baumhöhe mit dem Baumalter tendenziell zu. Auch hier fällt die geclusterte Struktur der Daten auf. Vergleicht man die Abbildungen 3.6 und 3.7, fällt auf, dass der Zusammenhang zwischen BHD und Baumhöhe enger ist als zwischen Baumalter und Baumhöhe. Bei beiden Abbildungen wurde dieselbe Probefläche farblich hervorgehoben. Das Baumalter, in dem die Baumhöhe auf den hervorgehobenen Probeflächen gemessen wurde, variiert

kaum (vgl. Abbildung 3.7). Der BHD variiert hingegen deutlich stärker (vgl. Abbildung 3.6).

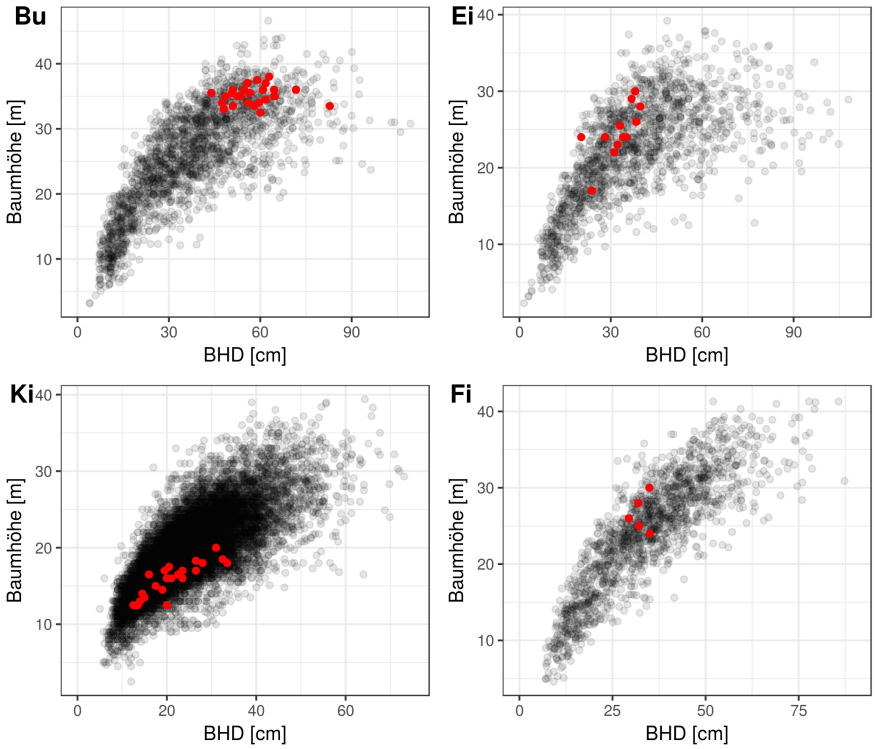

Abbildung 3.6: Alle Datenpunkte (schwarze Punkte) für Buche (Bu), Eiche (Ei), Kiefer (Ki) und Fichte (Fi). Daten einer zufällig ausgewählten Probefläche mit vielen Beobachtungen (rote Punkte). Es sind die gleichen Probeflächen wie in Abbildung 3.7 hervorgehoben.

3.2.2 Methode

Löschen von unrealistischen BHD-Messungen

Wie bereits zuvor beschrieben, gibt es relativ wenige unrealistische BHD-Messungen (vgl. Abbildung 3.5). Es kann nicht mehr nachvollzogen werden, wie es zu diesen Messungen gekommen ist. Diese unrealistischen Messungen können bei einer späteren Regression die Ergebnisse verfälschen, daher sollen sie gelöscht werden. Als unrealistisch sollen Messungen gelten, die außerhalb eines bestimmten Quantils liegen. Hierfür ist eine Quantilsregression durchgeführt worden. Wobei die Quantile (q_τ)

$$P(Y \leq q_\tau) = \tau$$

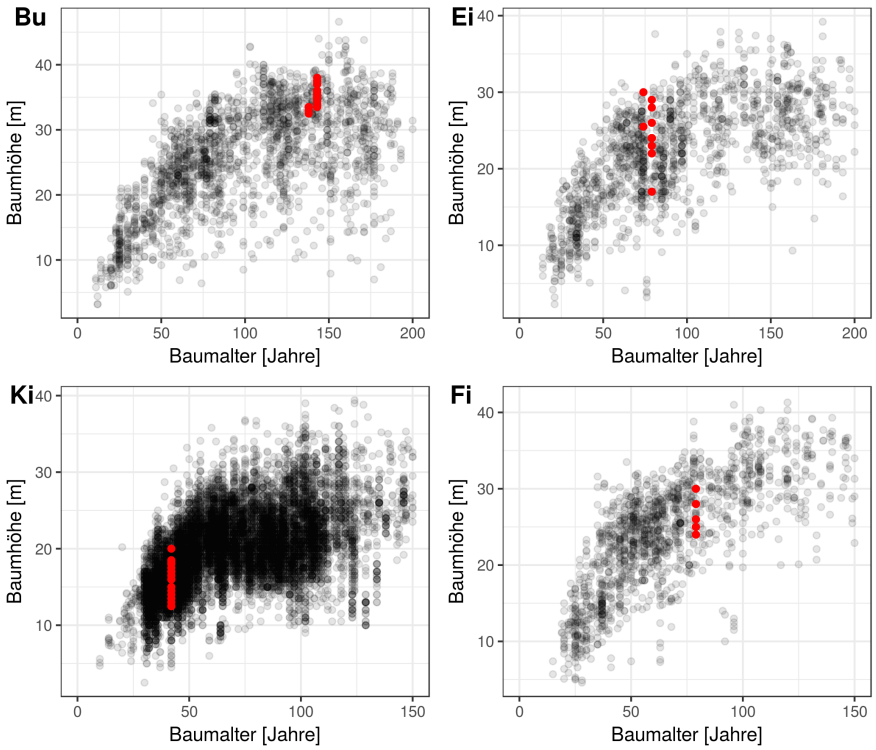

Abbildung 3.7: Alle Datenpunkte (schwarze Punkte) für Buche (Bu), Eiche (Ei), Kiefer (Ki) und Fichte (Fi). Daten einer zufällig ausgewählten Probefläche mit vielen Beobachtungen (rote Punkte). Es sind die gleichen Probeflächen wie in Abbildung 3.6 hervorgehoben.

und

$$P(Y \geq q_{1-\tau}) = \tau$$

durch ein lineares Regressionsmodell beschrieben werden sollen. In einem gewöhnlichen linearen Modell

$$y = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon$$

gilt unter der Voraussetzung $E(\varepsilon) = 0$

$$E(y) = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}.$$

Durch alternative Annahmen für die Fehlerterme können die Quantile

$$Q_y(\tau) = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}$$

bzw.

$$F_y(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}) = \tau$$

beschrieben werden. Hierbei wird

$$F_\varepsilon(0) = \tau$$

und

$$Q_\varepsilon(\tau) = 0$$

unterstellt. Wobei F_ε die kumulative Verteilungsfunktion ist (Koenker, 2005). Einen Schätzer für $\boldsymbol{\beta}$ erhält man durch

$$\arg\min_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{i=1}^{n} w_\tau(y_i)|y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}| \tag{3.27}$$

mit

$$w_\tau(y_i) = \begin{cases} \tau & y_i < \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \\ 0 & y_i = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \\ 1-\tau & y_i > \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}. \end{cases}$$

Für diese Quantilsregression sollen zwei Ansätze verfolgt werden. Da der Zusammenhang zwischen Baumalter und BHD offensichtlich nichtlinear ist (vgl. Abbildung 3.5) kann die Designmatrix durch B-Splines aufgebaut werden, um den nichtlinearen Zusammenhang beschreiben zu können (vgl. Gleichungen 3.13 und 3.14). Auf eine Penalisierung wird verzichtet. Es handelt sich bei der Schätzung durch 3.27 weder um eine kleinste Quadrat-Schätzung noch um eine Maximum Likelihood Schätzung, daher ist die Implementierung der Penalisierung in Ausdruck 3.27 nicht trivial (vgl. auch Gleichung 3.15). Es wird händisch sichergestellt, dass die Funktion nicht zu flexibel ist. Die Qantilsregression wird mit dem R-Paket `quantreg` (Koenker und Bassett, 1978) durchgeführt. Um die B-Splines zu konstruieren, wird das R-Paket `splines` (R Core Team, 2016) verwendet.

Dieser Ansatz hat den Nachteil, dass die resultierende Funktion nicht monoton steigend ist. Nichtlineare Wachstumsfunktionen haben diese Eigenschaft. Das Anpassen eines mittleren Wachstumsverlaufs führt bei nichtlinearen Wachstumsfunktionen bereits häufig zu numerischen Schwierigkeiten (z. B. Nothdurft, 2007). Bei einer Quantilsregression werden diese numerischen Schwierigkeiten tendenziell noch zunehmen, unter anderem weil hier nicht die Abweichungsquadrate sondern die absoluten Abweichungen minimiert werden (Koenker und Bassett, 1978). Das Minimieren der absoluten Abweichungen ist numerisch schwieriger, da die resultierende Funktion nicht stetig differenzierbar ist.

Eine Alternative stellt die von Lappi (1997) beschriebene Linearisierung der Korf-Funktion dar. Der Zusammenhang zwischen einer Kovariable (hier Baumalter t) und der

Zielvariable BHD kann darnach linear

$$\log(\text{BHD}_i) = A + Bx_i + \varepsilon_i \tag{3.28}$$

mit

$$x = \frac{(t+\lambda)^{-C} - (30+\lambda)^{-C}}{(10+\lambda)^{-C} - (30+\lambda)^{-C}} \tag{3.29}$$

dargestellt werden.

Die Parameter können folgendermaßen interpretiert werden: A ist der Erwartungswert von log(BHD) im Alter 30. B ist die Differenz des Erwartungswertes von log(BHD) zwischen Alter 10 und 30. Lappi (1997) beschreibt die Linearisierung der Korf-Funktion am Beispiel eines Modells für die Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD. Ein Großteil seiner Beobachtungen haben einen BHD zwischen 10 cm und 30 cm. Hier wird die Funktion hingegen zur Modellierung des BHDs in Abhängigkeit vom Baumalter verwenden. Die hier vorliegenden Werte liegen zwischen 30 Jahren und 150 Jahren bzw. 30 Jahren und 200 Jahren. Um interpretierbare Parameter in einem sinnvollen Bereich zu bekommen, wird Gleichung 3.29 angepasst

$$x = \frac{(t+\lambda)^{-C} - (130+\lambda)^{-C}}{(40+\lambda)^{-C} - (130+\lambda)^{-C}}.$$

Im Bereich von 40 bis 130 Jahren liegen viele Messungen vor, dadurch ist eine gute Interpretierbarkeit der Parameter durch diese Reparametrisierung gegeben.

Für die Anpassung des linearen Modells benötigt man Werte für die Parameter C und λ. Zunächst wurde versucht, das nichtlineare Modell an die Daten anzupassen, um Schätzungen für diese beiden Parameter zu erhalten. Dabei traten jedoch numerische Schwierigkeiten auf, auch dann, wenn der mittlere Funktionsverlauf durch die nichtlineare Funktion geschätzt wurde. Lappi (1997) weist bereits auf die schlechten numerischen Eigenschaften des nichtlinearen Modells hin. Schließlich wurden die Parameter C und λ heuristisch festgesetzt ($C = 1.225$ und $\lambda = 7$). Es konnte jedoch beispielhaft gezeigt werden, dass die Wahl der beiden Parameter nur einen geringen Einfluss auf das Ergebnis hat.

Die Korf-Funktion wird als Grundfunktion für eine Quantilsregression verwendet. Die Quantilsregression wird, wie zuvor beschrieben, mit dem R-Paket `quantreg` (Koenker und Bassett, 1978) durchgeführt. Beobachtungen, die außerhalb der modellierten Quantile liegen, werden als unrealistisch betrachtet und gelöscht.

Die nichtlineare Grundfunktion zur Beschreibung der Baumdimension

Die Baumdimension wird in dieser Arbeit durch die Baumhöhe und den BHD beschrieben. Der BHD soll in Abhängigkeit vom Baumalter und die Baumhöhe soll in Abhängigkeit vom BHD modelliert werden. Beide Zusammenhänge werden in dieser Arbeit durch

die nichtlineare Grundfunktion

$$\hat{y} = \gamma^{(1)} \left[1 - \frac{1}{3} \exp \left(\frac{9\gamma^{(2)}}{4\gamma^{(1)}} \gamma^{(3)} - x) \right) \right]^3 \tag{3.30}$$

beschrieben (Fischer und Schönfelder, 2016). Die drei Parameter lassen sich biologisch interpretieren: $\gamma^{(1)}$ ist die Asymptote, $\gamma^{(2)}$ der maximale Zuwachs und $\gamma^{(3)}$ ist der Wert von x, wenn der Zuwachs maximal ist.

Die Trendfunktion wurde in erster Linie deshalb ausgewählt, da sie sich als numerisch stabil zeigte. Es wurde auch versucht, die Baumdimension durch die Richards-Funktion und die Funktion von Sloboda (1971) zu modellieren. Diese Funktionen zeigten sich jedoch als instabiler. Weiterhin wurde versucht, die Baumdimension durch die linearisierte Korf-Funktion zu modellieren (Lappi, 1997). Diese Funktion erwies sich als zu wenig flexibel, wenn C und λ (vgl. Gleichung 3.29) heuristisch festgesetzt wurden. Wenn alle Parameter der Funktion geschätzt werden, treten numerische Probleme auf.

Herleitung des gemischten nichtlinearen hierarchischen Modells

Wenn die Daten typischerweise eine geclusterte Struktur aufweisen und bekannt ist, welche Objekte zu welchen Cluster gehören, so bieten sich gemischte Modelle zur Beschreibung an. In dieser Arbeit kommt die geclusterte Struktur der Daten dadurch zustande, dass mehrere Beobachtungen von derselben Probefläche stammen. Da Beobachtungen von derselben Probefläche ähnlicher erscheinen als Beobachtungen von unterschiedlichen Probeflächen, muss man von innerhalb der Cluster korrelierten Beobachtungen ausgehen.

Gemischte Modelle werden auch bei longitudinalen Daten eingesetzt. Bei longitudinalen Daten liegen wiederholte Messungen an einem Objekt vor. Da in dieser Arbeit BHDs wiederholt am selben Baum gemessen wurden, handelt es sich auch um longitudinale Daten.

Die Beschreibung der Modelle orientiert sich an den Arbeiten von Lindstrom und Bates (1990), Fahrmeir *et al.* (2013), Pinheiro und Bates (1996), Box und Jenkins (1994), Littel *et al.* (2006), Venables und Ripley (2003).

Gemischte lineare Modelle

Für die Einführung der gemischten Modelle werden die Messwiederholungen an den Bäumen zunächst ignoriert. Später wird beschrieben, wie die Messwiederholungen und die geclusterte Struktur der Daten berücksichtigt werden können. i bezeichnet ein Cluster,

$$i = 1, \ldots, m$$

und j eine Beobachtung im Cluster i,

$$j = 1, \ldots, n_i.$$

Damit lassen sich Zielvariable y_{ij} und Kovariablen $\boldsymbol{x}_{ij}$ exakt identifizieren.

In der Regel ist die Anzahl der Gruppen m größer als die Gruppengröße n_i. Im Gegensatz zu Faktoren, die durch eine Dummycodierung modelliert werden können, werden die Gruppen bei einem gemischten Modell als austauschbar betrachtet.

Gemischte Modelle haben zwei Ziele: (1.) Erklären und Aufteilen der Variabilität der Daten in Variabilität zwischen den Gruppen und Variabilität innerhalb der Gruppe. (2.) Modellieren gruppenspezifischer Effekte.

Zunächst soll das gemischte lineare Modell

$$\boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{Z}_i\boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{3.31}$$

eingeführt werden, mit den Zufallseffekten $\boldsymbol{b}_i$. Wie im gewöhnlichen linearen Modell gilt

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma^2\boldsymbol{I}_{n_i}). \tag{3.32}$$

Zusätzlich gilt

$$\boldsymbol{b}_i \overset{i.i.d.}{\sim} N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{Q}),$$

mit

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} \text{Var}\left(b_i^{(1)}\right) & \dots & \text{Cov}\left(b_i^{(1)}, b_i^{(p)}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}\left(b_i^{(p)}, b_i^{(1)}\right) & \dots & \text{Var}\left(b_i^{(p)}\right) \end{pmatrix}.$$

Hierbei wird die Unabhängigkeit der Residuen eines Clusters durch Ausdruck 3.32 unterstellt. Insbesondere bei den später eingeführten Messwiederholungen an einem Baum müssen korrelierte Fehler-Prozesse von dem Modell abgebildet werden können. Daher verallgemeinern wir 3.32 zu

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Sigma}_i). \tag{3.33}$$

Wobei die Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_i$ die Dimension $n_i \times n_i$ hat.

Modell 3.31 kann als bedingtes Modell

$$\boldsymbol{y}_i|\boldsymbol{b}_i \sim N(\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{Z}_i\boldsymbol{b}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$$

oder als marginales Modell

$$\boldsymbol{y}_i \sim N(\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_i + \boldsymbol{Z}_i\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Z}_i')$$

dargestellt werden.

Es sollen die fixen Effekte $\boldsymbol{\beta}$, die Kovarianz $\boldsymbol{\Sigma}_i$ und die Kovarianzstruktur $\boldsymbol{Q}$ geschätzt werden. Basierend auf diesen Parametern können die Zufallseffekte $\boldsymbol{b}$ vorhergesagt wer-

den. Hierfür werden $\boldsymbol{\varepsilon}$ und $\boldsymbol{b}$ zunächst als Zufallsvektoren angesehen.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{\varepsilon} \end{pmatrix} \sim \mathrm{N}\left(\begin{pmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \boldsymbol{G} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{R} \end{pmatrix} \right) \tag{3.34}$$

mit den Blockdiagonalmatrizen

$$\boldsymbol{G}_{[m\cdot p \times m\cdot p]} = \mathrm{blockdiag}(\boldsymbol{Q}, \ldots, \boldsymbol{Q})$$

und

$$\boldsymbol{R} = \mathrm{blockdiag}(\boldsymbol{\Sigma}_1, \boldsymbol{\Sigma}_2, \ldots, \boldsymbol{\Sigma}_m).$$

Die gemeinsame Likelihood kann dann als

$$\begin{aligned} L(\cdot) =& p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{b})p(\boldsymbol{b}) \\ =& \frac{1}{\sqrt{det(2\pi \boldsymbol{R})}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{Z}\boldsymbol{b})' \boldsymbol{R}^{-1} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{Z}\boldsymbol{b}) \right) \\ & \cdot \frac{1}{\sqrt{det(2\pi \boldsymbol{G})}} \exp\left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{b}' \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{b} \right) \end{aligned} \tag{3.35}$$

aufgeschrieben werden. $\boldsymbol{Z}$ ist die Blockdiagonalmatrix

$$\boldsymbol{Z} = \mathrm{blockdiag}(\boldsymbol{Z}_1, \boldsymbol{Z}_2, \ldots, \boldsymbol{Z}_m).$$

Um die Likelihood (vgl. 3.35) zu maximieren werden die Kovarianzmatrizen $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{R}$ benötigt, diese sind jedoch zunächst nicht bekannt. Die Parameter $\boldsymbol{\phi}$, die die Kovarianzmartizen $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\phi})$ und $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\phi})$ beschreiben, sollen auch geschätzt werden. Basierend auf dem marginalen Modell kann die Likelihood

$$L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}) = \frac{1}{\sqrt{det(2\pi \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\phi}))}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta})' \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\phi})^{-1} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}) \right) \tag{3.36}$$

für $\boldsymbol{\beta}$ und $\boldsymbol{\phi}$ gebildet werden, mit

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{\phi}) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{\phi}) + \boldsymbol{Z}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{Z}'.$$

Diese Likelihood hängt jetzt wiederum von $\boldsymbol{\beta}$ ab. $\boldsymbol{\beta}$ kann in Abhängigkeit von $\boldsymbol{\phi}$ als gewichteter Kleinster-Quadrate-Schätzer

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{\phi}) = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{V}(\boldsymbol{\phi})^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{V}(\boldsymbol{\phi})^{-1}\boldsymbol{y}$$

geschätzt werden. $\hat{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{\phi})$ wird in 3.36 eingesetzt, hierdurch erhält man die Profile Likelihood. $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ und $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ werden abwechselnd geschätzt, bis die Schätzungen konvergieren.

Um das Einsetzen von $\hat{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{\phi})$ in 3.36 zu vermeiden, wird typischerweise die marginale

Likelihood

$$L(\boldsymbol{\phi}) = \int L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}) d\boldsymbol{\beta} = \int p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{b}) p(\boldsymbol{b}) d\boldsymbol{\beta} d\boldsymbol{b} \tag{3.37}$$

verwendet.

Gemischte nichtlineare Modelle

Die Baumdimension soll durch die nichtlineare Funktion f (vgl. Gleichung 3.30) beschrieben werden. Damit verallgemeinert sich das zuvor eingeführte lineare gemischte Modell 3.31 zu einem nichtlinearen gemischten Modell. Die Beobachtungen eines Clusters können durch

$$\boldsymbol{y}_i = f(\boldsymbol{\gamma}_i, \boldsymbol{x}_i) + \boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{3.38}$$

mit

$$\boldsymbol{\gamma}_i = \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{b}_i$$

modelliert werden.

Die Likelihood (vgl. Gleichung 3.35) verändert sich durch die nichtlineare Grundfunktion

$$\begin{aligned} L(\cdot) =& p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{b}) p(\boldsymbol{b}) \\ =& \frac{1}{\sqrt{det(2\pi \boldsymbol{R})}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{y} - f(\boldsymbol{\gamma}_i, \boldsymbol{x}_i))' \boldsymbol{R}^{-1} (\boldsymbol{y} - f(\boldsymbol{\gamma}_i, \boldsymbol{x}_i)) \right) \\ & \cdot \frac{1}{\sqrt{det(2\pi \boldsymbol{G})}} \exp\left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{b}' \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{b} \right). \end{aligned} \tag{3.39}$$

Gemischte nichtlineare, hierarchische Modelle

Bis jetzt wurde nur berücksichtigt, dass Beobachtungen aus derselben Gruppe, hier von derselben Probefläche, kommen. Es wurden in der Regel mehrere Bäume an einer Probefläche untersucht. An den Bäumen wurde der BHD mehrfach zu unterschiedlichen Zeitpunkten gemessen. Hierdurch entsteht eine neue Hierarchieebene; Residuen vom selben Baum streuen in der Regel weniger als Residuen unterschiedlicher Bäume von derselben Probefläche. Es werden nun drei Indizes benötigt, um eine Beobachtung eindeutig zu identifizieren. i bezeichnet ein übergeordnetes Cluster (in dieser Arbeit eine Probefläche),

$$i = 1, \ldots, m,$$

j eine untergeordnete Einheit (in dieser Arbeit einen Baum)

$$j = 1, \ldots, n_i$$

und k eine der q_{ij} wiederholten Messungen am Baum j in der Probefläche i.

$$k = 1, \ldots, q_{ij}$$

Damit lassen sich Zielvariable y_{ijk} und Kovariablen $\boldsymbol{x}_{ijk}$ exakt identifizieren.

Die Beobachtungen eines Baumes können dann durch das hierarische nichtlineare gemischte Modell

$$\boldsymbol{y}_{ij} = f(\boldsymbol{\gamma}_{ij}, \boldsymbol{x}_{ij}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \tag{3.40}$$

mit

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}_{ij} &= \boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{B}_{i,j}\boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{B}_{ij}\boldsymbol{b}_{ij}, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} &\sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{ij}) \end{aligned}$$

beschrieben werden.

Die Vektoren und Matrizen müssen neu definiert werden.

$$\boldsymbol{G} = \text{blockdiag}(\boldsymbol{D}_1, \ldots, \boldsymbol{D}_m)$$

mit

$$\boldsymbol{D}_i = \text{blockdiag}(\boldsymbol{Q}_1, \boldsymbol{Q}_2, \ldots, \boldsymbol{Q}_2)$$

mit

$$\boldsymbol{Q}_1 = \begin{pmatrix} \text{Var}\left(b_i^{(1)}\right) & \ldots & \text{Cov}\left(b_i^{(1)}, b_i^{(p_u)}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}\left(b_i^{(1)}, b_i^{(p_u)}\right) & \ldots & \text{Var}\left(b_i^{(p_u)}\right) \end{pmatrix}$$

und

$$\boldsymbol{Q}_2 = \begin{pmatrix} \text{Var}\left(b_{ij}^{(1)}\right) & \ldots & \text{Cov}\left(b_{ij}^{(1)}, b_{ij}^{(p_l)}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}\left(b_{ij}^{(1)}, b_{ij}^{(p_l)}\right) & \ldots & \text{Var}\left(b_{ij}^{(p_l)}\right) \end{pmatrix}$$

Bei der Generierung von $\boldsymbol{D}_i$ wird $\boldsymbol{Q}_2$ n_i mal an $\boldsymbol{Q}_1$ angefügt.

Parameterschätzung von gemischten Modellen

Parameterschätzung mittels Likelihood Methoden

Die Parameter können geschätzt werden, indem die Likelihood oder die Log-Likelihood in Abhängigkeit von dem Parameter maximiert wird. Die Parameterschätzung wurde mit der R-Funktion `nlme` (Box und Jenkins, 1994; Davidian und Giltinan, 1995; Laird und

Ware, 1982; Littel *et al.*, 2006; Lindstrom und Bates, 1990; Pinheiro und Bates, 1996; Venables und Ripley, 2003) durchgeführt. Durch die vielen Parameter treten hierbei häufig numerische Probleme auf. Dies gilt insbesondere bei der nichtlinearen Grundfunktion, da hier das Integral (vgl. Gleichung 3.37) grundsätzlich nicht geschätzt werden kann. In den `nlme`-Funktionen gibt es hierfür verschiedene Ansätze, unter anderem gibt es Möglichkeiten die nichtlineare Funktion zu linearisieren (Davidian und Giltinan, 1995).

Die Stabilitätsprobleme der Modelle konnten nicht vollständig gelöst werden. Auf welche der Parameter Zufallseffekte modelliert wurden, war daher in erster Linie eine Frage der Modellstabilität. Ob es sinnvoll ist, aus ökologischen oder theoretischen Überlegungen auf einen Parameter Zufallseffekte zu modellieren, spielt hingegen häufig eine untergeordnete Rolle.

Parameterschätzung mittels Bayes-Methoden

Eine Alternative zur Parameterschätzung mit der Maximum Likelihood-Methode ist die Parameterschätzung mit der Bayes-Methode. Bei der Maximum Likelihood-Methode wird davon ausgegangen, dass es einen wahren Parameter gibt. Im Gegensatz dazu wird bei der Bayes-Methode davon ausgegegangen, das es eine wahre Parameter-Verteilung gibt.

Hier wird neben der Erkenntnis, die aus den Daten gewonnen wird, das Vorwissen über den Parameter berücksichtigt. Dieses Vorwissen wird durch die A-priori-Verteilung $f(\boldsymbol{\vartheta})$ charakterisiert. Wobei $\boldsymbol{\vartheta}$ alle zu schätzenden Parameter $(\boldsymbol{\beta}', \boldsymbol{\phi}')'$ enthält. Zunächst wird erklärt wie ein Skalar ϑ geschätzt werden kann. Danach wird darauf eingegangen, wie ein Vektor $\boldsymbol{\vartheta}$ geschätzt werden kann. Die Verteilung der beobachteten Daten wird als bedingte Verteilung gegeben den Parameter interpretiert $f(y|\vartheta)$. Diese Verteilung entspricht der Likelihood. Die posteriore Verteilung ist die bedingte Verteilung des Parameters gegeben die Daten

$$f(\vartheta|y) = \frac{f(y|\vartheta)f(\vartheta)}{f(y)}$$

mit

$$f(y) = \int f(y, \vartheta)d\vartheta = \int f(y|\vartheta)f(\vartheta)d\vartheta.$$

$f(y)$ kann als normalisierende Konstante betrachtet werden, damit $\int f(\vartheta|y)d\vartheta = 1$ gilt. Für viele Fragestellungen reicht es aus

$$f(\vartheta|y) \propto f(y|\vartheta)f(\vartheta)$$

zu betrachten.

Wenn wenig Erkenntnis aus den Daten abgeleitet werden kann, zum Beispiel weil nur wenige Beobachtungen vorliegen, wird $f(\vartheta|y)$ durch $f(\vartheta)$ dominiert. Je mehr Erkenntnis aus den Daten gezogen werden kann, zum Beispiel weil die Anzahl der Beobachtungen zunimmt, desto stärker wird $f(\vartheta|y)$ durch $f(y|\vartheta)$ beeinflusst. Wenn sehr viele Beobachtun-

gen vorliegen, entspricht $f(\vartheta|y)$ asymptotisch $f(y|\vartheta)$. Dies kann als Lernen interpretiert werden. Das Vorwissen wird durch Erkenntnisse, die aus den Daten gewonnen werden, aktualisiert.

Ziel der Analyse ist es, die posteriore Verteilung zu schätzen. Aus der Verteilung können Punktschätzer abgeleitet werden, wie der Erwartungswert, der Median, der Mittelwert oder der Mode. In einfachen Fällen kann die posteriore Verteilung analytisch bestimmt werden. In komplexeren Fällen ist dies jedoch nicht möglich, so auch in diesen Fall. Eine Möglichkeit die posteriore Verteilung zu bestimmen, ist der Metropolis-Hastings-Algorithmus. Dieser basiert auf einer Markov-Chain-Monte-Carlo- oder kurz MCMC-Simulation (Hastings, 1970).

Gehen wir zunächst davon aus, $f(\vartheta|y)$ wäre bekannt und es wäre möglich, unabhängige Zufallszahlen aus der Verteilung zu ziehen. Dann könnten M Zufallszahlen gezogen werden. Wenn M hinreichend groß ist, konvergiert die Verteilung der Zufallszahlen zu $f(\vartheta|y)$.

Nun ist es durch den Metropolis-Hastings-Algorithmus möglich, Zufallszahlen aus einer Verteilung zu ziehen, ohne die Verteilung zu kennen. Um $\vartheta^{(m)}$ zu generieren

$$m = 1, \ldots, M$$

wird zunächst eine Zufallszahl als Vorschlag ϑ^* basierend auf $\vartheta^{(m-1)}$ generiert.

$$\vartheta^* = h(\vartheta^{(m-1)}).$$

Wobei h eine Funktion ist aus der ϑ^* vorgeschlagen wird. Grundsätzlich ist es egal, welche Funktion hier verwendet wird. Je näher h an $f(\vartheta|y)$ liegt, desto weniger Wiederholungen sind notwendig, um eine gute Schätzung für $f(\vartheta|y)$ zu erhalten. Es ist weiterhin gut, wenn nur ϑ^* aus dem Parameterbereich von ϑ vorgeschlagen werden. Jedoch konvergiert der Algorithmus auch wenn dies nicht gewährleistet ist, allerdings nimmt die Rechenzeit zu.

Anschließend wird die Wahrscheinlichkeit basierend auf $\vartheta^{(m-1)}$ ausgerechnet, dass ϑ^* als $\vartheta^{(m)}$ akzeptiert wird.

$$\alpha^* = \frac{f(\vartheta^*|y)}{f(\vartheta^{(m-1)}|y)} \frac{h(\vartheta^{(m-1)}|\vartheta^*)}{h(\vartheta^*|\vartheta^{(m-1)})}$$

α^* kann Werte größer als 1 annehmen, diese sind für eine Wahrscheinlichkeit nicht sinnvoll. Daher wird

$$\alpha = \min(\alpha^*, 1)$$

berechnet. Wenn ϑ^* akzeptiert wurde, wird

$$\vartheta^{(m)} = \vartheta^*$$

gesetzt, sonst

$$\vartheta^{(m)} = \vartheta^{(m-1)}.$$

Nachdem eine gewisse Anzahl Zufallszahlen auf diese Weise generiert worden ist (burn in Phase), stammen die Zufallszahlen aus der Verteilung $f(\vartheta|y)$. Diese ersten Zufallszahlen werden gelöscht. Weiterhin basiert $\vartheta^{(m)}$ auf $\vartheta^{(m-1)}$. Daher muss zunächst davon ausgegangen werden, dass die Zufallszahlen nicht unabhängig sind. Um unabhängige Zufallszahlen zu erhalten, wird nur jede n-te Zufallszahl verwendet. Alle Zufallszahlen dazwischen werden gelöscht. Als $\vartheta^{(0)}$ wird ein beliebiger Wert verwendet. Es können mehrere MCMCs mit verschiedenen $\vartheta^{(0)}$ gerechnet werden, um festzustellen, ob die Ergebnisse von $\vartheta^{(0)}$ abhängen.

Bis jetzt haben wir ϑ als Skalar betrachtet. Nun soll

$$\boldsymbol{\vartheta} = (\vartheta_1, \ldots, \vartheta_j, \ldots, \vartheta_k)'$$

sein. Für jedes Element aus $\boldsymbol{\vartheta}$ werden Vorschläge basierend auf den aktuellen Parametern gemacht. Für $\vartheta_j^{(m)}$ existieren ϑ_1 bis ϑ_{j-1} bereits für den Schritt m. Für ϑ_j bis ϑ_k exsitieren Schätzungen für den Schritt $m-1$. Daher wird für $\vartheta_j^{(m)}$

$$\vartheta_j^* = h_j\left(\vartheta_1^{(m)}, \ldots, \vartheta_{j-1}^{(m)}, \vartheta_j^{(m-1)}, \ldots, \vartheta_k^{(m-1)}\right)$$

als Vorschlag generiert.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ϑ_j^* als $\vartheta_j^{(m)}$ akzeptiert wird, berechnet sich dann

$$\alpha = \min\left(1, \frac{f\left(\vartheta^*|\vartheta_{-j}^{(m)}, y\right)}{f\left(\vartheta_j^{(m-1)}|\vartheta_{-j}^{(m)}, y\right)} \frac{h\left(\vartheta_j^{(m-1)}|\vartheta_1^{(m)}, \ldots, \vartheta_{j-1}^{(m)}, \vartheta_j^*, \vartheta_{j+1}^{(m-1)}, \ldots, \vartheta_k^{(m-1)}\right)}{h\left(\vartheta_j^*|\vartheta_1^{(m)}, \ldots, \vartheta_{j-1}^{(m)}, \vartheta_j^{(m-1)}, \vartheta_{j+1}^{(m-1)}, \ldots, \vartheta_k^{(m-1)}\right)}\right)$$

mit

$$\vartheta_{-j}^{(m)} = \left(\vartheta_1^{(m)}, \ldots, \vartheta_{j-1}^{(m)}, \vartheta_{j+1}^{(m)}, \ldots, \vartheta_k^{(m)}\right).$$

Dieser Algorithmus ist im Vergleich zu der Likelihood-Methode numerisch stabiler. Die Elemente aus $\boldsymbol{\vartheta}$ werden nicht mehr gleichzeitig optimiert, sondern jedes Element einzeln, gegeben die restlichen Elemente. Dieses Vorgehen führt numerisch zu stabileren Schätzungen. Der Metropolis-Hastings-Algorithmus ist in R-Paketen implementiert. Jedoch ist die Software R vergleichsweise ineffizient. Daher wird dieser rechenintensive Algorithmus üblicherweise mit einer anderen Software gerechnet. In dieser Arbeit wurde das Programm `JAGS` verwendet (Plummer, 2003), in dem der Metropolis-Hastings-Algorithmus implementiert ist. Das Programm `JAGS` kann mit dem R-Paket `rjags` aus R gesteuert werden.

3.2.3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden zunächst die Ergebnisse der Quantilsregression vorgestellt, um unrealistische BHD-Messungen zu identifizieren. Im folgenden werden die Ergebnisse der gemischten Modelle für die Baumdimension vorgestellt.

Löschen von unrealistischen BHD-Messungen

Für die Quantilsregression wurde $\tau = 0.005$ und $\tau = 0.995$ verwendet. In Abbildung 3.8 sind die Ergebnisse der Quantilsregression dargestellt. Die blauen Kurven basieren auf der linearisierten Korf-Funktion, die roten Kurven auf den B-Splines, mit sechs Knoten, der Grad der Basen wurde auf zwei festgelegt.

Es wurde geprüft, wie stark die Ergebnisse in Abhängigkeit von den heuristisch festgelegten Werte für C und λ (vgl. Gleichung 3.29) variieren. Die Quantilsregression wurde für alle Kombinationen aus $C = \{1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4\}$ und $\lambda = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ durchgeführt. Die resultierenden Kurven sind hellblau dargestellt (Abbildung 3.8). Die Ergebnisse variieren kaum in Abhängigkeit von den Parametern, daher sind die hellblauen Kurven kaum zu sehen, da diese unter der dunkelblauen Kurve ($C = 1.225$ und $\lambda = 7$) liegen.

Die Ergebnisse der auf B-Splines basierenden Quantilsregressionen sind mit den auf der Korf-Funktion basierenden Ergebnissen vergleichbar. Die auf den B-Splines basierenden Funktionen sind etwas flexibler. Jedoch sind diese Funktionen nicht monoton steigend. So fällt diese Kurve zum Beispiel für das obere Quantil der Fichte ab einem Alter von 125 deutlich ab. Die Korf-Funktion erscheint bei dem unteren Quantil der Fichte für Baumalter unter 50 etwas zu unflexibel. Schließlich wurden die auf der Korf-Funktion basierenden Kurven verwendet, um unrealistische Messungen zu löschen. Da Beobachtungen als unrealistisch betrachtet werden, die oberhalb des 0.995 und unterhalb des 0.005 Quantils liegen, werden etwa 1 % der Beobachtungen gelöscht.

Eine weitere Möglichkeit fehlerhafte BHD-Werte zu identifizieren, ist die Analyse des Zuwachses, wenn der BHD an einem Baum mindestens zweimal gemessen wurde. In Abbildung 3.9 ist der mittlere jährliche Zuwachs dargestellt, der nur zwischen zeitlich direkt aufeinander folgenden Messungen berechnet wurde. Überwiegend erscheinen die Werte plausibel.

Auch hier kann nicht nachvollzogen werden, wie es zu diesen unrealistischen Messungen gekommen ist. Da nicht mehr nachvollzogen werden kann, welche BHD-Messung unrealistisch ist, werden alle BHD-Messungen eines Baumes gelöscht, wenn ein Zuwachs als unrealistisch eingestuft wird. Messungen werden als unrealistisch eingestuft, wenn der jährliche Zuwachs (in cm) größer ist als

$$1.5 + 5 \exp\left(-\frac{t}{25}\right),$$

oder kleiner als

$$-\left(0.5 + \exp\left(-\frac{t}{20}\right)\right),$$

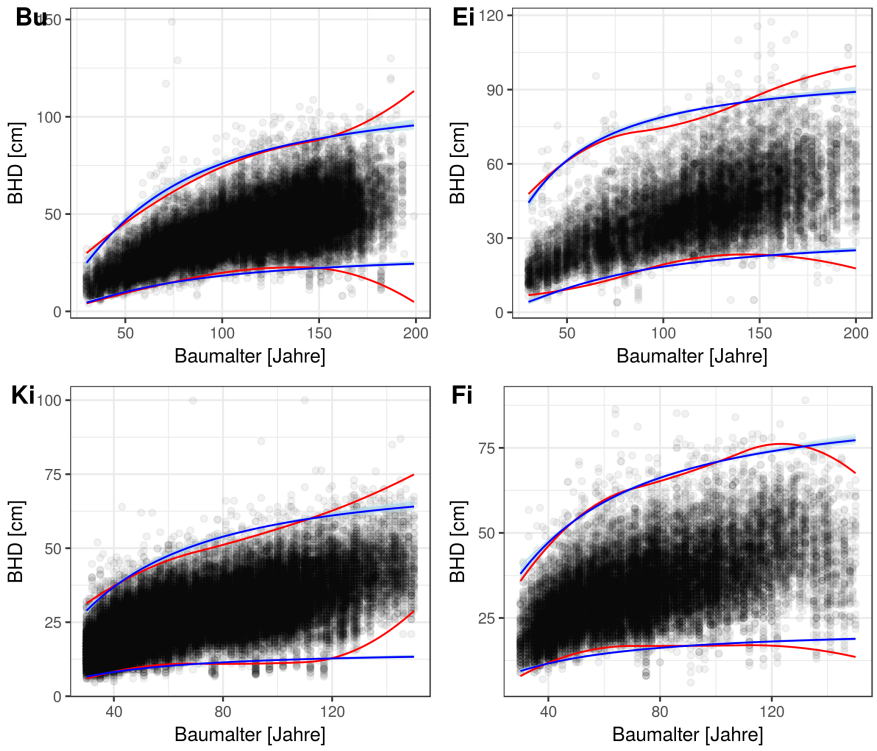

Abbildung 3.8: Scatterplot, BHD in Abhängigkeit vom Baumalter. Die Kurven stellen die Ergebnisse der Quantilsregression dar. Es wurde das 0.005- und das 0.995-Quantil modelliert. Die roten Kurven basieren auf B-Splines. Die blauen Kurven basieren auf der Korf-Funktion (Lappi, 1997). Für die dunkelblaue Kurve wurden die Parameter C und λ heuristisch festgesetzt ($C = 1.225$ und $\lambda = 7$). Bei den hellblauen Funktionen (diese sind häufig von der dunkelblauen Funktion überdeckt) varieren die Parameter für C und λ (vgl. Gleichung 3.29), (Bu: Buche, Ei: Eiche, Ki: Kiefer, Fi: Fichte).

wobei t das Baumalter ist. Der Kurvenverlauf ist in Abbildung 3.9 dargestellt. Die Funktionen wurden heuristisch festgelegt.

In Tabelle 3.5 ist dargestellt, wie viele BHD-Messungen aufgrund der Analyse des Zuwachses als unrealistisch betrachtet werden und nicht für die weitere Modellanpassung verwendet werden. Der Anteil liegt zwischen 3 % und 7 %. Damit werden hier etwas mehr Messungen gelöscht, als aufgrund der Analyse der Quantile gelöscht werden. Der Anteil der gelöschten BHDs liegt bei den Fichten und Buchen mit über 7 % am höchsten. Die wenigsten BHDs werden für die Kiefern gelöscht. Insgesamt werden aufgrund der Analyse des Zuwachses und der Quantile 7 232 Messungen gelöscht.

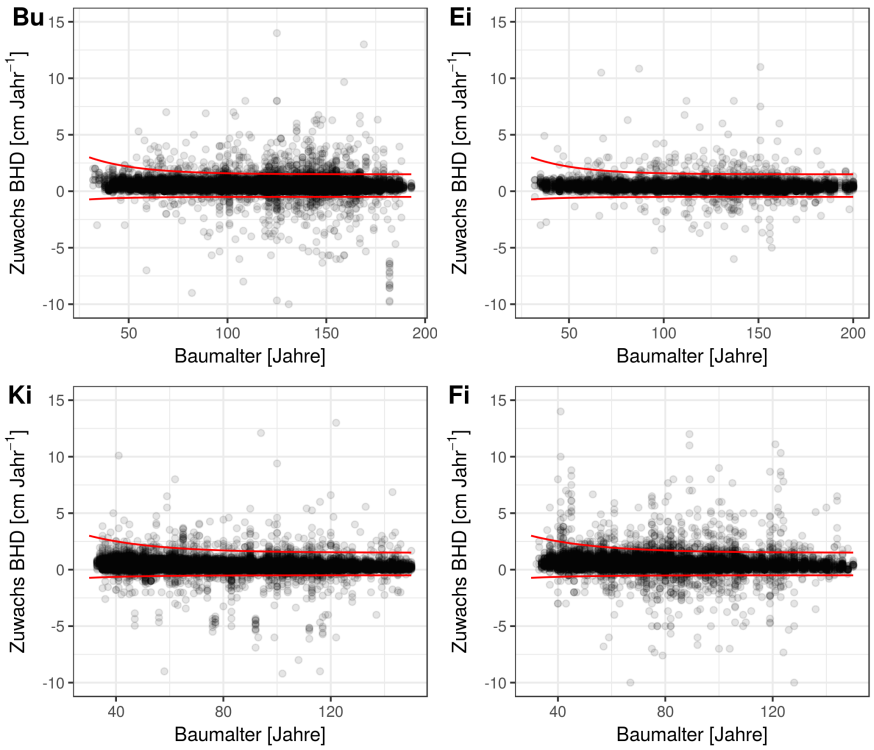

Abbildung 3.9: Jährliche Zuwächse, die Kurven stellen die Zuwachsgrenzen, die als realistisch eingestuft werden, dar, (Bu: Buche, Ei: Eiche, Ki: Kiefer, Fi: Fichte).

Ein hierarchisches gemischtes nichtlineares Modell für das BHD-Wachstum

Der BHD wurde in Abhängigkeit vom Baumalter baumartengruppenspezifisch modelliert. Als Grundfunktion dient Modell 3.30. Zufallseffekte wurden auf Baum- und Probeflächenebene modelliert. Zunächst wurden auf den Parameter $\gamma^{(1)}$ Zufallseffekte auf beiden Hierarchieebenen modelliert. Die resultierenden Funktionsverläufe erscheinen nicht flexibel genug.

Die zusätzliche Modellierung von Zufallseffekten auf den Parameter $\gamma^{(3)}$ führt zu plausibleren Funktionsverläufen. Zunächst wurden für $\gamma^{(3)}$ nur auf der oberen Hierarchieebene (Probeflächenebene) Zufallseffekte modelliert. Die zusätzliche Modellierung von Zufallseffekten für $\gamma^{(3)}$ auf Baumebene führte zu einer deutlichen Modellverbesserung hinsichtlich der Residuen.

Wenn für zwei Parameter auf Baumebene Zufallseffekte modelliert werden, müssen je Baum mindesten zwei BHD-Messungen vorhanden sein. Bäume, an denen der BHD nur einmal gemessen wurde, wurden nicht für die Modellierung verwendet (vgl. Tabellen 3.1 und 3.2).

Tabelle 3.5: Anzahl der BHD-Messungen, die aufgrund der Analyse des Zuwachses gelöscht wurden und der Anteil der gelöschten BHDs nach Baumart.

Baumart	Anzahl	gelöscht	Anteil
Buchen	32374	2313	0.0714
Eichen	16245	837	0.0515
Fichten	27234	2089	0.0767
Kiefern	59946	1993	0.0332

Das endgültige Modell für den BHD ist damit

$$\mathrm{BHD}_{ijk} = \gamma_{ij}^{(1)} \left[1 - \frac{1}{3} \exp\left(\frac{9\gamma^{(2)}}{4\gamma_{ij}^{(1)}} \gamma_{ij}^{(3)} - t_{ijk}) \right) \right]^3 + \varepsilon_{ijk}. \tag{3.41}$$

Wobei t das Baumalter ist. Mit

$$\begin{aligned}
\gamma_{ij}^{(1)} &= \beta^{(1)} + b_i^{(1)} + b_{ij}^{(1)} \\
\gamma^{(2)} &= \beta^{(2)} \\
\gamma_{ij}^{(3)} &= \beta^{(3)} + b_i^{(3)} + b_{ij}^{(3)} \\
\boldsymbol{b}_i &\overset{i.i.d.}{\sim} N\left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} \mathrm{Var}\left(b_i^{(1)}\right) & 0 \\ 0 & \mathrm{Var}\left(b_i^{(3)}\right) \end{pmatrix} \right) \\
\boldsymbol{b}_{ij} &\overset{i.i.d.}{\sim} N\left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} \mathrm{Var}\left(b_{ij}^{(1)}\right) & 0 \\ 0 & \mathrm{Var}\left(b_{ij}^{(3)}\right) \end{pmatrix} \right) \\
\varepsilon_{ijk} &\overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2).
\end{aligned}$$

Die Parameter $\gamma_{ij}^{(1)}$ und $\gamma_{ij}^{(3)}$ setzen sich aus fixen Effekten β und Zufallseffekten auf Probefläche (b_j) und Baumebene (b_{ij}) zusammen. Für den Parameter $\gamma^{(3)}$ wurden nur fixe Effekte geschätzt. Für die Baumartengruppen wurden separate Modelle geschätzt.

Es wurde auch versucht $\mathrm{Cov}\left(b_i^{(1)}, b_i^{(3)}\right)$ oder $\mathrm{Cov}\left(b_{ij}^{(1)}, b_{ij}^{(3)}\right)$ zu modellieren. Die Komplexität des Modells erhöhte sich dadurch deutlich, was zu einer deutlichen Zunahme der Rechenzeit führte, um die Parameter zu schätzen. Die Funktionsverläufe veränderten sich in der Regel praktisch nicht.

In dem Modell wird eine Unabhängigkeit der Residuen an einem Baum unterstellt. Dies erscheint fraglich, wenn man die longitudinale Datenstruktur bedenkt. Es wurde versucht, die Kovarianzstruktur der Residuen eines Baumes realistisch zu modellieren, wobei die Kovarianz zwischen Residuen in Abhängigkeit des zeitlichen Abstandes zwischen den Beobachtungen modelliert wurde. Die Modellkomplexität erhöhte sich durch die Modellierung dieser Kovarianzstruktur deutlich. Weiterhin traten als Folge teilweise unplausible Funktionsverläufe auf.

Zudem wurde versucht, Zufallseffekte auf $\gamma^{(2)}$ zu modellieren. Zunächst wurden auf $\gamma^{(2)}$ anstelle von $\gamma^{(3)}$ Zufallseffekte modelliert. Dies führte zu deutlich schlechteren Ergebnissen hinsichtlich der Summe der Abweichungsquadrate der Residuen. Wenn zusätzlich auch für $\gamma^{(2)}$ Zufallseffekte modelliert wurden, nahm die Modellkomplexität erheblich zu. Hier traten dann teilweise unplausible Funktionsverläufe auf. Weiterhin müssen, wenn für drei Parameter Zufallseffekte auf Baumebene modelliert werden, drei BHD-Messungen je Baum vorhanden sein. Damit reduziert sich die Anzahl an Bäumen, für die der BHD modelliert werden kann, deutlich (vgl. Tabelle 3.1).

Das Schätzen der Modelle wurde zunächst mit dem R-Paket `nlme` durchgeführt. Die Parameter werden durch die Maximierung der Likelihood geschätzt. Die Modellkomplexität wurde ausgehend von dem nichtlinearen Modell ohne Zufallseffekte schrittweise erhöht, um die Startwerte für die nächste Komplexitätsstufe zu erhalten.

Wenn für $\gamma^{(3)}$ Zufallseffekte auf Probeflächenebene modelliert wurden, traten für manche Baumartengruppen Konvergenzprobleme auf. Als zusätzlich Zufallseffekte für $\gamma^{(3)}$ auf Baumebene geschätzt wurden, traten diese Probleme für alle Baumartengruppen auf. Das Schätzen der Modelle wurde dann mit dem Metropolis-Hastings-Algorithmus durchgeführt. Hier traten keine Konvergenzprobleme mehr auf. Die Modelle wurden mit dem Programm `JAGS` geschätzt.

Die A-priori-Verteilungen sollten in dieser Arbeit so gewählt werden, dass kein Vorwissen in das Modell eingesteuert wird. Eine Möglichkeit diese uninformative Verteilung zu spezifizieren ist eine Gleichverteilung.

$$U(a, b)$$

wobei a die untere und b die obere Grenze ist. Um eine uninformative A-priori-Verteilung zu spezifizieren, müssten die Parameter auf $a = -\infty$ und $b = \infty$, für Varianzparameter auf $a = 0$ und $b = \infty$, gesetzt werden. Es ist numerisch schwierig, mit der Verteilung mit diesen Grenzen zu arbeiten. Daher wurden die Grenzen so gewählt, dass diese weit außerhalb der geschätzten Werte für die Parameter liegen.

In der Abbildung 3.10 sind die Ergebnisse der Metropolis-Hasting Simulation mit 60 000 Interationen dargestellt. Für die Modelle wurden zufällige Startwerte generiert und jeweils zwei Ketten simuliert. Vergleicht man die Ergebnisse der beiden Ketten, so unterscheiden sich diese nur unwesentlich. Die Ergebnisse erscheinen somit stabil und nicht vom Startwert abhängig zu sein. Nach etwa 2 000 Durchläufen verändern sich die Ergebnisse nicht mehr systematisch.

Werte, die in der Kette nahe zusammenliegen sind stark korreliert. Für die Parameter $\beta^{(1)}$ und $\beta^{(3)}$ sinkt die Korrelation auf unter 0.5, wenn die zufällig generierten Zahlen einen Abstand von etwa fünf in der Kette haben. Für den Parameter $\beta^{(2)}$ sind die zufällig generierten Zahlen deutlich stärker korreliert. Die Ergebnisse für die Varianzparameter sind ebenfalls zufriedenstellend.

Die Modellentwicklung ist mit den Bayes-Methoden deutlich einfacher, da die MCMC-Schätzer zunächst mit wenigen Iterationen testweise gerechnet werden können. Die Anzahl der Iterationen kann schrittweise erhöht werden. Die technische Handhabung der Modelle ist jedoch nicht einfach, da der MCMC-Algorithmus in eine andere Software

ausgelagert werden muss.

Die Verteilung der Parameter wird ohne die ersten 10 000 generierten Zufallszahlen erstellt. Weiterhin wird nur jeder 10te Wert verwendet. Es werden für jeden Parameter also $2 \times (60000 - 10000)/10 = 10000$ Zufallszahlen verwendet. Aus der Verteilung wird dann jeweils der arithmetische Mittelwert berechnet.

In der Abbildung 3.11 sind die Residuen des Modells dargestellt. Wenn die fixen Effekte sowie Zufallseffekte auf Probeflächen- und Baumebene verwendet werden, sind die Abweichungen sehr gering. Werden die fixen Effekte sowie Zufallseffekte nur auf Probeflächenebene verwendet, werden die Abweichungen deutlich größer. In beiden Fällen sind die Ergebnisse praktisch unverzerrt. Werden nur die fixen Effekte verwendet, sind die Ergebnisse deutlich verzerrt.

In der Abbildung 3.12 sind die Funktionsverläufe für die Bäume einer ausgewählten Probefläche dargestellt. Die rote Funktion resultiert aus den fixen Effekten und den Zufallseffekten auf Probeflächenebene für die entsprechende Probefläche. Die schwarzen Funktionsverläufe beschreiben das Wachstum für die Bäume. Insgesamt scheinen die Ergebnisse plausibel. Die Grundfunktion (Modell 3.30) ist flexibel, so können zwischen einem fast linearen Wachstum bis zu einem stark zurückgehenden Wachstum sehr unterschiedliche Wachstumsverläufe beschrieben werden.

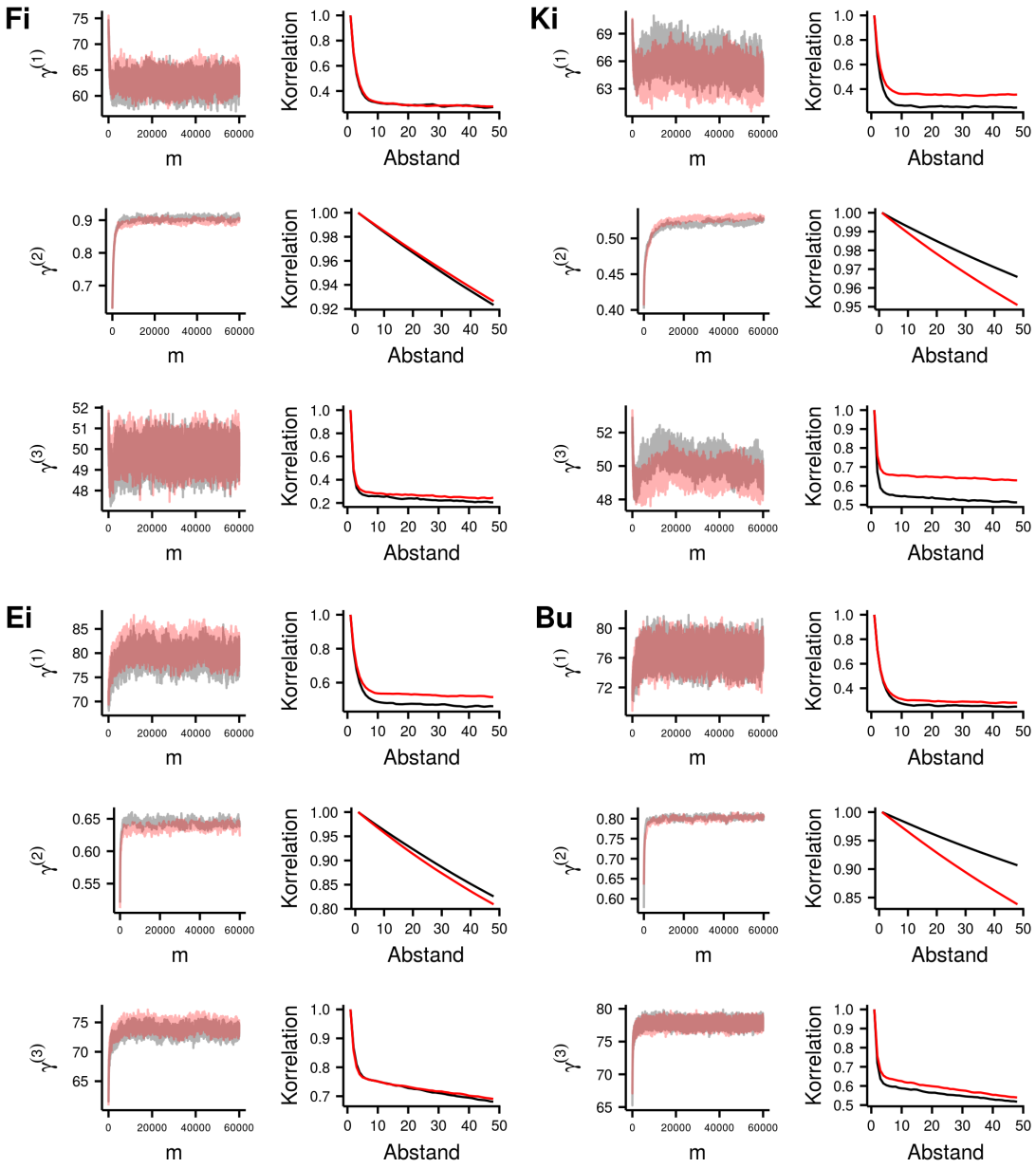

Abbildung 3.10: Ergebnisse der Metropolis-Hasting Simulation von Modell 3.41 für die fixen Effekte. Es wurden jeweils zwei Ketten simuliert (grau, rot). Es wurden MCMC-Simulationen mit jeweils 60 000 Iterationen (m) gerechnet, (Fi: Fichte, Ki: Kiefer, Ei: Eiche, Bu: Buche).

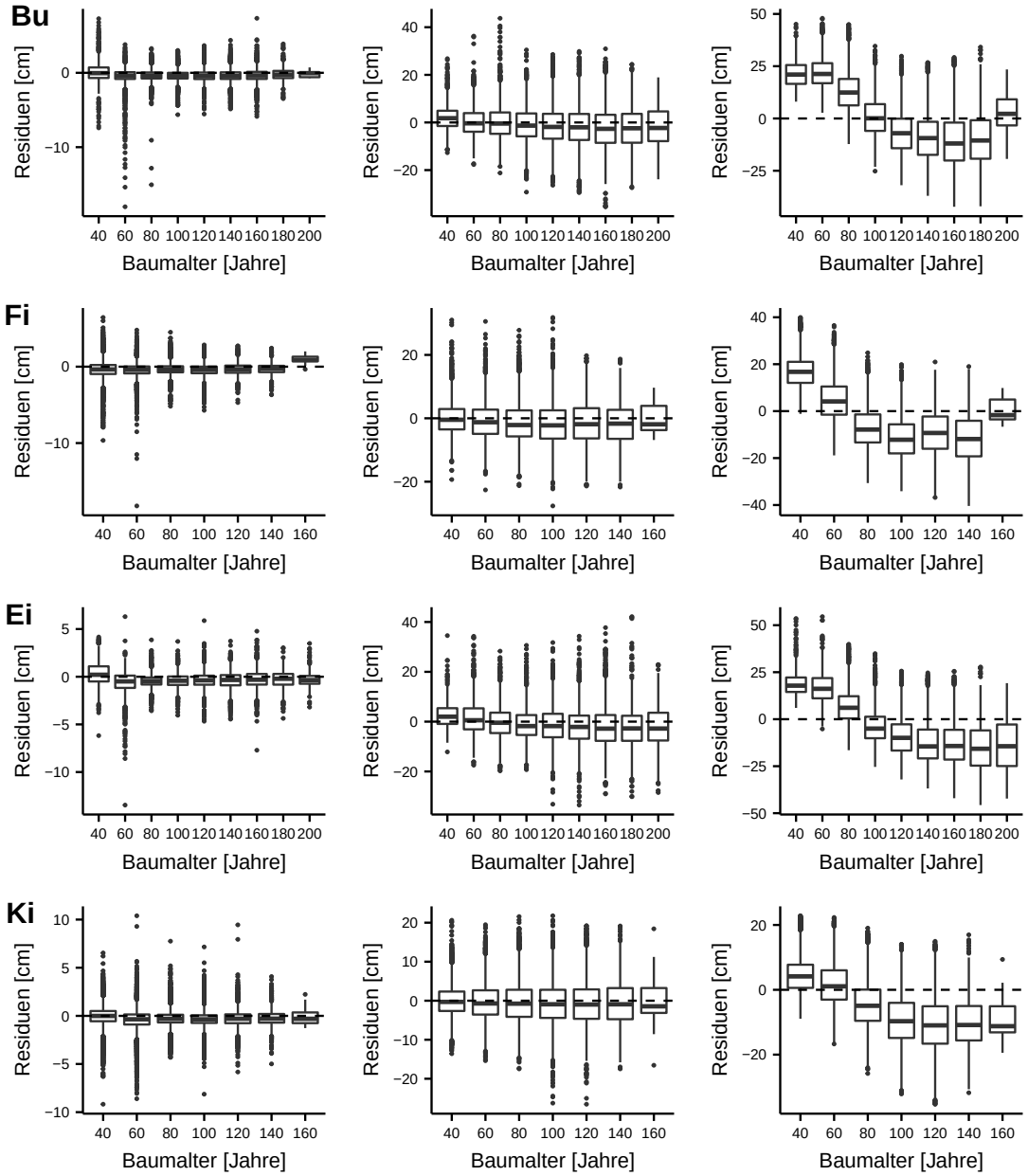

Abbildung 3.11: Residuen des Modells zur BHD-Ergänzung (Modell 3.41). Links Residuen, wenn die fixen Effekte sowie Zufallseffekte auf Baum- und Probeflächenebene verwendet werden. Mitte Residuen, wenn die fixen Effekte sowie Zufallseffekte auf Probeflächenebene verwendet werden. Rechts Residuen, wenn nur die fixen Effekte verwendet werden, (Fi: Fichte, Ki: Kiefer, Ei: Eiche, Bu: Buche).

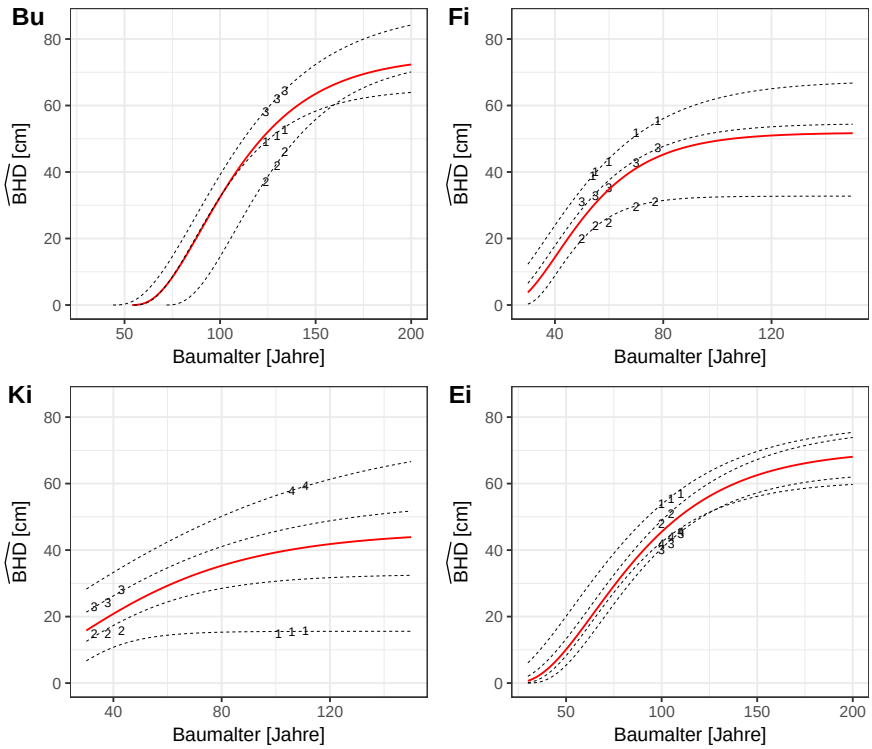

Abbildung 3.12: Die Funktionsverläufe für die Bäume einer ausgewählten Probefläche (basierend auf Modell 3.41). Die rote Funktion resultiert aus den fixen Effekten und den Zufallseffekten auf Probeflächenebene für die entsprechende Probefläche. Die schwarzen gestrichelten Funktionsverläufe beschreiben das Wachstum der Bäume, (Fi: Fichte, Ki: Kiefer, Ei: Eiche, Bu: Buche).

Ein nichtlineares gemischtes Modell für die Baumhöhe

Hier wurde nun die Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD modelliert. Da nur an wenigen Bäumen die Baumhöhe wiederholt gemessen wurden, werden nur Zufallseffekte auf Probeflächenebene modelliert. Als Grundfunktion wurde auch hier das Modell 3.30 verwendet, mit Zufallseffekten für $\gamma^{(1)}$ und $\gamma^{(3)}$. Damit ergibt sich als endgültiges Modell für die Baumhöhe (H)

$$\mathrm{H}_{ij} = \gamma_i^{(1)} \left[1 - \frac{1}{3} \exp\left(\frac{9\gamma^{(2)}}{4\gamma_i^{(1)}} \gamma_i^{(3)} - \mathrm{BHD}_{ij} \right) \right]^3 + \varepsilon_{ij}, \tag{3.42}$$

mit

$$\begin{aligned}
\gamma_i^{(1)} &= \beta^{(1)} + b_i^{(1)} \\
\gamma^{(2)} &= \beta^{(2)} \\
\gamma_i^{(3)} &= \beta^{(3)} + b_i^{(3)} \\
\boldsymbol{b}_i &\overset{i.i.d.}{\sim} N\left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} \mathrm{Var}\left(b_i^{(1)}\right) & 0 \\ 0 & \mathrm{Var}\left(b_i^{(3)}\right) \end{pmatrix}\right) \\
\varepsilon_{ij} &\overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2).
\end{aligned}$$

Für die Baumartengruppen wurden wieder separate Modelle geschätzt. In diesem Fall konnten die Parameter durch das Maximieren der Likelihood mit dem R-Paket `nlme` geschätzt werden. Es wurde geprüft, ob die Modellierung von Zufallseffekten für andere Parameter und eine komplexere Modellierung der Kovarianzstruktur von b_i und ε_i sinnvoll ist. Das Modell 3.42 stellte sich schließlich als bestes Modell heraus. Die Modellauswahl erfolgte auf Grundlage des AICs. Jedoch spielte auch die subjektive Einschätzung wieviel Flexibilität sinnvoll ist eine wichtige Rolle.

In der Abbildung 3.13 sind die Residuen für das Modell dargestellt. Wenn für die Vorhersage die fixen Effekte und die Zufallseffekte verwendet werden, sind die Ergebnisse praktisch unverzerrt. Die Modelle unterschätzen die Baumhöhen zwar augenscheinlich für niedrige Baumhöhen, jedoch liegen nur wenige Beobachtungen für diese niedrigen vorhergesagten Baumhöhen vor. So werden zum Beispiel für die Eichen nur 10 Baumhöhen unter 5 m vorhergesagt. Werden nur die fixen Effekte für die Vorhersage verwendet sind die Ergebnisse deutlich verzerrt.

In der Abbildung 3.14 sind die Baumhöhen in Abhängigkeit vom BHD dargestellt. Die Funktionen für alle Probeflächen sind gestrichelt dargestellt. Eine ausgewählte Probefläche und die entsprechende Funktion sind rot hervorgehoben. Die Funktionen beschreiben die Beobachtungen auf der ausgewählten Probefläche gut. Durch die Zufallseffekte kann die Variabilität der Daten gut beschrieben werden.

3.2.4 Ein globales Modell zur Modellierung der Baumhöhe

Es gibt jedoch viele PBK, an denen die Baumhöhe nie gemessen wurde (vgl. Tabelle 3.4). Für diese Probeflächen müsste eine Vorhersage basierend auf den fixen Effekten erfolgen. Die Variabilität der Residuen wäre für diese Probeflächen deutlich größer. Weiterhin weist das auf den fixen Effekten basierende Modell einen deutlichen systematischen Fehler auf (vgl. Abbildung 3.13). Für diese problematischen Fälle wurde deshalb das Modell von Schmidt (2010) zur Baumhöhenschätzung verwendet.

Schmidt (2010) modellierte den Zusammenhang zwischen Baumhöhe und BHD für Deutschland auf Basis einer sehr umfangreichen Datengrundlage. Es standen für die Fichte 199 894, für die Buche 141 876, für die Kiefer 99 955 und für die Eiche 72 052 Baumhöhen-BHD Kombinationen zur Verfügung. In seiner Studie wurden die Bundeswaldinventuren 1 und 2, die Betriebsinventur aus Niedersachsen und ertragskundliche

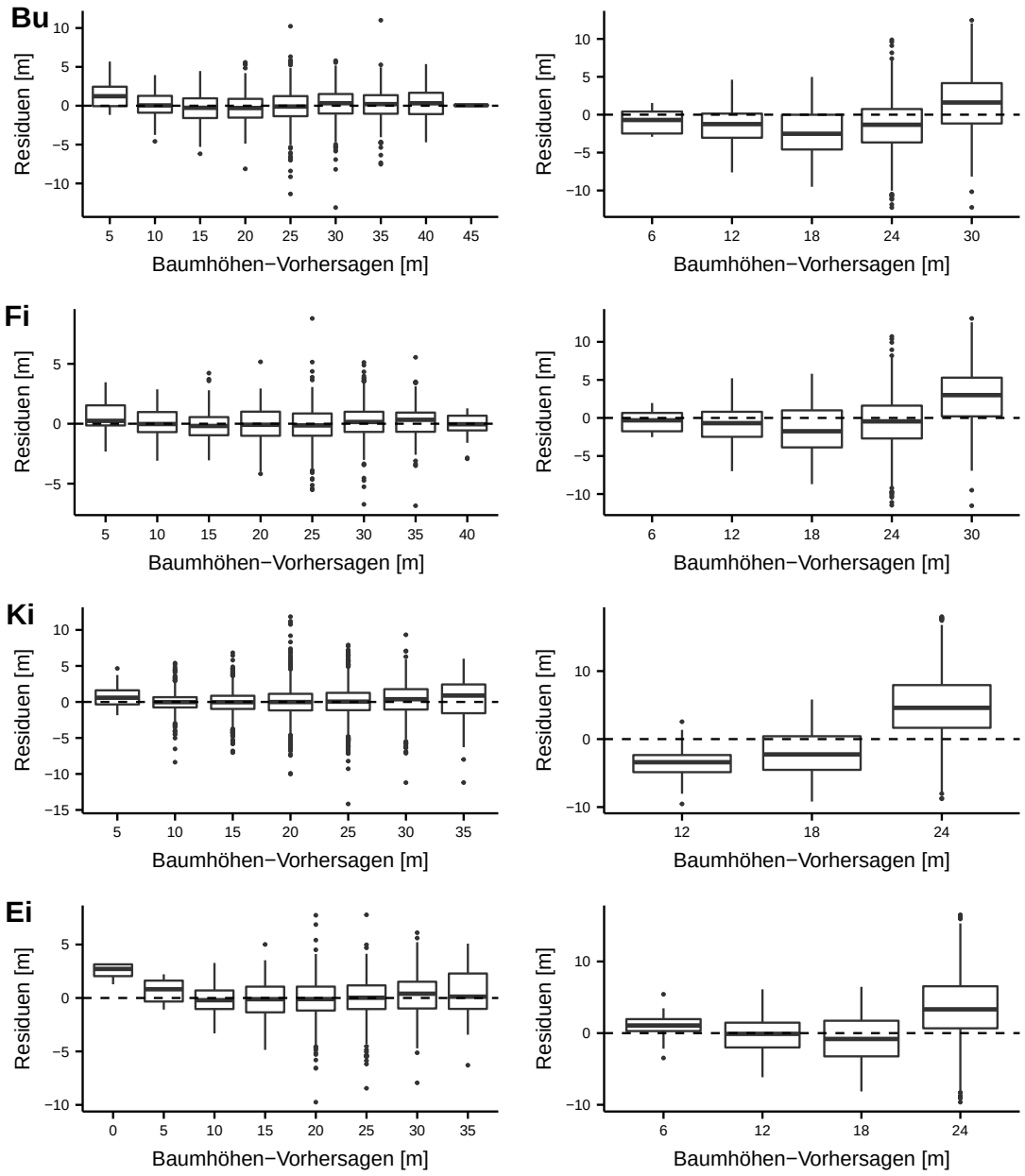

Abbildung 3.13: Residuen des Modells zur Baumhöhenergänzung (Modell 3.42). Links Residuen, wenn die fixen Effekte sowie die Zufallseffekte verwendet werden. Rechts Residuen, wenn nur die fixen Effekte verwendet werden, (Fi: Fichte, Ki: Kiefer, Ei: Eiche, Bu: Buche).

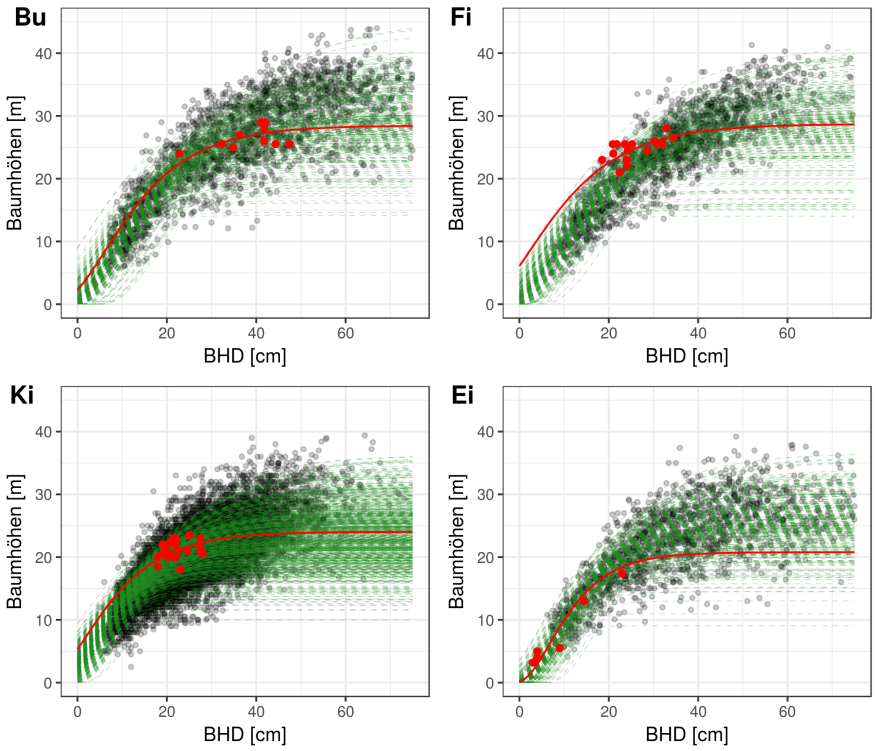

Abbildung 3.14: Baumhöhen in Abhängigkeit vom BHD, Die Funktionen für alle Probeflächen sind gestrichelt dargestellt. Eine ausgewählte Probefläche und die entsprechende Funktion sind rot hervorgehoben, (Fi: Fichte, Ki: Kiefer, Ei: Eiche, Bu: Buche).

Versuchsflächen der Nordwestdeutschen Forstlichen Versuchsanstalt genutzt. Methodisch basiert das Modell von Schmidt (2010) auf der linearisierten Korf-Funktion (Lappi, 1997). Die Baumhöhe wurde in einem ersten Schritt nur in Abhängigkeit vom BHD modelliert. Zusätzlich wurden Zufallseffekte auf Probeflächenebene berücksichtigt. Diese Zufallseffekte wurden dann in einem weiteren Schritt durch weitere Kovariablen weitestgehend erklärt. Die weiteren Kovariablen waren Standortparameter (Höhe über dem Meeresspiegel, Temperatursumme während der Vegetationsperiode, Ariditätsindex während der Vegetationsperiode) und Parameter, die den Baum beschrieben (Baumalter, Keimjahr, relativer Durchmesser, zu den anderen Bäumen auf der Probefläche). Zusätzlich wurde ein räumlich strukturierter Fehler berücksichtigt.

3.2.5 Diskussion

Vergleich der BHD-Messung mit der Ertragstafel

Der BHD nimmt, wie zu erwarten, mit dem Baumalter zu. Vergleicht man die Entwicklung der beobachteten BHDs mit der Ertragstafel (vgl. Abbildung 3.5), fällt zunächst

auf, dass die beobachteten BHDs bis zu einem Alter von etwa 100 Jahren im Mittel über der 1. Ertragsklasse liegen. Der Grund hierfür ist, dass es sich bei der Funktion aus der Ertragstafel um den mittleren Bestandesdurchmesser handelt. In der WZE werden Bäume einer höheren sozialen Schicht ausgewählt. Darüber hinaus wachsen die Bestände seit einigen Jahren immer schneller. Als Gründe hierfür werden unter anderem die durch den Klimawandel steigenden Temperaturen und anthropogene Stickstoffeinträge angegeben (z. B. Hasenauer, 1999; Nothdurft *et al.*, 2012; Pretzsch *et al.*, 2014; Albert und Schmidt, 2010).

Ab einem Baumalter von etwa 100 Jahren liegen die beobachteten BHDs im Mittel nicht mehr über der Ertragstafel. Der Grund hierfür dürfte die Art der Waldbewirtschaftung sein. So werden Bäume häufig geerntet, wenn diese einen bestimmten Durchmesser erreicht haben. Dies ist unter Berücksichtigung des eingesetzten Kapitals ökonomisch sinnvoll. Da schnell wachsende Bäume diesen Durchmesser eher erreichen, bestehen die älteren Bestände entsprechend aus langsamer wachsenden Bäumen. Besonders fällt dies bei den Fichten auf; hier nimmt der mittlere BHD ab einem Alter von etwa 135 augenscheinlich ab (vgl. Abbildung 3.5).

Löschen unplausibler BHD-Messungen

Die Ergebnisse der Quantilsregression erscheinen plausibel. Einige der Messungen, die gelöscht wurden, sind vorstellbar. So ist es zum Beispiel möglich, dass Eichen einen Durchmesser von über 1 m erreichen (vgl. Abbildung 3.8). Es handelt sich hierbei jedoch vermutlich um Bestände, die nicht in der üblichen Form waldbaulich genutzt werden. So liegt der Zieldurchmesser der Eiche bei 75 cm (Spellmann, 1995).

Die berechneten jährlichen Zuwächse des BHDs sind überwiegend plausibel. Einige Zuwächse sind jedoch extrem unplausibel, so liegen die jährlichen Zuwächse bei bis zu 15 cm (vgl. Abbildung 3.9). Extrem unplausible Werte können dadurch zustande kommen, dass bei unterschiedlichen Aufnahmen fälschlicherweise verschiedene Bäume beprobt wurden. Unrealistische Messungen können aber auch dadurch entstehen, dass das Maßband etwas schief gehalten wurde oder der BHD in einer leicht unterschiedlichen Höhe gemessen wurde. An den Bäumen auf den WZE-Probeflächen befindet sich keine Markierung zur BHD-Messung. Eine solche Markierung könnte die Qualität der BHD-Messungen erhöhen, insbesondere wenn die BHD-Zuwächse betrachtet werden.

Die Grenzen der Zuwächse, die als realistisch angesehen werden, wurden heuristisch festgelegt (vgl. Abbildung 3.9). Auch hier könnte eine Quantilsregression durchgeführt werden, um die Grenzen analytisch baumartenspezifisch zu bestimmen. Jedoch muss auch hier das Quantil heuristisch festgelegt werden. Vielleicht ist es sinnvoll, baumartenspezifische Grenzen festzulegen. An dieser Stelle geht es jedoch darum, extrem unplausible Zuwachswerte zu löschen. Das Vorgehen in dieser Arbeit erscheint für dieses Ziel ausreichend.

Anmerkungen zur Korf-Funktion und dem verwendeten Wachstumsmodell

Die in dieser Arbeit verwendete Korf-Funktion (Modell 3.28) wurde von Lappi (1997) als longitudinale Höhen/Durchmesser (HD) Kurve vorgestellt. In dieser Arbeit wurde das Modell zur Beschreibung des BHDs in Abhängigkeit vom Baumalter verwendet. Die Ergebnisse sind zufriendenstellend. Bei dem Modell, das in dieser Arbeit zur Modellierung der Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD verwendet wird (Modell 3.30), handelt es sich um ein Wachstumsmodell (Fischer und Schönfelder, 2016). Die Ergebnisse dieser Arbeit sprechen dafür, dass das Modell auch als Grundfunktion für ein HD-Modell verwendet werden kann.

Die Eigenschaften der Korf-Funktion erwiesen sich bei der Quantilsregression als gut. Der Funktionsverlauf hängt praktisch nicht von den heuristisch festgelegten Parametern ab (vgl. Abbildung 3.8). Bei dem gemischten Modell zur Modellierung des BHDs stellte sich die linearisierte Korf-Funktion jedoch als zu unflexibel heraus, um die sich deutlich unterscheidenden BHD-Verläufe auf Einzelbaumebene (vgl. Abbildung 3.12) zu beschreiben. Hier wurden mit der Funktion 3.30 bessere Ergebnisse erzielt.

Reduzierung des Datensatzes durch die Modellierung von Zufallseffekten auf Baumebene

Da in dem Modell 3.41 Zufallseffekte für zwei Parameter auf Baumebene modelliert werden, kann der BHD nur für Bäume geschätzt werden, an denen der BHD mindestens zweimal gemessen wurde. An den meisten Bäumen ist dies der Fall (vgl. Tabellen 3.1 und 3.2). Von den BHD-Messungen werden etwa 12 % nicht für die Modellierung verwendet. Würden nur Bäume zur Modellierung verwendet werden, an denen der BHD dreimal oder öfter gemessen wurde, zum Beispiel weil auf alle Parameter Zufallseffekte auf Baumebene modelliert werden, könnten 43 % der BHD-Messungen nicht zur Modellierung verwendet werden. Der Datensatz würde sich also deutlich stärker reduzieren. Betrachtet man die geringen Modellabweichungen (vgl. Abbildung 3.11) und die flexiblen Funktionsverläufe (vgl. Abbildung 3.12), scheint es gerechtfertigt zu sein, etwa 12 % der Beobachtungen nicht zu verwenden.

Auf der anderen Seite treten Probeflächen, für die keine Modellierung des BHDs durch Modell 3.41 möglich ist, räumlich geclustert auf, selbst wenn nur die Zufallseffekte auf Probeflächenebene verwendet werden, wenn an einem Baum keine BHD-Messungen vorliegen. So ist für MV für viele PBK keine Modellierung des BHDs mehr möglich (vgl. Tabelle 3.2).

Anmerkungen zur Parameterschätzung von Modell 3.41

Die Schätzung von gemischten nichtlinearen hierarchischen Modellen ist numerisch nicht einfach und führte in der Vergangenheit immer wieder zu Konvergenzproblemen (z. B. Nothdurft, 2007; Lappi, 1997). Auf welchen Parameter Zufallseffekte modelliert werden oder wie komplex die Kovarianz der Zufallseffekte und der Residuen modelliert wird, ist daher auch eine Frage der Modellstabilität. Bei einem Modell bleibt immer die Unsicherheit, ob ein Modell, das zum Beispiel durch alternative Startwerte doch noch zur

Konvergenz gebracht werden kann, noch bessere Ergebnisse liefern würde als das bestehende Modell. Durch den in dieser Arbeit vorgestellten Metropolis-Hastings-Algorithmus traten die Konvergenzprobleme fast nicht mehr auf.

Die Modellentwicklung basierend auf dem Metropolis-Hastings-Algorithmus hat sich als vergleichsweise einfach herausgestellt. Die Modelle können mit wenigen Interationen getestet werden. Die Schätzung der Modelle mit wenigen Interationen dauert entsprechend nur wenige Minuten. Meiner Beobachtung nach treten bei einem Modell, bei dem nach 1 000 Interationen keine Schwierigkeiten auftreten auch bei 60 000 Interationen keine Schwierigkeiten auf. Bei dem `nlme` R-Paket treten numerische Schwierigkeiten teilweise erst nach über 10 Stunden auf, was eine Modellentwicklung sehr langwierig macht.

Die Ergebnisse, die durch das `nlme` R-Paket erzielt wurden, wurden für einfache Modelle mit den Ergebnissen, die durch den Metropolis-Hastings-Algorithmus erzielt wurden, verglichen. Die Rechenzeit des Metropolis-Hastings-Algorithmus ist ca. 3- bis 10-mal so lange wie die Rechenzeit der Modelle die mit der `nlme` Funktion geschätzt wurden. Es war jedoch nicht das Ziel dieser Arbeit den Metropolis-Hastings-Algorithmus effizient zu gestalten. So sind etwa 100 Zufallszahlen für einen Punktschätzer aus einer Verteilung ausreichend (Held, 2008). Trotzdem dürfte auch bei effizienter Gestaltung des Metropolis-Hastings-Algorithmus die Rechenzeit deutlich über der des `nlme` R-Paketes liegen. Auf der anderen Seite können MCMC-Verfahren leicht parallelisiert werden. Die Ergebnisse der Parameterschätzung unterscheiden sich praktisch nicht. Bei einfachen Modellen ist daher die Maximierung der Likelihood durch das `nlme` R-Paket gegenüber dem Metropolis-Hastings-Algorithmus zu bevorzugen, solange, wie in dieser Arbeit, mit uninformativen A-priori-Verteilungen gearbeitet wird.

Die Modellimplementierung ist durch den Metropolis-Hastings-Algorithmus in Verbindung mit der Software `JAGS` relativ einfach. So wurde das Modell im Rahmen dieser Arbeit implementiert. Eine Implementierung der Maximum Likelihood Methode für gemischte nichtlineare hierarchische Modelle ist deutlich komplexer und hätte den Rahmen dieser Arbeit bei weitem überschritten. Entsprechend einfacher ist die individuelle Anpassung der Modelle. Theoretisch kann auch das `nlme` R-Paket angepasst werden, da der Quellcode frei verfügbar ist. Eine Anpassung über die Standardanpassungen, die von den Programmierern vorgesehen sind, hinaus, ist dennoch sehr komplex und im Rahmen einer forstwissenschaftlichen Arbeit kaum zu leisten.

In dieser Arbeit wurde nur mit uninformativen A-priori-Verteilungen gearbeitet. Typischerweise werden die fixen Effekte durch normalverteilte A-priori-Verteilungen modelliert. Die A-priori-Verteilungen der Varianz-Parameter werden typischerweise durch Inverse Gamma-Verteilungen konstruiert. Kovarianzen werden üblicherweise über die Korrelation konstruiert, um positiv semidefinite Kovarianzmatrizen sicherzustellen (Held, 2008; Davidian und Giltinan, 1995). Die Verteilungen können per Definition nicht uninformativ sein. Jedoch können die Verteilungen so parametrisiert werden, dass sie zumindest nahezu uniformativ sind. In dieser Arbeit wurden Gleichverteilungen verwendet, um uninformative A-priori-Verteilungen zu parametrisieren. Die Grenzen müssen jedoch so festgelegt werden, dass diese die Parameterschätzung nicht beeinflussen.

Betrachtet man die Ergebnisse des Metropolis-Hastings-Algorithmus, fällt auf, dass die generierten Zufallszahlen korreliert sind (vgl. Abbildung 3.10). Selbst wenn nur jede

10te Zufallszahl verwendet wird, sind die Zufallszahlen deutlich korreliert. Eine Ursache hierfür ist vermutlich die Komplexität des Modells. Für die Punktschätzer, die in dieser Arbeit aus den generierten Verteilungen berechnet wurden, dürfte die Korrelation der Zufallszahlen keine Rolle spielen. Wenn jedoch Konfidenzintervalle für die Parameter aus den Verteilungen berechnet werden würden, müssten die Ergebnisse korrigiert werden. Insbesondere die Parameterschätzungen für $\gamma^{(2)}$ sind innerhalb der Ketten stark korreliert. Eine mögliche Ursache könnte sein, dass für diesen Parameter keine Zufallseffekte berücksichtigt wurden.

Bei logitudinalen Daten wird typischerweise eine Kovarianzstruktur modelliert, die berücksichtigt, dass Beobachtungen, die zeitlich näher zusammenliegen ähnlicher sind als Beobachtungen, die zeitlich weiter entfernt liegen. Eine solche Struktur führte in dieser Arbeit zu keiner Modellverbesserung. Eine mögliche Ursache ist, dass wenige wiederholte Messungen an den Bäumen vorliegen. In der Arbeit von Nothdurft (2007) liegen zum Beispiel deutlich mehr Wiederholungen an den Bäumen vor.

Für die Verwendung von bayesianischen Methoden im forstlichen Bereich gibt es mehrere Beispiele: So haben Bullock und Boone (2007) die BHD-Verteilung in Beständen modelliert, Green und Strawderman (1992) haben die Bestandeshöhe und Zuwachsmodelle für das Derbholz entwickelt, Metcalf *et al.* (2009) hat die Baummortalität modelliert, Lonsdale *et al.* (2015) haben ein Oberhöhenmodell für Sitka-Fichten erstellt und Li *et al.* (2011) haben die Baumhöhe in Abhängigkeit vom Baumalter durch die Richards-Funktion modelliert. Das letzte Modell ist mit dem Modell dieser Arbeit vergleichbar. Die Studien sind nicht direkt miteinander zu vergleichen. Jedoch sind die Ergebnisse in allen Fällen zufriedenstellend. Dennoch werden bayesianische Methoden im forstwissenschaftlichen Bereich im Vergleich zu anderen Forschungsgebieten noch relativ selten verwendet. Es gibt daher ein Potential diese Modelle vermehrt auch im forstlichen Bereich einzusetzen.

Anmerkungen zum Vorgehen bei der Modellierung der Baumhöhe

In dieser Arbeit wurde die Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD modelliert. In anderen Arbeiten wurde die Baumhöhe in Abhängigkeit vom Baumalter modelliert (z. B. Nothdurft, 2007). Der Hauptgrund für die Modellierung der Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD ist, dass in der Regel nur eine Baumhöhenmessung an einer Probefläche stattgefunden hat. Wenn die Bäume auf der Probeflächen ein ähnliches Alter aufweisen, variiert das Baumalter, zu dem die Baumhöhe gemessen wurde, auf einer Probefläche praktisch nicht (vgl. Abbildung 3.7). Der BHD der Bäume einer Probefläche, deren Baumhöhe gemessen wurde, variiert hingegen deutlich stärker (vgl. Abbildung 3.6).

Es könnte zunächst der BHD in Abhängigkeit vom Baumalter geschätzt werden, um dann mit dem geschätzten BHD die Baumhöhe zu schätzen, und schließlich die Baumhöhe in Abhängigkeit vom Baumalter. Extremere Ausprägungen einer Probefläche (vgl. Abbildung 3.7) können durch dieses Vorgehen jedoch vermutlich nicht zufriedenstellend modelliert werden, da durch jedes Regressionsmodell extreme Kombinationen geglättet werden (Regression zur Mitte, regression toward the mean).

Obwohl keine baumspezifischen Effekte auf den Probeflächen für das Baumhöhenmo-

dell modelliert werden, können baumspezifische Baumhöhen abgebildet werden, da der BHD baumspezifisch modelliert wurde. Extreme Höhen-Durchmesser-Verhältnisse der Bäume können mit diesem Modell jedoch nicht abgebildet werden. Diese wären für die spätere Überlebenszeitmodellierung jedoch interessant.

Anmerkungen zu den Ergebnissen des modellierten BHDs und der modellierten Baumhöhe

Insgesamt erscheinen die Ergebnisse der Modelle 3.41 und 3.42 zufriedenstellend zu sein. Besonders Modell 3.41 kann die Wachstumsverläufe der einzelnen Bäume sehr gut abbilden (vgl. Abbildung 3.12). Auch die Variabilität der Daten kann durch die Modelle umfassend abgebildet werden. Jedoch ist zu beachten, dass eine Schätzung nur basierend auf den fixen Effekten stark verzerrte Ergebnisse liefert und daher nicht zu empfehlen ist (vgl. Abbildungen 3.11 und 3.13).

4 Ereigniszeitmodelle

4.1 Einleitung

In der Ereigniszeitanalyse wird die Wahrscheinlichkeit, dass ein Event an einem bestimmten Zeitpunkt t noch nicht stattgefunden hat durch

$$S(t) = P(T > t)$$

modelliert. In dieser Arbeit ist die Wahrscheinlichkeit von Interesse, dass ein Baum ein bestimmtes Alter überlebt, wobei nur die als Event definierten Todesursachen berücksichtigt werden. $S(t)$ wird als Überlebensfunktion bezeichnet.

Eine Besonderheit bei der Ereigniszeitanalyse ist, dass Beobachtungen zensiert sein können. Am häufigsten findet man Studien, in denen die Beobachtungen rechts zensiert sind. Hier wird ein Objekt (in dieser Studie ein Baum) bis zu einem Zeitpunkt c beobachtet. Obwohl das Event noch nicht stattgefunden hat $c < t$, wurde die Beobachtung abgebrochen. In Abschnitt 2.1 sind die wichtigsten Ursachen für ein zensiertes Ausscheiden von Bäumen dargestellt. Weiterhin sind Beobachtungen rechts zensiert, bei denen bis 2015 kein Event beobachtet wurde.

Es gibt zwei weitere Arten der Zensierung: (1.) Links Zensierung: Hier ist das Event bereits vor der ersten Aufnahme aufgetreten. In unserer Studie würde das bedeuten, dass ein Baum bereits vor der ersten WZE-Aufnahme durch eine als Event definierte Ursache gestorben ist. Da bei der WZE keine toten Bäume in die Studie aufgenommen werden, kommt diese Art der Zensierung in dieser Arbeit nicht vor. Eine weitere Art der Zensierung ist die (2.) Intervall Zensierung: Das Objekt wird nicht dauerhaft beobachtet, sondern nur zu bestimmten Zeitpunkten. Es wird daher nicht der exakte Eventzeitpunkt registriert. Die Daten in dieser Studie sind alle intervall zensiert.

Die zensierten Beobachtungen sollten bei der Ereigniszeitanalyse berücksichtigt werden, da auch die zensierten Beobachtungen zur statistischen Inferenz beitragen können. Wenn beispielsweise ein Baum mit bestimmten Eigenschaften einen Sturm überlebt, können hieraus Rückschlüsse auf die Überlebenswahrscheinlichkeit von Bäumen mit ähnlichen Eigenschaften gezogen werden, auch ohne dass an dem Baum jemals ein Event beobachtet wurde.

Gehen wir zunächst davon aus, dass die Zensierung nichtinformativ ist. Eine informative Zensierung würde vorliegen, wenn ein Zusammenhang zwischen der Zensierung und dem Auftreten eines Events bestehen würde. Wenn die Zensierung nichtinformativ ist, gilt

$$P(t \leq T \leq t + \Delta t | \min(T, C) \geq t) = P(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t)$$

(Aalen *et al.*, 2008).

Weiterhin können Beobachtungen trunkiert sein. Hier werden die Objekte erst ab einem bestimmten Zeitpunkt beobachtet. Ereignisse, die vor diesem Zeitpunkt auftreten werden nicht beobachtet. In dieser Studie sind alle Bäume links trunkiert, da diese nicht ab dem Zeitpunkt der Keimung beobachtet wurden.

Gegenwärtiger Kenntnisstand

Ein bekannter nichtparametrischer Schätzer der Überlebensfunktion ist der Kaplan-Meier Schätzer (Kaplan und Meier, 1958). Weiterhin kann die Überlebensfunktion durch den Nelson-Aalen Schätzer nichtparametrisch modelliert werden. Bei diesem wird die kumulative Hazard-Rate berechnet

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(u)du, \tag{4.1}$$

mit der Hazard-Rate

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t}, \tag{4.2}$$

aus der die Überlebensfunktion

$$S(t) = \exp(-\Lambda(t))$$

berechnet werden kann (Hosmer *et al.*, 2011). Die nichtpatametischen Ansätze werden in dieser Arbeit nicht verwendet, da hier kontinuierliche Kovariablen nicht berücksichtigt werden können.

Wenn die Ereigniszeit T der Bäume einer Verteilung $f(t)$ folgt, kann die Wahrscheinlichkeit, dass ein Event zwischen zwei Zeitpunkten l und u auftritt, durch

$$P(l \leq T \leq u) = \int_l^u f(t)dt = F(u) - F(l)$$

berechnet werden. Die Überlebensfunktion ist durch

$$S(t) = P(T > t) = \int_t^\infty f(u)du = 1 - F(t)$$

gegeben.

Basierend auf der Verteilungsannahme kann der Einfluss von Kovariablen durch „Accelerated Failure Time“ (AFT)-Modelle berücksichtigt werden. Die Ereigniszeit wird durch eine Funktion g transformiert und der Einfluss der Kovariablen auf diese transformierte Größe modelliert.

$$y = g(t) = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta} + \sigma\varepsilon$$

$\sigma > 0$ ist ein Skalenparameter. Die Parameter werden durch Maximieren der Likelihood geschätzt, wobei die zensierten Beobachtungen bei der Erstellung der Likelihood berücksichtigt werden müssen. Für die Ereigniszeit werden Verteilungen angenommen, die nur im positiven Raum definiert sind, wie die Exponential-Verteilung, die Weibull-Verteilung, die Log-Normalverteilung oder die Gamma-Verteilung (Klein und Moeschberger, 2005).

Neuner *et al.* (2015) und Staupendahl und Zucchini (2011) haben basierend auf der Weibull-Funktion parametrische AFT-Modelle für natürliche Risiken für Waldbestände in Süddeutschland erstellt. Die Modelle haben den Nachteil, dass durch die Verteilungsannahme der Funktionsverlauf der Überlebensfunktion teilweise vorgegeben ist.

Eine semiparametrische Alternative zum AFT-Modell ist das Cox-Modell (Cox, 1972). Hier wird die Hazard-Rate (λ, Gleichung 4.2) durch

$$\lambda(t|\boldsymbol{x}) = \lambda_0(t) \exp(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}) \tag{4.3}$$

modelliert. Das Modell setzt sich aus der nichtparametrischen Baseline ($\lambda_0(t)$) und einem parametrischen Teil zusammen. Die Baseline ist für alle Beobachtungen gleich. Durch die nichtparametrische Modellierung der Baseline ist das Cox-Modell im Vergleich zu den parametrischen Ansätzen flexibler. Aus der Hazard-Rate (λ, Gleichung 4.2) und der kumulativen Hazard-Rate (Λ, Gleichung 4.1) kann die Verteilung von t berechnet werden

$$f(t) = \lambda(t)\ S(t)$$

mit

$$S(t) = \exp(-\Lambda(t)).$$

Durch die parametrische Modellierung des Einflusses der Kovariablen ist eine Interpretierbarkeit des Modells gegeben. Ähnlich wie das Chancen-Verhältnis (Odd-Ratio) bei der logistischen Regression kann hier das Hazard-Verhältnis (Hazard-Ratio)

$$\frac{\lambda(t|x_1)}{\lambda(t|x_2)} = \exp((x_1 - x_2)'\beta)$$

gebildet werden.

Die Parameterschätzung wird mithilfe von Maximum Likelihood Methoden durchgeführt, wobei die Likelihood partiell gebildet wird (Cox, 1975). Es wird nur der parametrische Teil direkt geschätzt. Das Cox-Modell wird daher in der Regel eingesetzt, um die Auswirkung verschiedener Kovariablen (zum Beispiel verschiedene Behandlungen) zu vergleichen, da hierfür, wie bereits beschrieben, die Baseline nicht benötigt wird. Für eine Vorhersage wird die Baseline jedoch benötigt. Diese kann in einem zweiten Schritt aus den Daten geschätzt werden.

Das Frailty-Modell ist eine Erweiterung des Cox-Modells. Die Baseline wird dabei für Beobachtungen, die aus einem Cluster stammen, als konstant angesehen (Lancaster, 1979; Vaupel *et al.*, 1979; Lee und Wang, 2003). Hierdurch kann, ähnlich wie bei einem gemischten Modell, einer geclusterten Struktur der Daten Rechnung getragen werden. Nothdurft

(2013) hat die Baummortalität für Südwestdeutschland mit einem Frailty-Modell modelliert, wobei Beobachtungen von einer Probefläche zu einem Cluster zusammengefasst wurden.

Eine Annahme vom AFT-Modell und dem Cox-Modell ist, dass die Ereigniszeiten kontinuierlich verteilt sind. Bindungen (Events an Bäumen, die gleich alt sind) widersprechen dieser Grundannahme. In dem dieser Arbeit zugrundeliegenden Datensatz treten solche Bindungen jedoch sehr häufig auf. Daher soll in dieser Arbeit ein Modellansatz für zeitdiskrete Ereigniszeiten verwendet werden. Hier wird das Event nicht direkt beobachtet, sondern dass das Event zu einem bestimmten Zeitpunkt bereits stattgefunden hat. Es kann daraus geschlossen werden, dass das Event in der Zeitspanne zwischen der letzten (wo das Event noch nicht stattgefunden hat) und der aktuellen Beobachtung stattgefunden haben muss. Dieser Ansatz wird im Abschnitt 4.3 beschrieben.

4.2 Material

Räumliche und zeitliche Verteilung der Events

Der Anteil an Beobachtungen, an denen der Tod eines Baumes festgestellt wurde, beträgt 1.02 %. Der Anteil toter Bäume unterscheidet sich räumlich und zeitlich. In Abbildung 4.1 ist der Anteil beobachteter Events nach Baumart und Jahr (A und C) sowie nach Bundesland und Jahr (B und D) dargestellt. Die schwarzen Linien stellen die mittleren Anteile dar. Bei der Interpretation dieser Abbildung ist es wichtig zu beachten, dass die Beobachtung eines Events in einem bestimmten Jahr nicht immer bedeutet, dass das Event auch in diesem Jahr stattgefunden hat, da nicht alle Probeflächen jährlich aufgenommen worden sind.

Es wird bei der WZE-Aufnahme differenziert, woran ein Baum gestorben ist. Dabei wird zwischen biotischer und abiotischer Ursache unterschieden. Wenn keine Zuordnung möglich ist, wird das als unbekannte Ursache dokumentiert. In der Abbildung 4.1 sind abiotische Events in A und B dargestellt. Biotische Events und Events unbekannter Ursache werden zusammengefasst und sind in C und D dargestellt. Offensichtlich sterben die meisten Bäume durch eine abiotische Ursache (Abbildung 4.1).

In den Jahren 1994 und 1997 ist in HE auch ein höherer Eventanteil beobachtet worden (vgl. Abbildung 4.1). Dies ist dadurch zu erklären, dass in HE in diesen Jahren viele Bäume untersucht worden sind, die zuletzt vor drei Jahren untersucht worden sind (vgl. Tabelle 2.2, 2.3). Die Wahrscheinlichkeit ein Event zu beobachten, nimmt mit der Zeitspanne zur vorherigen Beobachtung zu.

Abiotische Events

Betrachtet man Abbildung 4.1 A und B, fällt auf, dass in HE 1990 und 1991 ein deutlich höherer abiotischer Eventanteil beobachtet worden ist (vgl. Abbildung 4.1, B). Das kann durch die Stürme „Vivian“ und „Wiebke“ im Winter 1989/90 erklärt werden. 1991 sind etwa 12 000 Bäume untersucht worden, die zuvor 1989 oder früher beobachtet worden sind (vgl. Tabelle 2.3). In diesen Fällen wurden die Schäden von 1990 erst 1991 beobachtet.

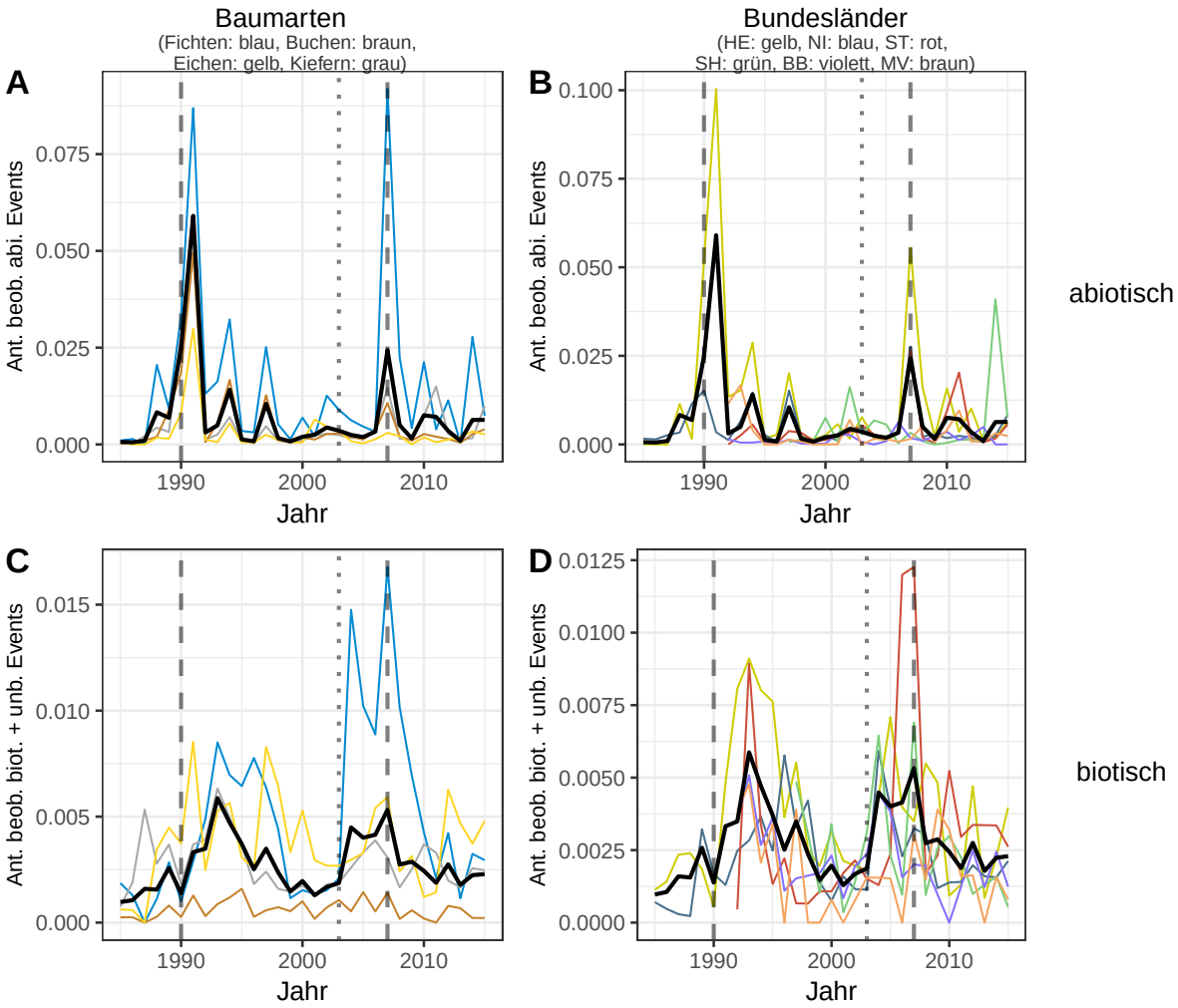

Abbildung 4.1: Die zeitliche Verteilung der beobachteten Events nach Baumarten (A und C) und Bundesländern (B und D). Es wird zwischen abiotischen (A und B) und biotischen (C und D) Events unterschieden. Events unbekannter Ursache werden zu den biotischen Events gezählt. Die schwarzen Linien stellen die mittleren Anteile dar. Zusätzlich sind in der Grafik die Jahre, in denen die schweren Winterstürme „Vivian“, „Wiebke“ und „Kyrill“ stattgefunden haben (gestrichelte Linien), sowie das Jahr 2003, welches sich durch eine extreme Trockenheit ausgezeichnet hat (gepunktete Linie), hervorgehoben.

Auch 2007 ist in HE, NI und ST ein deutlich höherer abiotischer Eventanteil zu beobachten (vgl. Abbildung 4.1, die Linien für NI und ST sind teilweise von der schwarzen Linie überdeckt). Das kann durch den Sturm „Kyrill“ erklärt werden, der im Januar 2007 schwere Schäden im Untersuchungsgebiet verursacht hat. Auch 2008 ist der Anteil an abiotischen Events in HE etwas höher. Dies kann eventuell durch die 117 Bäume erklärt werden, die 2006 und 2008, jedoch nicht 2007 beobachtet wurden (vgl. Tabelle 2.3), hier würde ein Event durch „Kyrill“ erst 2008 beobachtet werden. 2014 wurden in SH viele Events beobachtet. Dies kann durch den Wintersturm „Christian“ erklärt werden, der im Norden von SH schwere Schäden verursacht hat. Da der Norden von SH einen relativ geringen Waldanteil hat, erhöht sich der Gesamtanteil durch diesen Sturm augenscheinlich nicht (vgl. Abbildung 4.1).

Betrachtet man die abiotischen Eventanteile nach Baumarten (vgl. Abbildung 4.1, A) erkennt man, dass mit großem Abstand an Fichten die meisten Events auftreten. Die Muster unterscheiden sich zwischen den Baumarten nicht so stark.

Es ist in der Abbildung 4.1 auch das extrem trockene Jahr 2003 hervorgehoben. Es fällt auf, dass die Trockenheit auf den abiotischen Eventanteil augenscheinlich keinen Einfluss hat.

Biotische Events

Betrachtet man die biotischen Eventanteile (vgl. Abbildung 4.1 C und D), fällt auf, dass diese nach dem Jahr 1990 deutlich ansteigen. Auch 2007 ist ein Anstieg zu beobachten (vgl. Abbildung 4.1). Eine Erklärung für den hohen biotischen Eventanteil könnte sein, dass es durch die hohen Todholzanteile in den Beständen in Folge der großen Winterstürme „Vivian“ (Feb. 1990), „Wiebke“ (März 1990) und „Kyrill“ (Jan. 2007), vermehrt zu biotischen Schäden gekommen ist. Beispielsweise steigt die Buchdrucker Population deutlich an, wenn viel Totholz im Wald zu finden ist, zum Beispiel nach Stürmen (Vité, 1989).

Während des Jahres 2003, welches sich durch eine extreme Trockenheit auszeichnete, wurden keine hohen biotischen Eventanteile beobachtet. In den folgenden Jahren hat der Anteil dann aber deutlich zugenommen (vgl. Abbildung 4.1). In ST ist 2006 ein sehr hoher Anteil biotischer Events beobachtet worden. Eine überzeugende Erklärung gibt es hierfür nicht. Eventuell ist auch dies eine Folge des extrem trockenen Jahres 2003. Es ist möglich, dass sich die Insektenpopulationen ab 2003 langsam aufgebaut haben.

Vergleicht man die biotischen Eventanteile der Baumarten, fällt auf, dass sie bei Fichten auch hier am höchsten sind, jedoch dominieren die Fichten hier nicht so stark wie bei den abiotischen Events. Auch bei Eichen werden teilweise hohe biotische Eventanteile beobachtet. Die Muster ähneln sich in den Baumartengruppen, so steigen die Anteile aller Baumartengruppen nach 1990 und 2003 an. Im Detail unterscheiden sich die Muster zwischen den Baumartengruppen jedoch. Beispielsweise haben die Eichen 1991 und 1997 lokale Maxima, während die Fichten zwischen 1993 und 1996 hohe Werte aufweisen. Die Buchen weisen die geringsten biotischen Ausfälle auf (vgl. Abbildung 4.1, C).

4.3 Methode

4.3.1 Zeitdiskrete Ereigniszeitanalyse

$Y_{ij,t}$ gibt an, ob ein Baum j auf einer Probefläche i im Intervall $[t-1,t)$ stirbt, wobei t das Baumalter ist.

$$Y_{ij,t} = \begin{cases} 1, & \text{Baum } i \text{ stirbt im Intervall } [t-1,t) \\ 0, & \text{Baum } i \text{ stirbt nicht im Intervall } [t-1,t) \end{cases}$$

Wobei

$$\begin{aligned} i =& 1,\ldots,n \\ j =& 1,\ldots,m_i \\ t =& 1,\ldots,T_{ij}. \end{aligned}$$

T_{ij} ist die Ereigniszeit von Baum j auf Probefläche i.

Es wird nicht das Event direkt beobachtet, sondern, dass zu einem Zeitpunkt ein Event bereits aufgetreten ist. Wenn der Baum jährlich beobachtet wird, kann daraus geschlossen werden, dass das Event zwischen $t_{ij}-1$ und t_{ij} aufgetreten ist. Eine Besonderheit ist, dass, wenn zu einem Zeitpunkt an einem Baum kein Event beobachtet wurde, daraus geschlossen werden kann, dass auch an allen Zeitpunkten davor kein Event aufgetreten ist. Wenn der Baum jährlich untersucht worden ist, ergibt sich daraus

$$Y_{ij,t} = 0 \vee 1 \Rightarrow Y_{ij,1} = 0 = \ldots = Y_{ij,t-1} = 0. \tag{4.4}$$

Herleitung der Likelihood

Viele Bäume sind jährlich beobachtet worden. Eine jährliche zeitliche Auflösung stellt gleichzeitig die höchste Auflösung dar. Die zeitdiskrete Ereigniszeitanalyse soll daher in einer jährlichen Auflösung gerechnet werden.

$Y_{ij,t}$ ist eine binomial verteilte Zufallsvariable. Die Binomialverteilung hat einen Parameter π, der durch Maximieren der Likelihood geschätzt werden soll. Der Likelihoodbeitrag einer nicht zensierten, nicht trunkierten Beobachtung ist

$$\begin{aligned} & P(Y_{ij,1}=0)\ P(Y_{ij,2}=0|Y_{ij,1}=0) \\ & \cdot \ldots \\ & \cdot P(Y_{ij,t_{ij}-1}=0|Y_{ij,1}=0,\ldots,Y_{ij,t_{ij}-2}=0) \\ & \cdot P(Y_{ij,t_{ij}}=1|Y_{ij,1}=0,\ldots Y_{ij,t_{ij}-1}=0). \end{aligned}$$

Durch Gleichung 4.4 ergibt sich

$$P(Y_{ij,1}=0)\cdot\ldots\cdot P(Y_{ij,t_{ij}}=1).$$

Wenn die Beobachtung zum Zeitpunkt a_{ij} trunkiert ist, verändert sich die Likelihood

$$P(Y_{ij,a_{ij}} = 0) \cdot \ldots \cdot P(Y_{ij,t_{ij}} = 1). \tag{4.5}$$

Wenn die Beobachtung zusätzlich zum Zeitpunkt C_{ij} rechts zensiert ist

$$T_{ij} > C_{ij},$$

ergibt sich als Likelihoodbeitrag

$$P(Y_{ij,a_{ij}} = 0) \cdot \ldots \cdot P(Y_{ij,c_{ij}} = 0). \tag{4.6}$$

Teilweise wurden die Bäume nicht jährlich untersucht, sondern in größeren Abständen. Wenn ein Baum zwischen den Zeitpunkten l_{ij} und u_{ij} nicht untersucht worden ist, wobei

$$u_{ij} - l_{ij} > 1,$$

und der Baum zum Zeitpunkt u_{ij} noch lebt, hat der Baum zu allen Zeitpunkten zwischen l_{ij} und u_{ij} auch noch gelebt (vgl. Gleichung 4.4). Die Lücke zwischen l_{ij} und u_{ij} kann entsprechend aufgefüllt werden. Der Likelihoodbeitrag für den Baum kann dann mit Gleichung 4.5, wenn der Baum nicht rechts zensiert ist, bzw. mit Gleichung 4.6, wenn der Baum rechts zensiert ist, berechnet werden.

Wenn ein Event zwischen l_{ij} und u_{ij}

$$l_{ij} \leq T_{ij} \leq u_{ij}$$

auftritt, kann nicht geschlossen werden, in welchem Jahr das Event stattgefunden hat. Der Likelihoodbeitrag für diese Beobachtung ist dann

$$\left\{ \sum_{t_{ij}=l_{ij}}^{u_{ij}} P(Y_{ij,t_{ij}} = 1) \cdot P(Y_{ij,t_{ij}-1} = 0) \cdot \ldots \cdot P(Y_{ij,l_{ij}} = 0) \right\} \cdot P(Y_{ij,l_{ij}-1} = 0) \cdot \ldots \cdot P(Y_{ij,a_{ij}} = 0). \tag{4.7}$$

Wenn die Events voneinander unabhängig wären, würde sich für links trunkierte und teilweise rechts zensierte Daten als Likelihood

$$L(\pi) = \pi^{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{t=a_{ij}}^{\min(t_{ij},c_{ij})} y_{ij,t}} \; (1-\pi)^{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{t=a_{ij}}^{\min(t_{ij},c_{ij})} (1-y_{ij,t})} \tag{4.8}$$

ergeben. Der Parameter π kann durch Kovariablen beschrieben werden

$$\pi_{ij,t} = g(\boldsymbol{x}'_{ij,t}\boldsymbol{\beta}), \tag{4.9}$$

wobei die Funktion g den linearen Schätzer

$$\boldsymbol{x}'_{ij,t}\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}$$

transformiert, damit

$$\pi \in [0, 1]$$

gilt.

Wenn in dem linearen Schätzer strukturierte Fehler in Raum und Zeit ausreichend flexibel berücksichtigt werden, kann von einer Unabhängigkeit der Events (gegeben die Kovariablen und die strukturierten Fehler) ausgegangen werden. Damit würde die Gleichung 4.8 gelten. So ist die Likelihood für links trunkierte, rechts zensierte Beobachtungen hergeleitet. Wenn die Likelihood maximiert wird, erhält man den Maximum-Likelihood-Schätzer

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} \overset{a}{\sim} N(\boldsymbol{\beta}, (F(\hat{\boldsymbol{\beta}}))^{-1})$$

(Vergleiche auch Abschnitt 3.1.2).

Gleichung 4.7 ist eine Mischung aus Produkt und Summen. Es ist daher schwierig, mit dem Ausdruck weiterzuarbeiten. Es ist in dieser Arbeit nicht gelungen, die Likelihood basierend auf diesem Ausdruck zu maximieren.

Wenn ein Event zwischen l_{ij} und u_{ij} aufgetreten ist, wurde der Zeitpunkt des Events T_{ij} zufällig zwischen l_{ij} und u_{ij} gesetzt. Die Beobachtungen zu den Zeitpunkten zwischen l_{ij} und T_{ij} wurden mit $Y_{ij,t} = 0$ aufgefüllt. Es konnte durch Wiederholen gezeigt werden, dass die Schätzung sehr stabil ist.

Um zu testen, ob $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ein verzerrter Schätzer ist, wurden die Parameter für nicht intervallzensierte Beobachtungen geschätzt. Diese Beobachtungen wurden dann intervall zensiert und die Parameter erneut geschätzt. Dieser Vorgang wurde mehrfach wiederholt. So konnte gezeigt werden, dass die Schätzung unverzerrt ist.

Da es sich um eine Maximum-Likelihood-Schätzung handelt, ist der Schätzer weiterhin asymptotisch normalverteilt

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} \overset{a}{\sim} N(\boldsymbol{\beta}, \mathrm{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}})).$$

Jedoch entspricht die Varianz des Schätzers nicht mehr asymptotisch der inversen Fisher-Information. Durch das zufällige setzen der Eventzeitpunkte wird die Genauigkeit der Schätzung durch die inverse Fisher Information als Varianz überschätzt. Daher ist

$$\mathrm{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > (F(\hat{\boldsymbol{\beta}}))^{-1}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Baum ein bestimmtes Baumalter (t) lebend erreicht ($S(t)$) erhält man, indem die modellierten Gegenwahrscheinlichkeiten ($1 - \pi_{ij,t}$) (vgl. Gleichung 4.9) bis zu dem Baumalter multipliziert werden. Dies ist möglich, da die Wahrscheinlichkeiten durch die Berücksichtigung des zeitlich strukturierten Fehlers als zeitlich, marginal unabhängig betrachtet werden können.

Die Schätzung der Parameter wurde mit dem R-Paket `mgcv` (Wood, 2006) durchgeführt.

Übertragen der zeitdiskreten Eventanalyse auf das Cox-Modell

Die Ergebnisse der zeitdiskreten Modellierung können auf das zeitstetige Cox-Modell (Gleichung 4.3) übertragen werden. Wenn für g (vgl. Gleichung 4.9) die Logit-Transformation

$$g(x) = \frac{\exp(x)}{1 + \exp(x)}$$

verwendet wird, so kann man

$$\pi = g(\beta_{0t} + \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta})$$

als Näherung an die Hazard-Rate ($\Delta t = 1$) betrachten. Somit ist

$$\frac{\lambda(t|\boldsymbol{x})}{1 - \lambda(t|\boldsymbol{x})} \approx \exp(\beta_{0t} + \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}) = \exp(\beta_{0t}) \cdot \exp(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}).$$

β_{0t} variiert in Abhängigkeit vom Baumalter. In dieser Arbeit wurde der Parameter durch eine nichtlineare auf Splines basierende Funktion (vgl. Abschnitt 3.1.2) modelliert. Die Baseline ergibt sich über den Spline, der über die entsprechenden Intervallindikatoren definiert wird (so wie in dieser Arbeit die Altersvariable).

Weiterhin gilt

$$\beta_{0t} = \log\left(\frac{\lambda_0(t)}{1 - \lambda_0(t)}\right).$$

Somit ergibt sich

$$\frac{\lambda(t|\boldsymbol{x})}{1 - \lambda(t|\boldsymbol{x})} \approx \frac{\lambda_0(t)}{1 - \lambda_0(t)} \cdot \exp(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}). \tag{4.10}$$

4.3.2 Übertragung der Einzelbaumrisiken auf ein Bestandesrisiko

Bisher wurden Einzelbaumrisiken modelliert. Ein Schaden an einem einzelnen Baum kann jedoch nicht mit einem Schaden auf Bestandesebene gleichgesetzt werden. Wenn ein einzelner Baum ausfällt, wachsen in vielen Fällen die benachbarten Bäume wegen der geringeren Konkurrenz schneller. Der Ausfall des einzelnen Baumes wird daher bereits nach wenigen Jahren ausgeglichen. Zudem ist es eine natürliche Entwicklung, dass sich die Stammzahl mit dem Bestandesalter reduziert. Wenn jedoch ein bestimmter Anteil an Bäumen in einem Bestand ausfällt, können die benachbarten Bäume diesen Ausfall nicht mehr kompensieren.

Dieser Anteil hängt zum einen vom Bestandesalter ab. Junge Bestände sind dynamischer, daher können diese den Ausfall einzelner Bäume besser ausgleichen. Es ist daher zu erwarten, dass der Anteil grundsätzlich mit dem Bestandesalter abnimmt. Zum anderen hängt der Anteil auch von der Baumart ab. Buchenbestände können, im Vergleich zu Beständen, die sich aus anderen Baumarten zusammensetzen, bis in ein höheres Alter auf Freistellung reagieren (Röhrig *et al.*, 2006; Pretzsch, 2009). Daher ist zu erwarten,

dass der Rückgang des Anteils bei Buchenbeständen langsamer ist. Es gibt aber noch eine Vielzahl anderer Faktoren, die diesen Anteil beeinflussen, zum Beispiel die Qualität des Holzes, die produziert werden soll.

Es stehen für diese Arbeit keine Daten zur Verfügung, die die Entwicklung einer Funktion ermöglichen, die das Einzelbaumrisiko auf ein Bestandesrisiko überträgt. Als erklärende Variable würde der Anteil ausgefallener Einzelbäume in einem Bestand benötigt werden. Als Zielvariable würde die Information benötigt werden, ob ein mittel- oder langfristiger Schaden auf Bestandesebene zu erwarten ist und wie stark dieser Schaden ist. Wenn noch zusätzlich die Baumart, das Bestandesalter oder andere Variablen berücksichtigt werden sollen, müssten auch diese Kovariablen zur Verfügung stehen.

Herleitung der Übertragungsfunktion, die das Einzelbaumrisiko auf das Bestandesrisiko überträgt

Da keine Daten zur Verfügung stehen, die die Entwicklung einer Funktion ermöglichen, die das Einzelbaumrisiko auf ein Bestandesrisiko überträgt, soll im Folgenden das Bestandesrisiko, basierend auf heuristisch festgelegten Anteilen hergeleitet werden. Kramer *et al.* (1988) und Kramer und Holodynki (1989) zeigten für verschiedene Baumarten, dass die Anlage von Gassen in jungen Beständen nicht zu Zuwachseinbußen führt. Bei den Versuchen wurden ca. 20 % der Bäume entnommen. Basierend auf diesen Versuchen soll eine Übertragungsfunktion, die das Einzelbaumrisiko auf das Bestandesrisiko überträgt, hergeleitet werden.

Gegeben sei ein Bestand mit drei Bäumen. Die Wahrscheinlichkeiten, dass ein Event an den einzelnen Bäumen auftritt, sind mit (P_1, P_2, P_3) gegeben. Wenn wir zunächst davon ausgehen, dass die Events voneinander unabhängig sind, kann die Wahrscheinlichkeit, dass k Bäume sterben (π_k) berechnet werden

$$\begin{aligned}
\pi_0 &= (1-P_1)(1-P_2)(1-P_3) \\
\pi_1 &= P_1(1-P_2)(1-P_3) + P_2(1-P_1)(1-P_3) + P_3(1-P_1)(1-P_2) \\
\pi_2 &= P_1P_2(1-P_3) + P_1P_3(1-P_2) + P_2P_3(1-P_1) \\
\pi_3 &= P_1P_2P_3.
\end{aligned}$$

Da eins dieser Ereignisse sicher auftritt, ist

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1.$$

Wenn ein Bestand aus n Bäumen besteht kann die Wahrscheinlichkeit, dass k Bäume ausfallen, $k = 0, \ldots, n$ nach demselben Prinzip berechnet werden. Wenn die Wahrscheinlichkeiten gleich sind

$$P_1 = \ldots = P_n = P$$

vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\pi_k = \binom{n}{k} P^k (1-P)^{n-k}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als k Events auftreten, ist

$$\pi_{>k} = 1 - \sum_{i=0}^{k} \pi_i.$$

Berücksichtigung der räumlichen und zeitlichen Autokorrelation

Die Events sind räumlich und zeitlich abhängig voneinander. Dies wird bei der Modellierung der Eventwahrscheinlichkeit durch die strukturierten Fehler berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeit, dass an einem bestimmten Anteil der Bäume in einem Bestand das Event auftritt, verändert sich, wenn die Abhängigkeit der Events voneinander berücksichtigt wird. Tendentiell wird die Wahrscheinlichkeit größer.

Da aus technischen Gründen kein gemischtes Modell zur Modellierung verwendet wird, wurden die strukturierten Fehler durch fixe, flexible Funktionen modelliert. Diese Funktionen haben den Nachteil, dass die Kovarianzstruktur nicht geschätzt wird. Um eine realistische Verteilung der Wahrscheinlichkeiten an den Probeflächen zu generieren, wurden die Wahrscheinlichkeiten für alle Probeflächen für alle Jahre geschätzt. Dann wurden für die Probeflächen-Jahr Kombinationen die Anteile berechnet. Aus diesen Kombinationen wurden dann mittlere Ausfälle berechnet.

4.4 Ergebnisse

4.4.1 Modell

In der Gleichung 4.10 variiert β_{0t} in Abhängigkeit vom Baumalter. Die Baseline wird durch einen semiparametrischen Spline über das Baumalter modelliert. Um eine glatte Funktion zu erhalten, wird die Flexibilität händisch geringer modelliert, als unter rein statistischen Kriterien sinnvoll wäre (vgl. Abschnitt 3.1.2).

Der räumlich strukturierte Fehler wird durch eine zweidimensionale flexible Funktion modelliert, in die die räumliche Koordinate eingeht. Der zeitlich strukturierte Fehler wird durch eine eindimensionale flexible Funktion beschrieben, in die das Jahr eingeht. Durch diese Art der Modellierung wird berücksichtigt, dass in aufeinanderfolgenden Jahren häufig ein ähnliches Schadniveau auftritt, wie es zum Beispiel durch Gradationszyklen von Insekten beobachtet wird (Baier *et al.*, 2007; Wermelinger, 2004). Die zeitliche Autokorrelation besteht in der Regel nur über wenige Jahre, daher wird der zeitliche Effekt flexibler modelliert, als es unter rein statistischen Kriterien sinnvoll wäre. Zur Modellierung der strukturierten Fehler kommen die in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Splines zum Einsatz.

Um den räumlich-zeitlich strukturierten Fehler zu modellieren, müssen beide Effekte in einem Modell berücksichtigt werden. Hierbei kommen die im Abschnitt 3.1.2 beschriebenen strukturierten additiven Modelle zum Einsatz. Da teilweise Wechselwirkungen zwischen den Effekten auftreten (zum Beispiel treten Stürme in verschiedenen Jahren in unterschiedlichen Regionen auf), könnte für jedes Jahr ein separater räumlicher Effekt modelliert werden. Jedoch wird dann zu viel Variabilität durch den strukturierten Fehler erklärt. Diese kann nicht mehr durch die später beschriebenen Kovariablen erklärt werden. Aus diesem Grund wurde eine globale Oberfläche für alle Jahre, außer 1990 und 2007, modelliert. In den Jahren 1990 und 2007 haben die großen Winterstürme „Vivian“, „Wiebke“ und „Kyrill“ stattgefunden. Für diese Jahre wurden separate Oberflächen modelliert.

Als Klima beschreibende Kovariablen stehen die Temperatur und der Niederschlag zur Verfügung (vgl. Abschnitt 2.2). Weiterhin sind mit dem BHD und der Baumhöhe Kovariablen vorhanden, die die Baumdimension beschreiben (vgl. Abschnitt 3.2). Das Geländerelief wird durch den Topex beschrieben (vgl. Abschnitt 2.2). Der Topex wurde in dieser Arbeit, ähnlich wie in der Arbeit von Schmidt *et al.* (2010), abgewandelt, indem die Summe der maximalen Winkel zur Oberfläche in $\pm 10 \cdot (2\pi/360)$, relativ zur regionalisierten Hauptwindrichtung (vgl. Abschnitt 3.1), berechnet wurde. Als Distanz wurden 1 000 m verwendet. Als binäre Kovariable steht weiterhin zur Verfügung, ob es sich bei einer Probefläche um einen Mischbestandsplot handelt ($X = 1$, wenn mehr als eine Baumartenpruppe auf der Probefläche beobachtet wurde). Für die Modellierung stehen also häufig nur modellierte Größen als Kovariablen bereit.

Für einige dieser Kovariablen gibt es ein recht genaues Vorwissen, ob das Risiko mit steigender Kovariable ab- oder zunimmt. Eine steigende Temperatursumme und eine abnehmende Niederschlagssumme führen in der Regel zu einer geringeren Stresstoleranz der Bäume gegen biotische Schadfaktoren (z. B. Baier *et al.*, 2007; Wermelinger, 2004). Weiterhin sind Bäume in Reinbeständen anfälliger gegenüber biotischen Schadfaktoren (z. B. Neuner *et al.*, 2015). Schließlich führen ein zunehmender BHD und geschützte Lagen zu weniger sturmgefährdeten Beständen (z. B. Schmidt *et al.*, 2010).

Es gelang nicht, die Niederschlagssumme sinnvoll in dem Modell zu berücksichtigen. Die Niederschlagssumme wurde zunächst als einzige Kovariable neben den strukturierten Fehlern berücksichtigt. Weiterhin wurde die Niederschlagssumme zusätzlich zu den anderen zur Verfügung stehenden Kovariablen miteinbezogen. Schließlich wurde versucht, die Wechselwirkung zwischen Temperatursumme und Niederschlagssumme zu berücksichtigen, indem (1.) eine zweidimensionale Oberfläche für die beiden Kovariablen berechnet und (2.) ein Ariditätsindex berücksichtigt wurde. Es traten bei allen Versuchen unplausible Effekte auf. Die entsprechenden Effekte waren bei bei einem Niveau von 0.05 nicht signifikant.

Die Temperatursumme während der Vegetationsperiode wurde linear in dem Modell berücksichtigt, wobei die Vegetationsperiode nach Menzel (1997) berechnet wurde. Biotische Schäden hängen maßgeblich von der Größe der Schadinsektenpopulation ab, die wiederum von den aktuellen Bedingungen sowie der Populationsgröße des Vorjahres abhängt (Wermelinger, 2004). Die Populationsgröße im Vorjahr hängt wiederum von den Bedingungen im Vorjahr ab. Daher wurde auch die Temperatur des Vorjahres berücksich-

tigt. An einem Standort ist die aktuelle Temperatur und die Temperatur des Vorjahres korreliert. Um diese Korrelation zu verringern, wurde für das Vorjahr die Abweichung der Temperatursumme während der Vegetationsperiode von der mittleren Temperatursumme während der Vegetationsperiode zwischen 1984 und 2015 an einem Standort berechnet. Auch diese Abweichung wurde linear in dem Modell berücksichtigt.

Der BHD wurde ebenfalls linear in dem Modell berücksichtigt. Da BHD und Baumhöhe korreliert sind, ging die Baumhöhe nicht direkt in das Modell ein. Es wurde ein globales Modell erstellt, in dem die Baumhöhe in Abhängigkeit vom Baumalter beschrieben wird. Von dieser globalen Baumhöhe wird die Abweichung der Baumhöhe an einem Standort bei gegebenen Baumalter berechnet. Die Abweichung der Baumhöhe wird linear im Modell berücksichtigt.

Die vier Baumartengruppen werden in einem Modell zusammen modelliert. Wobei Wechselwirkungen auf das Interzept, den BHD und die Temperatursumme modelliert werden. Diese finale Modellversion wurde auf Grundlage einer Vielzahl von Modellen selektiert. Unter anderem wurden separate Modelle für die Baumartengruppen, alternative Topexversionen und eine alternative Berechnung der Klimaparameter getestet. Das vorgestellte Modell setzte sich schließlich als sinnvollste Modellvariante durch. Grundlage für die Modellselektion war zum einen der AIC und der BIC, zum anderen, ob die Variablen sinnvoll in dem Modell berücksichtigt werden konnten.

Als endgültiges Modell hat sich schließlich

$$\begin{aligned}\hat{\pi}_i = \operatorname{logit}(&\boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\beta} \\ &+ \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{Nadel})} f(t_i) + \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{Laub})} f(t_i) \\ &+ \mathbb{1}_{(\mathrm{Jahr}_i=1990)} f(x_i, y_i) + \mathbb{1}_{(\mathrm{Jahr}_i=2007)} f(x_i, y_i) \\ &+ \mathbb{1}_{\mathrm{Jahr}_i\neq 1990 \wedge \mathrm{Jahr}_i \neq 2007} f(x_i, y_i) \\ &+ f(\mathrm{Jahr}_i))\end{aligned} \tag{4.11}$$

mit

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}_i = (&1, \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{FI})}, \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{KI})}, \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{EI})}, \\ &\vartheta_{i\sum \mathrm{abw}}, \vartheta_{i\sum \mathrm{VJ}}, \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{FI})}\vartheta_{i\sum \mathrm{VJ}}, \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{KI})}\vartheta_{i\sum \mathrm{VJ}}, \mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{EI})}\vartheta_{i\sum \mathrm{VJ}}, \\ &\mathrm{BHD}_i, \mathrm{BHD}_i\mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{FI})}, \mathrm{BHD}_i\mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{KI})}, \mathrm{BHD}_i\mathbb{1}_{(\mathrm{BA}_i=\mathrm{EI})}, \\ &\mathrm{BH}_{\mathrm{abw},i}, \\ &\mathrm{Topex}_{170+190,i}, \\ &\mathrm{MB}_i)_{[1\times 16]}\end{aligned}$$

$$\operatorname{logit}(x) := \frac{\exp(x)}{1+\exp(x)}$$

$$\mathbb{1}_{(x=K)} := \begin{cases} 1, \text{wenn } x = K \\ 0, \text{wenn } x \neq K \end{cases}$$

ergeben. Die Abkürzungen sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Tabelle 4.1: Abkürzungen aus Modell 4.11.

BA	Baumart
Nadel/Laub	Nadelbaumart (Fi, Ki)/ Laubbaumart (Bu, Ei)
t	Baumalter
$\vartheta_{\sum \text{abw}}$	Abweichung der Temperatursumme innerhalb der Vegetationsperiode vom langjährigen Mittel (1984-2015)
$\vartheta_{\sum \text{VJ}}$	Temperatursumme innerhalb der Vegetationsperiode des Vorjahres
$\text{BH}_{\text{abw},i}$	Abweichung der Baumhöhe von einer Baumhöhenfunktion, die die mittlere Baumhöhenentwicklung in Abhängigkeit vom Baumalter beschreibt
$\text{Topex}_{170+190}$	Die Summe der maximalen Winkel zur Oberfläche in $\pm 10 \cdot (2\pi/360)$ relativ zur regionalisierten Hauptwindrichtung, innerhalb von 1 000 m.
x, y	Räumliche Koordinate
MB	Mischbestandsindikator (MB=1, wenn mehr als eine Baumartengruppe auf der Probefläche beobachtet wurde)

In der Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse von Modell 4.11 dargestellt. Es wurden die Regressionskoeffizienten mit dem Interquartilsabstand der entsprechenden kontinuierlichen Kovariable multipliziert. Bei dummy-codierten Variablen ist der Regressionskoeffizient dargestellt. Bei den strukturierten Fehlern ist der Interquartilsabstand der Funktion gezeigt. Damit ist die Auswirkung der in der Tabelle dargestellten Werte auf die vorhergesagte Wahrscheinlichkeit (vgl. Modell 4.11) vergleichbar.

Betrachtet man die Vorzeichen der Werte, so sind diese plausibel. Ein Großteil der Variabilität wird durch die strukturierten Fehler erklärt, insbesondere in den Jahren, in denen die schweren Winterstürme stattgefunden haben. Von den kausal interpretierbaren Kovariablen haben die Temperaturen einen großen Einfluss. Bei den Fichten hat die Temperatur den größten Einfluss. Der BHD beeinflusst die Mortalität von Eichen und Kiefern deutlich, die Mortalität von Fichten und Buchen wird durch den BHD kaum beeinflusst. Ob es sich bei der Probefläche um eine Mischbestandsprobefläche handelt, beeinflusst die Mortalität kaum. Der Topex und die Baumhöhe haben einen mittleren Einfluss.

Ob die Koeffizienten signifikannt verschieden von 0 sind, hat bei der Modellselektion eine untergeordnete Rolle gespielt. Die Nullhypothese ($\text{H}_0 : \beta_x = 0$) kann für einige Koeffizienten bei einem Schwellenwert von 0.05 nicht abgelehnt werden. Insbesondere sind die Unterschiede zwischen den Baumartengruppen häufig nicht signifikannt. Vornehmliches Ziel dieser Arbeit ist es nicht, zu testen, ob bestimmte Effekte einen Einfluss haben, sondern eine realistische, baumartengruppenspezifische Modellierung der natürlichen Mortalität von Bäumen durchzuführen. Daher wurden auch nicht signifikante Effekte im Modell gelassen.

4.4.2 Vorhersagegenauigkeit

Es wird modelliert, ob ein Event, an einem bestimmten Baum, in einem bestimmten Jahr, auftritt. Dementsprechend könnten die beobachteten Events und die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Bäume in dem entsprechenden Jahr verglichen werden. Eine intuitive Möglichkeit wäre, die Spezifität und die Sensitivität zu berech-

Tabelle 4.2: $\beta_z \cdot IQR(z)$, bzw. $IQR(f(z))$ von Modell 4.11 (IQR : Interquartilsabstand). Bei der dummy-codierten Kovariablen MB ist der entsprechende Regressionskoeffizient dargestellt. Die Abkürzungen werden in Tabelle 4.1 erklärt.

			Bu	Ei	Fi	Ki
Achsenabschnitt			-6.6468	-6.9293	-6.9487	-5.8631
Witterung	$T_{\sum \text{abw}}$	0.1674				
	$T_{\sum \text{VJ}}$		0.1241	0.2438	0.4601	0.1885
Baumdimension	BHD		-0.0335	-0.2987	-0.0448	-0.2883
	BH_{abw}	0.0800				
Mischbestand		-0.0683				
Topex		-0.1203				
strukturierte Fehler	$f(t)\mathbb{1}_{(\text{BA=Nadel})}$	0.2826				
	$f(t)\mathbb{1}_{(\text{BA=Laub})}$	0.2801				
	$f(x,y)\mathbb{1}_{\overline{\text{Jahr=1990} \vee \text{Jahr=2007}}}$	0.7608				
	$f(x,y)\mathbb{1}_{(\text{Jahr=1990})}$	2.4273				
	$f(x,y)\mathbb{1}_{(\text{Jahr=2007})}$	2.0229				
	$f(\text{Jahr})$	0.5801				

nen. Es gibt zwei Argumente, die gegen diese Art der Modellevaluierung sprechen: (1.) Praktisch ist es extrem schwierig, ein Event für eine Baum-Jahr Kombination vorherzusagen. (2.) Es gibt in dieser Studie deutlich mehr Beobachtungen, an denen kein Event beobachtet wurde, als Beobachtungen, an denen ein Event beobachtet wurde. Hieraus entstehen Probleme bei der klassischen Modellevaluierung für logistische Modelle.

Für die Modellanwendung wird keine Vorhersage auf Einzelbaumebene, sondern eine Vorhersage für Cluster benötigt. Zum Beispiel zur Veränderung der Risiken für Bestände in ungeschützten Lagen. Dementsprechend ist es sinnvoll, die Überlebensfunktionen mit den beobachteten Verteilungen zu vergleichen, um die Modellgenauigkeit zu beurteilen.

In der Abbildung 4.2 wird die Verteilung der Events (S(t)=1-F(t)) (gestrichelte Linien) mit der modellierten Ereigniszeit (durchgezogene Linien) verglichen. Für die Modellierung wurden keine strukturierten Fehler verwendet. Als Kovariablen wurden die Mittelwerte der entsprechenden Baumartengruppe verwendet. Das Modell beschreibt die Daten im Mittel gut. Für die Kiefern wird die Mortalität durch das Modell leicht unterschätzt, für die Eichen leicht überschätzt. Das Modell ist also offensichtlich in der Lage, die mittleren Mortalitätsverläufe gut zu beschreiben.

Es wurde auch versucht darzustellen, wie das Modell einzelne Cluster beschreibt. Hier stieß diese Art der Modellevaluierung jedoch an ihre Grenzen. Zum einen war die Anzahl der beobachteten Daten für die Cluster teilweise gering. Weiterhin traten die Beobachtungen teilweise nur in bestimmten Regionen oder in bestimmten Jahren auf, was eine Berücksichtigung des strukturierten Fehlers notwendig macht.

4.4.3 Waldbauliche Szenarien und Berücksichtigung des Klimawandels

Fichtenbestände weisen in der forstlichen Praxis ein hohes Risiko auf. Dies wird auch in dieser Studie bestätigt (vgl. Abbildung 4.2 bis 4.6). Daher sehen Waldumbaupläne in

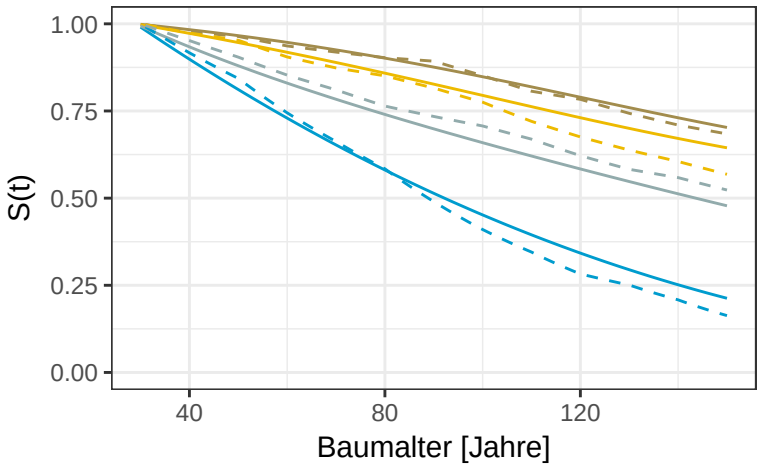

Abbildung 4.2: Gestrichelte Linien: Verteilung der Events, durchgezogene Linien modellierte Verteilungen der Events. Für die Baumartengruppen Fichten (blau), Kiefern (grau), Eichen (gelb), Buchen (braun).

Deutschland vor, Fichtenbestände in strukturreiche, standortgerechte Wälder zu überführen (Kremser und Otto, 1973). Von diesen Umbauplänen werden neben Fichtenbeständen auch andere Waldgesellschaften betroffen sein, die stark von der natürlichen Bestockung abweichen. Bei den waldbaulichen Szenarien in dieser Arbeit wurde unterstellt, dass 60 % der Fichtenbestände in Buchenbestände umgewandelt werden sollen.

Für die durchgezogenen Linien der Überlebensfunktionen in den Abbildungen 4.3, bis 4.6 (jeweils rechts) wurden baumartengruppenspezifische Mittelwerte der Kovariablen, bzw. baumartengruppenspezifische mittlere Dimensionsverläufe unterstellt. Die strukturierten Fehler wurden nicht berücksichtigt.

Nun sollen die Standorte, an denen Fichten in Zukunft angebaut werden, so gewählt werden, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit möglichst klein ist. Durch die Standortwahl kann von den Kovariablen, die in das Modell 4.11 eingehen, die Temperatur und der Topex direkt beeinflusst werden. Die Temperaturabweichung vom langjährigen Mittel ist eher ein Maß für die Witterung. Mittelbar wird auch die Baumhöhe durch die Standortwahl beeinflusst.

In der Abbildung 4.3 (links) ist die Verteilung der Topexwerte und in der Abbildung 4.4 (links) ist die Verteilung der Temperaturwerte von Probeflächen, auf denen überwiegend Fichten (blau) bzw. Buchen (braun) beobachtet wurden, dargestellt (durchgezogene Linien). Die Verteilungen unterscheiden sich kaum in Abhängigkeit von der Baumart. Wenn Fichten ab einem Topexschwellenwert von unter 6.5° bzw. einem Temperaturschwellenwert von einer mittleren Temperatursumme innerhalb der Vegetationsperiode von über 2 200°C durch Buchen ersetzt würden, würden sich die Verteilungen deutlich verschieben (vgl. Abbildung 4.3 und 4.4, jeweils linke Grafik, gestrichelte Linien). Die Schwellenwerte wurden so ausgewählt, dass etwa 60 % der Fichten-Probeflächen betroffen sind. Die Temperaturerhöhung hat, wie zu erwarten, einen größeren Einfluss auf die resultieren-

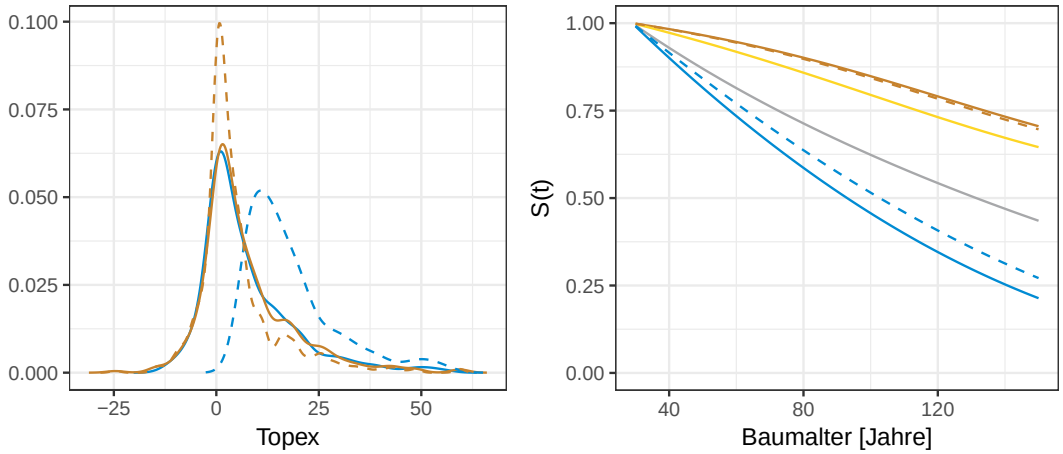

Abbildung 4.3: Links: Verteilung der Topexwerte von Probeflächen, auf denen überwiegend Fichten (blau) bzw. Buchen (braun) beobachtet wurden. Durchgezogene Linien: Aktuelle Verteilungen, gestrichelte Linien: Die Verteilung, wenn auf etwa 60 % der exponierten Fichten-Probeflächen die Fichten durch Buchen ersetzt werden. Rechts Resultierende Überlebensfunktionen für die Baumartengruppen (blau: Fichten, grau: Kiefern, gelb: Eichen, braun: Buchen) in Reinbeständen.

den Überlebensfunktionen (vgl. Abbildung 4.3 und 4.4, jeweils rechte Grafik, vgl. auch Tabelle 4.2). Bei den Buchen ist die Veränderung der Überlebensfunktion kaum sichtbar (vgl. Abbildung 4.3 und 4.4, jeweils rechte Grafik).

Neben der Standortwahl ist eine weitere Möglichkeit eines forstlichen Risikomanagements die Bestandesbehandlung. Von den Kovariablen, die in dem Modell 4.11 berücksichtigt wurden, reagiert vor allem der BHD auf die Bestandesbehandlung. Durch eine stärkere Durchforstung junger Bestände können bei etwa gleicher Baumhöhe höhere Durchmesser erzielt werden. Auf eine Durchmessererhöhung reagieren Eichen und Kiefern deutlich stärker als Buchen und Fichten (vgl. Tabelle 4.2). In der Abbildung 4.5 (links) ist eine mittlere (durchgezogene Linie) und eine alternative (gestrichelte Linie) BHD-Entwicklung der Kiefern dargestellt. In der Abbildung 4.5 (rechts) sind die entsprechenden Überlebensfunktionen gezeigt.

Bei allen Überlebensfunktionen, die bis jetzt modelliert wurden, wurden Reinbestände unterstellt. Die Waldumbaupläne sehen, wie bereits beschrieben, grundsätzlich einen Umbau der Bestände in strukturreiche Mischbestände vor (Kremser und Otto, 1973). In der Abbildung 4.6 wurden Mischbestände unterstellt (gestrichelte Linien). Zusätzlich wurden für die Kiefern die alternativen Dimensionsverläufe (vgl. Abbildung 4.5) und für die Fichten der Waldumbau in warmen Regionen (vgl. Abbildung 4.4) unterstellt. Wie zu erwarten, führt die Berücksichtigung von Mischbeständen nur zu einer leichten Senkung des Risikos (vgl. Tabelle 4.2).

Seit einigen Jahren wird eine anthropogene Veränderung des Klimas beobachtet. Die

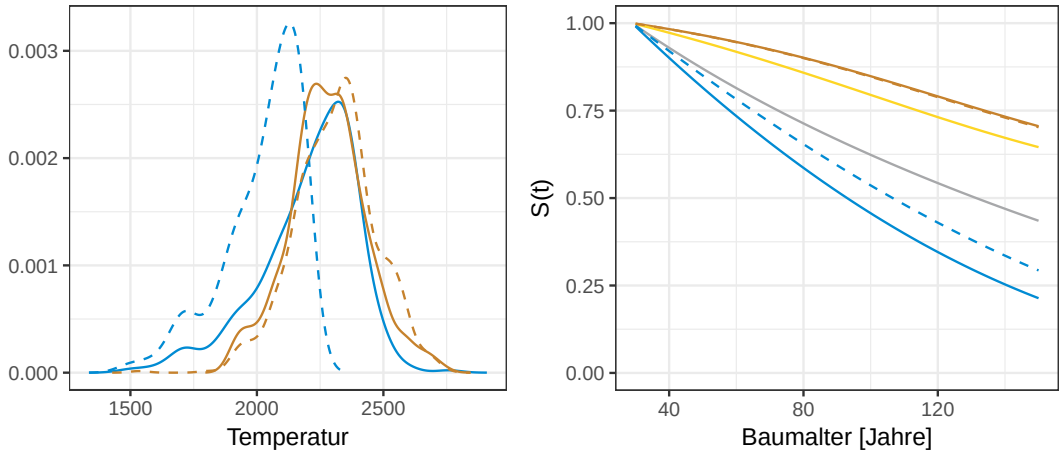

Abbildung 4.4: Links: Verteilung der Temperaturwerte (Temperatursumme in °C innerhalb der Vegetationsperiode) von Probeflächen, auf denen überwiegend Fichten (blau) bzw. Buchen (braun) beobachtet wurden. Durchgezogene Linien: Aktuelle Verteilungen, gestrichelte Linien: Die Verteilung, wenn auf etwa 60 % der warmen Fichten-Probeflächen die Fichten durch Buchen ersetzt werden. Rechts: Resultierende Überlebensfunktionen für die Baumartengruppen (blau: Fichten, grau: Kiefern, gelb: Eichen, braun: Buchen) in Reinbeständen.

Klimaveränderungen weisen eine zeitliche Dynamik auf, die aufgrund der langen forstlichen Produktionszeiträume bei der Waldplanung berücksichtigt werden muss. Von konsistenten forstlichen Standorten kann daher nicht mehr ausgegangen werden. Wie sich der Klimawandel in Deutschland auswirkt, unterscheidet sich deutlich in Abhängigkeit von dem berücksichtigten Klimaszenario (vgl. Abschnitt 1.1). In Abbildung 4.6 wurde eine lineare Temperaturerhöhung von 0.02 K pro Jahr berücksichtigt. Der Einfluss des Klimawandels ist bei den Fichten am deutlichsten. Die Laubbaumarten reagieren deutlich weniger als die Nadelbaumarten. Kiefern und Fichten fallen etwa auf das Niveau ohne die zuvor vorgestellte Anpassung der Standorte bzw. der waldbaulichen Behandlung zurück.

4.4.4 Übertragung der Einzelbaumrisiken auf ein Bestandesrisiko

Wenn man die Ergebnisse dieser Studie mit den Ergebnissen vorheriger Studien vergleicht (Staupendahl und Zucchini, 2011; Nothdurft, 2013; Neuner *et al.*, 2015), so kommt diese Arbeit zu deutlich geringeren Überlebenswahrscheinlichkeiten (vgl. Abbildung 4.2 bis 4.6). Der wichtigste Grund hierfür ist, dass hier die Einzelbaummortalität betrachtet wird.

Jedoch muss berücksichtigt werden, dass in vielen Fällen der Ausfall eines einzelnen Baumes kompensiert werden kann, weil die benachbarten Bäume schneller wachsen. So zeigten Kramer *et al.* (1988) und Kramer und Holodynki (1989) für verschiedene Baumar-

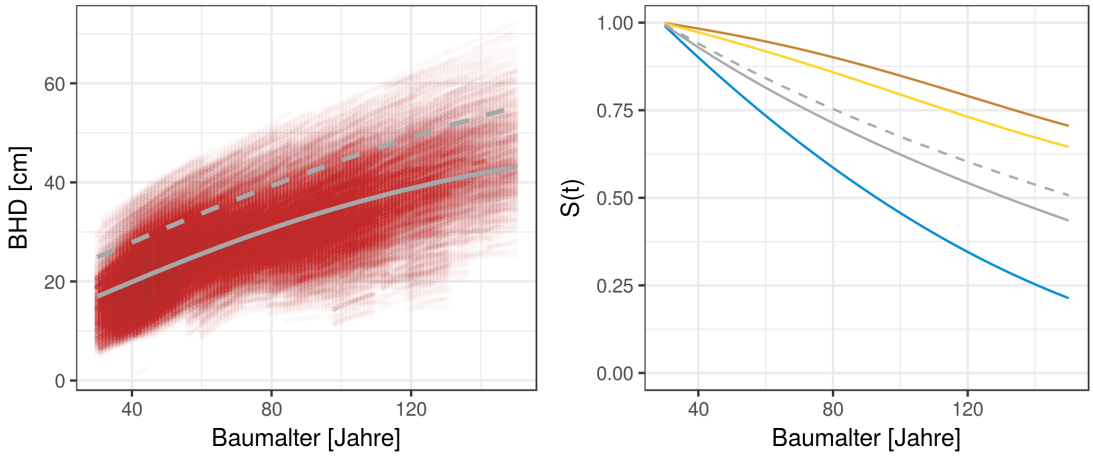

Abbildung 4.5: Links: Mittlere (durchgezogene Linie) und alternative (gestrichelte Linie) BHD-Entwicklung der Kiefern. Rechts: Resultierende Überlebensfunktionen für die Baumartengruppen (blau: Fichten, grau: Kiefern, gelb: Eichen, braun: Buchen) in Reinbeständen.

ten, dass die Anlage von Gassen in jungen Beständen zu keinen Zuwachseinbußen führt. Bei den Versuchen wurden die Bäume auf etwa 20 % der Fläche entnommen. Basierend auf dieser Annahme wurden heuristisch Funktionen festgelegt, die beschreiben, ab welchem Anteil an Grundflächenverlust der Ausfall in einem Fichtenbestand nicht mehr kompensiert werden kann (vgl. Abbildung 4.7, links). Basierend auf dieser Annahme wurde die Ausfallwahrscheinlichkeit für Fichtenbestände geschätzt (vgl. Abbildung 4.7, rechts). Es wurden hierbei mittlere Kovariablen und mittlere Funktionsverläufe unterstellt (vgl. Abbildung 4.3-4.6, rechts, durchgezogene Linien).

Vergleicht man die aus den verschiedenen heuristisch festgelegten Funktionen resultierenden Überlebensfunktionen (vgl. Abbildung 4.7, rechts), so erkennt man, dass die Kurven etwa auf einem Niveau liegen. Vergleicht man die Kurven mit den Ergebnissen von Staupendahl und Zucchini (2011), Nothdurft (2013) und Neuner *et al.* (2015), so liegen die Ergebnisse jetzt auf demselben Niveau.

4.5 Diskussion

In diesem Abschnitt wird das zeitdiskrete Ereigniszeitmodell diskutiert. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf der Modellerstellung und dem Vergleich des zeitdiskreten Ereigniszeitmodells mit zeitkontinuierlichen Ansätzen. Im Kapitel 5 erfolgt eine ökologische und forstwirtschaftliche Einordnung der Ergebnisse.

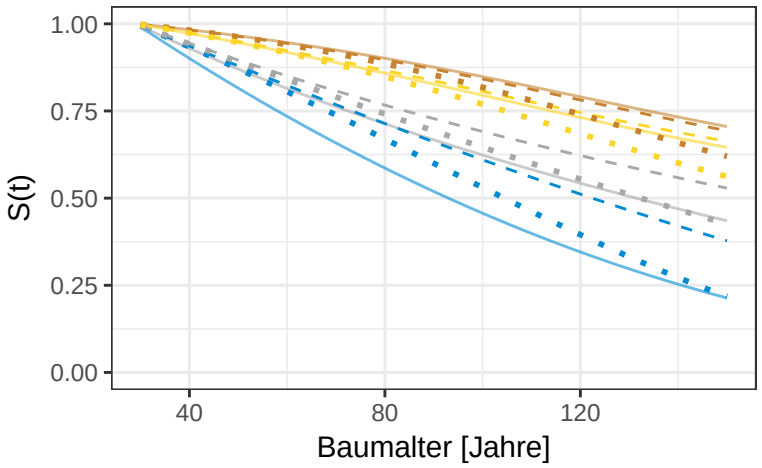

Abbildung 4.6: Überlebensfunktionen für alternative Dimensionsverläufe für Kiefern (vgl. Abbildung 4.5) und wenn die Fichten auf den warmen Probeflächen durch Buchen ersetzt würden (vgl. Abbildung 4.4). Zusätzlich wurden Mischbestände unterstellt (gestrichelte Linien). Gepunktete Linien: zusätzliche Berücksichtigung des Klimawandels (Temperaturerhöhung: 0.02 K/Jahr). Durchgezogene Linien: Status quo. (blau: Fichten, grau: Kiefern, gelb: Eichen, braun: Buchen)

4.5.1 Anmerkungen zum Modell

Die mittleren Wahrscheinlichkeiten, dass Events auftreten können, werden von dem Modell recht gut abgebildet (vgl. Abbildung 4.2). Das Modell schätzt die Wahrscheinlichkeit für die Buchen praktisch unverzerrt, bei den Fichten ist im höheren Alter eine leichte Unterschätzung festzustellen. Bei den Eichen unterschätzt und bei den Kiefern überschätzt das Modell die Wahrscheinlichkeiten etwas. Die Ursache hierfür ist vermutlich, dass die Baumartengruppen räumlich und zeitlich nicht gleichmäßig verteilt sind. Zu diesen Effekten kommt es, wenn die strukturierten Fehler nicht berücksichtigt werden. Es wird also von dem Modell berücksichtigt, dass zum Beispiel manche Baumartengruppen stärker von den großen Winterstürmen betroffen sind.

Es wäre weiterhin interessant zu prüfen, ob das Modell gute Ergebnisse für bestimmte Cluster schätzt. Hier verstärkt sich der zuvor dargestellte Effekt noch einmal; wenn nur Beobachtungen ausgewählt werden, die eine bestimmte Kovariablenausprägung haben, zum Beispiel von geschützten Standorten stammen, sind diese Beobachtungen in der Regel stark räumlich oder zeitlich geclustert. Ohne Berücksichtigung der strukturierten Fehler ist daher kein Vergleich möglich.

Es konnten keine Konfidenzintervalle dargestellt werden. Ihre Berechnung ist in einem generalisierten linearen Modell einfach (Fahrmeir *et al.*, 2013). Jedoch basieren die Modellergebnisse hier auf modellierten Kovariablen (BHD, Baumhöhe, Windrichtung und Temperatur). Weiterhin müsste das zufällige setzen der Events bei intervallzensierten Be-

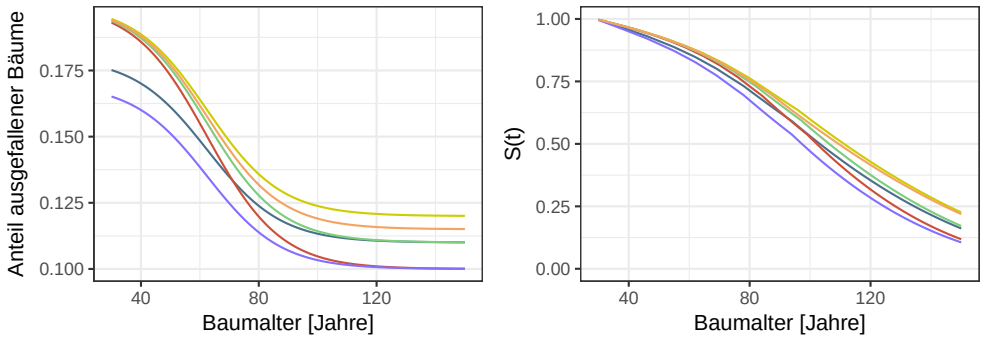

Abbildung 4.7: Links: Anteil an Bestandesgrundfläche, deren Ausfall in einem Fichtenbestand mittelfristig kompensiert werden kann. Es sind sieben verschiedene heuristisch festgelegte Funktionen gegen das Bestandesalter dargestellt (diese werden durch unterschiedliche Farben dargestellt). Rechts: Resultierende Überlebensfunktionen für einen Fichtenbestand, mittlere Bedingungen und mittlere Wachstumsfunktionen.

obachtungen bei der Konstruktion der Konfidenzintervalle berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit die Konfidenzintervalle zu konstruieren wäre ein Bootstrap-Verfahren (Held, 2008). Ein 95 %-Konfidenzintervall sollte hierbei auf etwa 1 000 Iterationen basieren (Held, 2008). Das ist sehr rechenaufwendig. Da alleine die Schätzung dieses Risikomodells etwa 18 Stunden dauert, ist eine solche Konstruktion der Konfidenzintervalle aktuell praktisch unmöglich.

Grundsätzlich könnte zwischen Events, die eine biotische und eine abiotische Ursache haben, unterschieden werden. Es existieren Ansätze, bei denen sich gegenseitig ausschließende Eventursachen (competing risks) berücksichtigt werden können (Beyersmann *et al.*, 2011). Diese Modelle könnten verwendet werden, um abiotische und biotische Events zu modellieren. Dies wurde in dieser Arbeit jedoch nicht gemacht, weil das Schätzen der Parameter dieser Modelle deutlich rechenaufwendiger ist. Die Modellanpassung würde bei dem umfangreichen Datensatz, der dieser Arbeit zugrundeliegt, viel Zeit in Anspruch nehmen. Weiterhin ist die Zuordnung, ob ein Event eine biotische oder eine abiotische Ursache hat, teilweise zweifelhaft. Es wurde weiterhin dargestellt, dass biotische Events häufig an gestressten Bäumen auftreten, auch dies kann modellhaft abgebildet werden (Illness-Death Model) (Beyersmann *et al.*, 2011). Als Stressindikator kann die Kronenverlichtung verwendet werden, die auch im Rahmen der WZE dokumentiert worden ist. Jedoch sind auch diese Modelle deutlich rechenaufwendiger und numerisch instabiler.

Mögliche Folgen einer informativen Zensierung

Teilweise können Wälder nach Sturmereignissen aus Sicherheitsgründen nicht begangen werden. Zum Beispiel wurden in Hessen im Sommer 1990 nur 114 Probeflächen untersucht. Das ist die geringste Anzahl Probeflächen, die in Hessen in einem Jahr untersucht wurde (vgl. Tabelle 2.2). Im Winter 1989/90 haben nämlich die Stürme „Vivian“ und

„Wiebke“ schwere Schäden in Hessen verursacht. Wenn Probeflächen tatsächlich nicht aufgenommen wurden, weil diese wegen des vielen Schadholzes in der Umgebung nicht begehbar waren, würde es sich hierbei um eine informative Zensierung handeln. Eine solche müsste eigentlich bei der Modellierung berücksichtigt werden (Klein und Moeschberger, 2005). Es liegen jedoch keine Informationen darüber vor, weshalb Probeflächen nicht untersucht worden sind. In den allermeisten Fällen sind die Kosten der Inventur der Grund. Wenn tatsächlich teilweise informative Zensierungen vorliegen würden, würden hierduch die Wahrscheinlichkeiten, dass Events auftreten, unterschätzt werden.

Vorteile der zeitdiskreten Modellierung gegenüber dem Cox-Modell

Genau genommen sind die Zielvariablen, die mit dem Cox-Modell ausgewertet werden, in den meisten Studien auch zeitdiskret. Wenn zum Beispiel die Zeit bis ein Tumor ausbricht in Tagen dokumentiert wird (Klein und Moeschberger, 2005), ist das zeitdiskret. Die Anzahl der Intervalle ist in dieser Studie sogar etwas höher. Es liegen Beobachtungen für die Altersklassen 30-150 Jahre, bzw. 30-200 Jahre in jährlicher Auflösung vor. In den medizinischen Studien, die mit dem Cox-Modell ausgewertet werden, tritt das Event häufig in den ersten 100 Tagen ein. Daher könnten die Daten, die dieser Arbeit zugrunde liegen zunächst, aus dieser Perspektive, ebenfalls durch ein zeitkontinuierliches Cox-Modell ausgewertet werden.

Bei einer stetig verteilten Zufallsvariable ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Bindung (Bäume, die im selben Alter sterben) auftritt, Null. Somit widersprechen Bindungen der Grundannahme eines Cox-Modells, dass eine stetige Zielvariable vorliegt. Insbesondere durch den großen Stichprobenumfang in dieser Studie ist die Anzahl der Bindungen sehr hoch. So gibt es in dem Datensatz keine Beobachtung, die keine Bindung aufweist.

Ein weiterer Vorteil der zeitdiskreten Ereigniszeitmodellierung ist, dass die Berechnung der Likelihood einfacher ist. Insbesondere für die Berechnung der exakten Likelihood eines Cox-Modells mit Bindungen muss eine große Anzahl möglicher Permutationen berücksichtigt werden (Cox, 1972).

Ein weiteres Argument für das zeitdiskrete Modell ist, dass man die Baseline-Hazardrate einfach direkt mitgeschätzt bekommt, was beim Cox-Modell nicht so ohne weiteres der Fall wäre. Die Baseline-Hazardrate kann bei Likelihood basierter Inferenz in einem weiteren Schritt aus den Daten geschätzt werden. Bei bayesianischen Inferenzmethoden kann die Baseline-Hazardrate teilweise auch direkt geschätzt werden, allerdings sind die MCMC-Verfahren bei den vielen Beobachtungen in unserer Studie extrem rechenintensiv (z. B. Belitz *et al.*, 2013).

4.5.2 Einfluss des forstlichen Vorwissens auf die Ergebnisse

Die Modellierung erfolgte in dieser Studie aufgrund eines klaren qualitativen Vorwissens, wie sich die Kovariablen auf das Risiko auswirken. Wenn die Modellvorhersagen nicht mit dem Vorwissen übereinstimmten, wurden andere Kovariablen ausgewählt. Dieses Vorgehen ist subjektiv. In anderen statistischen Studien, wie zum Beispiel klinischen Studien, würde ein solches Vorgehen nicht akzeptiert werden (Friedman *et al.*, 2015).

Ein Grund für das Vorgehen ist, dass die Daten die verwendet worden sind, nicht vorrangig für diese Studie aufgenommen worden sind. Viele Kovariablen, die einen wichtigen Einfluss auf die natürliche Mortalität von Bäumen haben, sind daher nicht dokumentiert worden. Um den systematischen Fehler (Omitted-Variable Bias), der hieraus entstehen kann, zu berücksichtigen, müssen die strukturierten Fehler modelliert werden. Hieraus entstehen viele Spielräume für subjektive Beeinflussung der Modellergebnisse.

Weiterhin liegt dieser Studie sehr umfangreiches Datenmaterial zugrunde. In den zuvor angesprochenen klinischen Studien ist ein typisches Vorgehen, dass der Datenumfang basierend auf den Hypothesen und von Vorwissen berechnet wird (Friedman *et al.*, 2015). In der Regel sind die daraus resultierenden Stichprobenumfänge deutlich geringer als in dieser Studie. Solche Modelle können dann mit statistischen Maßen, wie AIC oder BIC besser verglichen werden. AIC und BIC setzen sich aus der Log-Likelihood und einem Strafterm, in dem die Anzahl der Parameter eingehen, zusammen. Durch die vielen Beobachtungen in dieser Studie hat der Log-Likelihood gegenüber dem Strafterm ein großes Gewicht, daher kommen AIC und BIC oft zu der Schlussfolgerung, das Modell flexibler zu machen, flexibler als offensichtlich sinnvoll ist. Daher muss auch hier subjektiv entschieden werden, wie viel Flexibilität notwendig ist.

Ein wichtiges Ziel dieser Arbeit ist, die Veränderung der Wälder durch den Klimawandel abzubilden. Die Datengrundlage dieser Studie stammt aus einer Zeit als der Klimawandel in der gesellschaftlichen Debatte praktisch keine Rolle gespielt hat. Entsprechend ist die Datengrundlage für bestimmte Fragestellungen nicht optimal, zum Beispiel sind für die Fragestellung dieser Arbeit wichtige Kovariablen nicht dokumentiert worden.

Eine Besonderheit dieser Studie ist, dass die allermeisten Events durch besonders schwere Vorfälle, wie etwa Sturmereignisse, oder Trockenheit induziert werden. Daher ist es wichtig, Daten über einen längeren Zeitraum zu verwenden, damit diese Vorfälle für einen bestimmten Standort repräsentativ auftreten.

4.5.3 Modelleffekte

Die Kovariablen wurden linear in dem Modell berücksichtigt. Es wurde geprüft, ob Kovariablen nichtlinear abgebildet werden können. Die Effekte waren instabil und teilweise biologisch unplausibel. Idealerweise würde man für viele Kovariablen, wie zum Beispiel der Temperatur, einen konvexen Funktionsverlauf erwarten; im ökologischen Optimum ist die Mortalität gering, wenn sich der Standort von diesem Optimum entfernt, steigt die Mortalität. Das ökologische Optimum hängt jedoch von einer Vielzahl Parameter ab, die nicht in dem Modell abgebildet werden konnten. Zum Beispiel ist das ökologische Temperaturoptimum stark von der Wasserversorgung abhängig. Diese kann jedoch von dem Modell nicht abgebildet werden, da weder der Niederschlag noch die nutzbare Feldkapazität in dem Modell berücksichtigt werden.

Es ist deutlich schwieriger, den Effekt von Kovariablen auf eine Bernulli-verteilte als auf eine kontinuierlich verteilte Zielvariable, wie zum Beispiel die Baumhöhe, zu modellieren. Daher war es in dieser Arbeit schwierig, die Effekte von Kovariablen differenzierter abzubilden.

Es gelang nicht, Kovariablen in dem Modell abzubilden, die apriori einen wichtigen

Einfluss auf die natürliche Mortalität von Bäumen haben. Ein Beispiel hierfür ist der Niederschlag. Der wichtigste Grund, dass solche Kovariablen nicht abgebildet werden konnten, ist der Omitted-Variable Bias. Insbesondere für die Modellierung des Einflusses des Niederschlags wäre es wichtig, weitere Kovariablen, wie zum Beispiel ob eine Wasserversorgung über das Grundwasser erfolgt, oder die nutzbare Feldkapazität zu berücksichtigen. Diese Fehler treten offensichtlich trotz der berücksichtigten strukturierten Fehler auf. Sie werden dadurch verstärkt, dass Baumarten in niederschlagsarmen Gebieten fast ausschließlich an Standorten vorkommen, an denen die nicht beobachteteten Kovariablen eine wichtige Rolle spielen.

Die Effekte von Modell 4.11 sind vom Vorzeichen her biologisch plausibel. Jedoch ist die Effektstärke teilweise unerwartet (vgl. Tabelle 4.2). So ist das Risiko auf Mischbestandsprobeflächen in dieser Studie kaum niedriger als auf Reinbestandsprobeflächen. Das steht im Widerspruch zu der Arbeit von Neuner *et al.* (2015), wo Reinbestände im Vergleich zu Mischbeständen ein deutlich höheres Risiko aufwiesen. In der Arbeit von Neuner *et al.* (2015) wurden nur Fichten untersucht, während in dieser Arbeit der entsprechende Koeffizient nicht baumartengruppenspezifisch modelliert wurde. Weiterhin wurde die Kovariable auf Grundlage der Baumartengruppen, die sich auf einer Probefläche befinden, generiert. Es ist jedoch vorstellbar, dass Baumartengruppen in einem Mischbestand geclustert vorkommen (Röhrig *et al.*, 2006; Pretzsch, 2009) und die Mischbestände daher nicht als solche erkannt werden. Jedoch wird durch das Stichprobendesign der WZE eine vergleichsweise große Fläche des Bestandes abgebildet (vgl. Abbildung 2.2). Eine weitere Erklärung für den schwachen Effekt von der Kovariable in dem Modell ist, dass Mischbestände häufiger im Mittelgebirge als im Tiefland vorkommen. Die Mittelgebirgsregionen sind in dieser Studie überproportional von starken Stürmen betroffen gewesen. Theoretisch soll das durch den räumlich strukturierten Fehler abgebildet werden, jedoch wird dennoch der Mischbestandsmodelleffekt hierdurch beeinflusst.

In den Modellen von Schmidt *et al.* (2010) und Overbeck und Schmidt (2012) konnten Effekte von Kovariablen deutlich differenzierter abgebildet werden. Zum Beispiel haben Schmidt *et al.* (2010) den Topex ähnlich wie in dieser Studie modifiziert, es konnten jedoch mehr Richtungen sinnvoll abgebildet werden. Schmidt *et al.* (2010) und Overbeck und Schmidt (2012) haben Daten für die Modellierung ausgewählt von dem Schadereignis betroffen waren. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass viel unerklärbare Variabilität nicht berücksichtigt werden muss. Der Nachteil des Vorgehens der Arbeiten von Schmidt *et al.* (2010) und Overbeck und Schmidt (2012) ist, dass die Schätzungen verzerrt sind, da die Auswahl des Gebietes subjektiv ist.

Der BHD hat auf Fichten praktisch keinen Einfluss (vgl. Tabelle 4.2). Dies erscheint zunächst verwunderlich, da Fichtenbestände im Vergleich zu anderen Baumartengruppen sturmgefährdet sind (Schmidt *et al.*, 2010). Eine Erklärung könnte sein, dass durch hohe Wildbestände in manchen Regionen im Untersuchungsgebiet (zum Beispiel dem Harz) an Fichten häufig Schälschäden auftreten. Diese können zu Rotfäule führen, was wiederum zu einer deutlichen Erhöhung der BHDs führen kann. Rotfaule Bäume sind besonders sturmgefährdet.

Der Effekt der Baumhöhe ist klein. Eine zunehmende Baumhöhe führt zu einem höheren Risiko. Das ist zunächst plausibel, da höhere Bäume einen größeren Hebel aufweisen

und damit das Sturmrisiko steigt (Schmidt *et al.*, 2010). Jedoch spiegelt die Baumhöhe auch die Wuchseigenschaften eines Standortes wider (z.B. Nothdurft, 2007). Ein vergleichsweise hoher Baum wächst an einem Standort, der dem ökologischen Optimum näher ist, das könnte risikomindernd wirken. Besonders sturmgefärdet sind hohe Bäume mit niedrigen BHD. In dieser Arbeit wurde die Baumhöhe in Abhängigkeit vom BHD modelliert (vgl. Abschnitt 3.2). Durch dieses Modell können besonders dünne hohe Bäume an einer Probefläche nicht beschrieben werden. Auch dies kann zu dem geringen Effekt der Baumhöhe beitragen.

5 Schlussfolgerung

In dem Ereigniszeitmodell, das in dieser Arbeit erstellt wurde, können zeitveränderliche Kovariablen abgebildet werden. Somit ist es grundsätzlich möglich, Wachstumsprozesse sowie eine Veränderung der Standorte durch den Klimawandel realistisch abzubilden. Durch die strukturierten Fehler können die räumliche und zeitliche Autokorrelation, die durch nicht beobachtete Kovariablen auftreten, berücksichtigt werden. Somit ist eine unverzerrte Modellierung der beobachteten Kovariablen möglich. Die im Abschnitt 1.6 formulierten Ziele wurden somit erreicht.

Wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, ist es schwierig, den Einfluss von Klimavariablen auf ökologische Größen abzubilden. Insbesondere weil y (Gleichung 4.8) diskret verteilt ist. Da es nicht gelungen ist, den Niederschlag in dem Modell sinnvoll abzubilden, ist das Ziel ein klimasensitives Modell, welches mögliche Folgen des Klimawandels realistisch abbilden kann, nur bedingt gelungen.

5.1 Einfluss der modellierten Kovariablen auf das Ereigniszeitmodell

In dieser Arbeit wurden zunächst komplexe Modelle entwickelt, um wichtige Kovariablen für das Ereigniszeitmodell zu schätzen (vgl. Abschnitt 3). Für die Erstellung eines einzelbaumbasierten Ereigniszeitmodells ist es notwendig, Wachstumsfunktionen für einzelne Bäume zu beschreiben. Daher ist die komplexe Modellierung der Baumdimension (vgl. Abschnitt 3.2) notwendig. Durch die statistische Inferenz mit bayesianischen Ansätzen konnten stabile Modelle erzielt werden. Vielleicht können mit diesen Methoden in Zukunft auch in anderen Fachbereichen, zum Beispiel in der Waldwachstumsmodellierung, stabilere Modelle erzielt werden. Die Komplexität der Modelle begründet sich auch darin, dass nichtlineare Funktionen für die Modellierung der Baumdimension verwendet worden sind. Ob die nichtlineare Modellierung der Baumdimension schließlich zu besseren Ergebnissen bei dem Ereigniszeitmodell geführt hat, wurde nicht geprüft.

Im Abschnitt 3.1 wurde die Windrichtung modelliert, um in dem Ereigniszeitmodell einen in Abhängigkeit von der Windrichtung modifizierten Topex berücksichtigen zu können. Das Ereigniszeitmodell wurde zunächst mit den auf Grundlage der von Mises Verteilung modellierten Windrichtungen erstellt. Dann wurde anstelle der aufwendig modellierten Windrichtung die mittlere Windrichtung berücksichtigt. Die Ergebnisse unterscheiden sich nur unwesentlich voneinander. Somit ist Abschnitt 3.1 zunächst als methodischer Erkenntnisgewinn zu betrachten. Überwiegend wurden abiotische Events beobachtet. Ein Großteil dieser Events sind Sturmschäden. In einer weiterführenden Studie ist es daher denkbar, den Wind komplexer zu berücksichtigen. Es könnte die Auftretenswahrschein-

lichkeit von Stürmen sowie die Windgeschwindigkeit der Stürme modelliert werden. In einem solchen Modell könnte die im Abschnitt 3.1 modellierte Windrichtung zu besseren Ergebnissen führen.

An dieser Stelle soll der methodische Erkenntnisgewinn von Abschnitt 3 gewürdigt werden. Ein strukturiertes additives Regressionsmodell für eine zirkulär verteilte Zielvariable ist noch nicht veröffentlicht worden. Auch der vorgestellte bayesianische Ansatz, um stabile Schätzungen für nichtlineare hierarchische gemischte Modelle zu erhalten, ist innovativ.

5.2 Weiterentwicklung einzelbaumbasierter Waldwachstumssimulatoren

Für die forstliche Planung werden unter anderem Waldwachstumssimulatoren eingesetzt. In Deutschland werden vor allem BWINPro (Nagel, 1999) und SILVA (Pretzsch *et al.*, 2002) verwendet. In den Simulatoren wird eine konkurrenzgesteuerte Mortalität von Bäumen berücksichtigt. Eine realistischere Abbildung von Mortalitätsprozessen, insbesondere von solchen, die durch den Klimawandel beeinflusst werden, stellt eine wichtige Grundlage für eine an den Klimawandel angepasste Forstwirtschaft dar. Die in dieser Arbeit entwickelten Modelle können sehr gut mit den beiden einzelbaumbasierten Waldwachstumssimulatoren (Nagel, 1999; Pretzsch *et al.*, 2002) kombiniert werden. Somit stellt die Arbeit eine wichtige Grundlage für eine an den Klimawandel angepasste Forstwirtschaft dar.

In den Waldwachstumssimulatoren wird die inter- und intraspezifische Konkurrenz in Beständen abgebildet. Hiervon können die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle profitieren. Das soll an einem Beispiel erläutert werden: Die Buche wird an einigen Standorten in Zukunft an ihre physiologischen Grenzen stoßen. An diesen Standorten wird die Eiche weniger von der Buche zurückgedrängt, hiervon könnte die Eiche profitieren. Dieser Prozess wird nicht von dem Ereigniszeitmodell in dieser Arbeit abgebildet. Ohne Betrachtung der Konkurrenz verschlechtern sich die Bedingungen für die Eiche durch den Klimawandel. Wenn die interspezifische Konkurrenz berücksichtigt wird, könnten die positiven Effekte für Eichen durch das Modell abgebildet werden. Durch eine Kopplung der Ereigniszeitmodelle mit den Waldwachstumssimulatoren wäre es vielleicht möglich, dies abzubilden.

5.3 Übertragbarkeit der Ergebnisse

Die Extrapolation des Modells ist schwierig. Daher wurde in dieser Arbeit ein relativ großes Untersuchungsgebiet verwendet. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Standorte innerhalb des Untersuchungsgebietes verändern. Zum Beispiel könnte ein kühlerer Standort durch die Temperatursteigerung in Zukunft einem wärmeren Standort ähneln. So könnten die Effekte des Klimawandels für einen Großteil des Untersuchungsgebietes auch ohne Extrapolation der Modelle abgebildet werden.

Ein Problem dieses Ansatzes ist, dass sich die Baumarten zwischen den Standorten unterscheiden. Das ist ein wichtiger Grund, weshalb der Niederschlag nicht sinnvoll abgebildet werden konnte. In den Gebieten mit geringen Niederschlägen, wie zum Beispiel großen Teilen Brandenburgs und dem Ostharz, ist eine andere Baumartenzusammensetzung als in den Gebieten mit mittleren und hohen Niederschlägen vorzufinden. Zum Beispiel kommen in den Gebieten mit geringen Niederschlägen Fichten und Buchen nur selten vor. Weiterhin sind die Baumarten in dem Gebiet nicht zufällig verteilt. Wenn seltene Baumarten in einem bestimmten Gebiet vorkommen, spielen häufig Kovariablen eine wichtige Rolle, die in dieser Studie nicht erfasst wurden, wie zum Beispiel der Grundwasseranschluss oder die nutzbare Feldkapazität. So stehen die Fichten und Buchen in den niederschlagsarmen Gebieten systematisch an Standorten, die relativ gut wasserversorgt sind. Zum Beispiel an Standorten, an denen die nutzbare Feldkapazität hoch ist oder eine Wasserversorgung durch das Grundwasser zumindest zeitweise gegeben ist.

Ein zusätzliches Problem ist das Stichprobendesign der WZE. Wenn es tatsächlich vorkommt, dass eine Baumart an einem Grenzstandort vorkommt, was zum Beispiel durch waldbauliche Fehler zu erklären sein könnte, muss dieser Bestand zunächst durch das systematische Stichprobenraster der WZE erfasst werden. Das systematische Stichprobenraster hat den Vorteil, dass generelle Aussagen über die Wälder im Untersuchungsgebiet getroffen werden können. Der Nachteil ist, dass interessante Bestände häufig nicht durch die Inventur erfasst werden. Selbst wenn eine WZE-Probefläche zufällig in den interessanten Bestand fällt, ist die Wahrscheinlichkeit groß, dass andere Baumarten, für die der Standort bessere Bedingungen bietet, eine höhere soziale Stellung haben. Die Baumart, für die der Standort einen Grenzstandort darstellt, würde dann nicht durch die WZE erfasst werden.

Da Bäume extrem langlebig sind und über Generationen an Standorte gebunden sind, haben Bäume, im Vergleich zu anderen Lebewesen, eine sehr hohe genetische Variabilität. Diese genetische Variabilität ermöglicht es Bäumen, sich an sich ändernde Standorte über mehrere Generationen anzupassen (z.B. Austerlitz und Garnier-Géré, 2003). Die Veränderung der Standorte durch den Klimawandel wird jedoch vergleichsweise schnell, innerhalb der Lebensspanne eines Baumes, ablaufen. In dieser kurzen Spanne ist mit einer Anpassung der Bäume nicht zu rechnen. Diese Anpassungsfähigkeit spricht somit gegen das Übertragen der Standorte.

Die WZE-Daten stellen eine wichtige Grundlage dieser Arbeit dar. Dieser sehr umfangreiche Datensatz und vor allem die hohe zeitliche Auflösung sind zu würdigen. Trotz des langen Zeitraumes und des großen Untersuchungsgebietes ist eine Allgemeingültigkeit der Ergebnisse nicht gegeben. Ein Beispiel hierfür ist die Verteilung der Stürme. Die drei großen Winterstürme treten räumlich geclustert im südlichen Teil des Untersuchungsgebietes auf. Es ist davon auszugehen, dass diese Clusterung zufällig ist. Wenn zum Beispiel Daten ab 1960 vorliegen würden, wäre der nördliche Teil des Untersuchungsgebietes deutlich stärker von schweren Stürmen betroffen. Dieses zufällige Auftreten der Stürme wurde versucht durch die Berücksichtigung der strukturierten Fehler zu modellieren. Trotzdem werden Kovariablen, die systematisch im südlichen Teil des Untersuchungsgebietes eine andere Ausprägung haben, verzerrt abgebildet. Ein Beispiel hierfür ist die Variable, die anzeigt ob es sich um einen Mischbestand handelt. Da Mischbestände im südlichen Teil

des Untersuchungsgebietes häufiger vorkommen, ist der Effekt dieser Kovariable tendenziell zu klein.

5.4 Klassifizierung forstlicher Standorte durch die Überlebenswahrscheinlichkeit

Ziel der klassischen Forstwirtschaft ist es, die Holzproduktion unter Berücksichtigung der entstehenden Kosten zu maximieren. Andere Faktoren wie der Naturschutz oder die Stabilität der Bestände sind eher als Restriktionen zu betrachten. Hierbei ist zu betonen, dass es Standorte gibt, für die andere Zielgrößen als die Holzproduktion entscheidend sind. Ein geeignetes Maß, Standorte, bei denen die Holzproduktion im Vordergrund steht, einzuordnen, ist der Siteindex, die Baumhöhe in einem bestimmten Baumalter (z. B. Nothdurft, 2007). Grundsätzlich kann man davon ausgehen, dass ein Baum, der an einem Standort gute Wuchsbedingungen vorfindet ein geringes Mortalitätsrisiko aufweist.

Aktuell wird bereits beobachtet, dass in manchen Regionen Wälder an ihre ökologischen Grenzen kommen. In Zukunft wird dies noch verstärkt durch den Klimawandel auftreten. Auf diesen Standorten spielt die Holzproduktion eine untergeordnete Rolle. Ziel ist es, hier den Wald langfristig zu erhalten, um das Ökosystem vor den Folgen der Entwaldung zu schützen. Eine Folge von Entwaldung kann zum Beispiel Erosion sein. Der oben beschriebene Siteindex ist für solche Standorte weniger geeignet. Ein Maß, das durch die Mortalität bestimmt wird, ist besser geeignet, solche Standorte zu klassifizieren. Diese Arbeit stellt eine wichtige Grundlage für ein solches Maß dar. Somit ist diese Arbeit auch eine wichtige Grundlage für die forstliche Planung der Zukunft.

Für alle anderen Standorte ist die Klassifizierung durch den klassischen Siteindex einfacher, da die Modellierung einer kontinuierlichen Zielvariable, wie bereits beschrieben, einfacher ist. Weiterhin ist die Baumhöhe nicht von der Bestandesbehandlung abhängig. Möglicherweise kann ein Maß, das durch die Mortalität bestimmt wird, den klassischen Sideindex ergänzen.

5.5 Waldbauliche Konsequenzen

Eine Schlussfolgerung, die aus dem Klimawandel gezogen werden könnte, könnte sein, dass Standorte nicht mehr gemäß der heutigen ökologischen und ökonomischen Gegebenheiten bestockt werden, sondern auf Grundlage zukünftiger Klimaszenarien. Allerdings weisen die Klimaszenarien eine hohe Unsicherheit auf (Collins *et al.*, 2013). Insbesondere die Vorhersagen für Regionen sind sehr unsicher (Christensen *et al.*, 2007). Weiterhin fehlen auch die Daten, wie zum Beispiel Bodeninformationen, um detailreichere Modelle in die Fläche übertragen zu können.

Daher sollten die Flächen gemäß der heutigen Standorte beplant werden. Allerdings muss die Veränderung beachtet werden. Zunächst sollten die Bestände eine hohe Stabilität aufweisen. Weiterhin sollten die Bestände möglichst divers hinsichtlich der Bestandesstruktur und der Baumartenzusammensetzung sein. Solche Bestände können sich, bis zu einem gewissen Maß, an Veränderungen durch den Klimawandel anpassen.

Waldbauliche Szenarien und die Effekte des Klimawandels können abgebildet werden (vgl. Abbildung 4.6). Allerdings gibt es diesbezüglich Einschränkungen, da wichtige Kovariablen in dem Modell nicht enthalten sind. Daher ist das Modell unterstützend, jedoch keinesfalls als einzige Entscheidungsgrundlage zu verwenden. Insbesondere die Effekte des Klimawandels abzubilden ist extrem schwierig.

5.6 Ausblick

Es wurde in diesem Kapitel bereits die Schwierigkeit dargestellt, Mortalitätsprozesse von Bäumen klimasensitiv zu modellieren ohne die Bodeneigenschaften zu berücksichtigen. Es wäre sehr hilfreich, wenn Informationen wie die nutzbare Feldkapazität, oder ob eine Wasserversorgung durch das Grundwasser gegeben ist, zur Verfügung stehen würden. Weiterhin wurden Stürme in dieser Arbeit als Störgröße modelliert. Es wäre möglich, Windfelder und die Auftretenswahrscheinlichkeit starker Stürme in den Modellen zu berücksichtigen.

Eine realistische Abbildung der Mortalität ist ohne die Berücksichtigung von pflanzenphysiologischen Prozessen schwierig (zum Beispiel Photosynthese). Solche pflanzenphysiologischen Prozesse können zum Beispiel in Struktur und Funktionsmodellen abgebildet werden (z. B. Kniemeyer, 2008). Eine Parametrisierung dieser Modelle wäre jedoch basierend auf den Informationen, die auf Grundlage der WZE generiert werden können, nicht möglich. Vielleicht bieten terrestische Laserscanner in Zukunft die Möglichkeit, solche Modelle im größeren Maßstab einzusetzen (z. B. Watt und Donoghue, 2005).

Ob es sich bei dem Bestand um einen Misch- oder Reinbestand handelt, hat einen geringen Einfluss in dem Modell, dass in dieser Arbeit erstellt wurde. Dies steht im Widerspruch zu der Studie von Neuner *et al.* (2015). In dieser Studie wurden Ereigniszeitmodelle auf Bestandesebene gerechnet. Möglicherweise unterscheidet sich die Überlebenszeit von Einzelbäumen in Misch- und Reinbeständen tatsächlich nicht so stark. Die höhere Stabilität von Mischbeständen könnte auch daher kommen, dass in strukturreichen Wäldern die Ausfälle von Einzelbäumen besser kompensiert werden können (vgl. Abbilung 4.7). Eine Beantwortung dieser Fargestellungen wäre aus ökologischer Sicht und für die forstliche Praxis sehr interessant.

Aus ökonomischer Sicht ist es sinnvoll, schnell wachsende Bäume früher zu ernten als langsam wachsende Bäume. Der Grund hierfür sind die Opportunitätskosten des eingesetzten Kapitals. In der forstlichen Praxis werden die Bäume daher häufig geerntet, wenn diese einen bestimmten BHD (Zieldurchmesser) erreicht haben. Entsprechend ist die Wahrscheinlichkeit, diesen BHD lebend zu erreichen von Interesse. Grundsätzlich können die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle auch so konstruiert werden, dass die Überlebenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom BHD (S(BHD)) modelliert werden kann. Ein solches Modell hätte weiterhin den Vorteil, dass das Baumalter für die Modellierung nicht bekannt sein muss. Insbesondere in Naturwäldern ist das Baumalter häufig nicht bekannt (Hülsmann *et al.*, 2016). In strukturreichen Mischwäldern kommt es häufig vor, dass Schattenbaumarten lange im Unterstand stehen. Wenn die obere Bestandesschicht geerntet wurde, bilden diese, zuvor im Unterstand stehenden Bäume,

die erste Bestandesschicht. Die Kombination aus Baumalter und Baumdimension dieser Bäume ist entsprechend ungewöhnlich. Auch für solche Bäume wäre eine dimensionsabhängige Ereigniszeitmodellierung sinnvoll. Da diese strukturreichen Bestände ein Ziel der Waldumbaupläne darstellen (Kremser und Otto, 1973), werden solche Bäume in Zukunft häufiger auftreten. Der Hauptgrund, weshalb diese dimensonsabhängige Modellierung in dieser Arbeit nicht umgesetzt wurde ist, dass der BHD nicht bei jeder WZE-Aufnahme gemessen wurde. Daher sollte die Messung des BHDs in Zukunft bei jeder WZE-Aufnahme erfolgen.

Literaturverzeichnis

Aalen, O.; Borgan, O. und Gjessing, H. (2008). *Survival and event history analysis: a process point of view*. Springer Science & Business Media.

Agostinelli, C. und Lund, U. (2013). *R package* `circular`*: Circular Statistics (version 0.4-7)*.

Albert, M. und Schmidt, M. (2010). Climate-sensitive modelling of site productivity relationships for Norway spruce (Picea abies (L.)Karst) and common beech (Fagus sylvatica L.). *Forest Ecology and Management*, **259**(4), 739–749.

Allen, C. D.; Macalady, A. K.; Chenchouni, H.; Bachelet, D.; McDowell, N.; Vennetier, M.; Kitzberger, T.; Rigling, A.; Breshears, D. D.; Hogg, E. H. T.; Gonzalez, P.; Fensham, R.; Zhang, Z.; Castro, J.; Demidova, N.; Lim, J.-H.; Allard, G.; Running, S. W.; Semerci, A. und Cobb, N. (2010). A global overview of drought and heat-induced tree mortality reveals emerging climate change risks for forests. *Forest Ecology and Management*, **259**(4), 660–684.

Araújo, M. B. und Williams, P. H. (2000). Selecting areas for species persistence using occurrence data. *Biological Conservation*, **96**, 331–345.

Austerlitz, F. und Garnier-Géré, P. H. (2003). Modelling the impact of colonisation on genetic diversity and differentiation of forest trees: interaction of life cycle, pollen flow and seed long-distance dispersal. *Heredity*, **90**(4), 282–290.

Baier, P.; Pennerstorfer, J. und Schopf, A. (2007). PHENIPS—A comprehensive phenology model of *Ips typographus (L.)* (Col., Scolytinae) as a tool for hazard rating of bark beetle infestation. *Forest Ecology and Management*, **249**(3), 171–186.

Ballester, J.; Rodó, X. und Giorgi, F. (2010). Future changes in Central Europe heat waves expected to mostly follow summer mean warming. *Climate Dynamics*, **35**(7-8), 1191–1205.

Belitz, C.; Brezger, A.; Kneib, T.; Lang, S. und Umlauf, N. (2013). *BayesX: Software for Bayesian Inference in Structured Additive Regression Models*. Version 2.1.

Beniston, M.; Stephenson, D. B.; Christensen, O. B.; Ferro, C. A. T.; Frei, C.; Goyette, S.; Halsnaes, K.; Holt, T.; Jylhä, K.; Koffi, B.; Palutikof, J.; Schöll, R.; Semmler, T. und Woth, K. (2007). Future extreme events in European climate: an exploration of regional climate model projections. *Climatic Change*, **81**(1), 71–95.

Beyersmann, J.; Allignol, A. und Schumacher, M. (2011). *Competing risks and multistate models with R*. Springer Science & Business Media.

Blennow, K.; Andersson, M.; Sallnäs, O. und Olofsson, E. (2010). Climate change and the probability of wind damage in two Swedish forests. *Forest Ecology and Management*, **259**(4), 818–830.

Boisvenue, C. und Running, S. W. (2006). Impacts of climate change on natural forest productivity – evidence since the middle of the 20th century. *Global Change Biology*, **12**(5), 862–882.

Box, G. E. P. und Jenkins, G. (1994). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden-Day, Incorporated.

Bullock, B. P. und Boone, E. L. (2007). Deriving tree diameter distributions using Bayesian model averaging. *Forest Ecology and Management*, **242**, 127–132.

Byrd, R. H.; Lu, P.; Nocedal, J. und Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **16**(5), 1190–1208.

Calegario, N.; Daniels, R. F.; Maestri, R. und Neiva, R. (2005). Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal Eucalyptus plantation case study. *Forest Ecology and Management*, **204**(1), 11–21.

Christensen, J. H.; Hewitson, B.; Busuioc, A.; Chen, A.; Gao, X.; Held, R.; Jones, R.; Kolli, R. K.; Kwon, W. K.; Laprise, R.; Magana Rueda, V.; Mearns, L.; Menendez, C. G.; Räisänen, J.; Rinke, A.; Sarr, A.; Whetton, P.; Arritt, R.; Benestad, R.; Beniston, M.; Bromwich, D.; Caya, D.; Comiso, J.; de Elia, R. und Dethloff, K. (2007). *Regional climate projections, Climate Change, 2007*. The Physical Science Basis.

Collins, M.; Knutti, R.; Arblaster, J.; Dufresne, J.-L.; Fichefet, T.; Friedlingstein, P.; Gao, X.; Gutowski, W.; Johns, T.; Krinner, G.; Shongwe, M.; Tebaldi, C.; Weaver, A. und Wehner, M. (2013). *Long-term Climate Change: Projections, Commitments and Irreversibility*. Cambridge University Press, Cambridge England; New York.

Cox, D. (1972). Regression Models and Life-Tables. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, **34**(2), 187–220.

Cox, D. R. (1975). Partial likelihood. *Biometrika*, **62**(2), 269–276.

Davidian, M. und Giltinan, D. M. (1995). *Nonlinear Models for Repeated Measurement Data*. Chapman and Hall/CRC, 1 edition Ausgabe.

Downs, T. D. und Mardia, K. V. (2002). Circular regression. *Biometrika*, **89**(3), 683–698.

Dursky, J. (1997). Modelling mortality in mixed norway spruce/beech stands. *Allgemein Forst und Jagdzeitung*, **1**(168), 131–134.

Egli, P.; Maurer, S.; Gunthardt-Georg, M. S. und Korner, C. (1998). Effects of Elevated CO_2 and Soil Quality on Leaf Gas Exchange and Above-Ground Growth in Beech-Spruce Model Ecosystems. *The New Phytologist*, **140**(2), 185–196.

Fahrmeir, L.; Kneib, T. und Lang, S. (2004). Penalized structured additive regression for space-time data: A bayesian perspective. *Statistica Sinica*, **14**(3), 731–761.

Fahrmeir, L.; Kneib, T.; Lang, S. und Marx, B. (2013). *Regression: models, methods and applications*. Springer Science & Business Media.

Fang, Z. X. und Bailey, R. L. (2001). Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *Forest Science*, **47**(3), 287–300.

Fiebelkorn, G. (2006). *Untersuchungen zum anatomischen, physiologischen und molekularbiologischen Abwehrverhalten an gesunden und geschädigten Buchen (Fagus sylvatica L.) mit der Symptomatik „Buchenkomplexkrankheit"*. Diss., Georg-August-Universität Göttingen.

Fischer, C. und Schönfelder, E. (2016). A modified growth function with interpretable parameters applied to the age–height relationship of individual trees. *Canadian Journal of Forest Research*, **47**(2), 166–173.

Fisher, N. I. (1996). *Statistical Analysis of Circular Data*. Cambridge University Press, Cambridge England; New York.

Friedman, L. M.; Furberg, C. D.; DeMets, D. L.; Reboussin, D. M. und Granger, C. B. (2015). *Fundamentals of Clinical Trials*. Springer.

Gray, R. J. (1992). Flexible Methods for Analyzing Survival Data Using Splines, With Applications to Breast Cancer Prognosis. *Journal of the American Statistical Association*, **87**(420), 942–951.

Green, E. J. und Strawderman, W. E. (1992). A Comparison of Hierarchical Bayes and Empirical Bayes Methods with a Forestry Application. *Forest Science*, **38**(2), 350–366.

Grove, S. J. (2002). Saproxylic insect ecology and the sustainable management of forests. *Annual Review of Ecology and Systematics*, **33**(1), 1–23.

Hanewinkel, M.; Cullmann, D. A.; Schelhaas, M.-J.; Nabuurs, G.-J. und Zimmermann, N. E. (2013). Climate change may cause severe loss in the economic value of European forest land. *Nature Climate Change*, **3**(3), 203–207.

Hanewinkel, M.; Hummel, S. und Cullmann, D. A. (2010). Modelling and economic evaluation of forest biome shifts under climate change in Southwest Germany. *Forest Ecology and Management*, **259**(4), 710–719.

Hansen, A. J.; Neilson, R. P.; Dale, V. H.; Flather, C. H.; Iverson, L. R.; Currie, D. J.; Shafer, S.; Cook, R. und Bartlein, P. J. (2001). Global Change in Forests: Responses of Species, Communities, and BiomesInteractions between climate change and land use are projected to cause large shifts in biodiversity. *BioScience*, **51**(9), 765–779.

Hanson, P. J. und Weltzin, J. F. (2000). Drought disturbance from climate change: response of United States forests. *The Science of the Total Environment*, **262**(3), 205–220.

Hasenauer, H. (1999). Forest growth response to change climate between 1961 and 1990 in Austria. *Forest Ecology and Management*, **122**, 209–219.

Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, **57**(1), 97–109.

Held, L. (2008). Methoden der statistischen inferenz. *Likelihood und Bayes. Heidelberg: Spektrum Akad. Verl*, **34**.

Hosmer, D. W.; Lemeshow, S. und May, S. (2011). *Applied Survival Analysis: Regression Modeling of Time-to-Event Data, Second Edition.* Wiley.

Hrushesky, W. J. (1985). Circadian timing of cancer chemotherapy. *Science (New York, N.Y.)*, **228**(4695), 73–75.

Hämmerli, F. und Stadler, B. (1989). Eichenschäden – Eine Übersicht zur Situation in Europa und in der Schweiz. *(Eidg. Anstalt für das forstliche Versuchswesen*, **3**.

Hülsmann, L.; Bugmann, H. K. M.; Commarmot, B.; Meyer, P.; Zimmermann, S. und Brang, P. (2016). Does one model fit all? Patterns of beech mortality in natural forests of three European regions. *Ecological Applications*, **26**(8), 2465–2479.

Iverson, L. R. und Prasad, A. M. (2001). Potential Changes in Tree Species Richness and Forest Community Types following Climate Change. *Ecosystems*, **4**(3), 186–199.

Kaplan, E. L. und Meier, P. (1958). Nonparametric Estimation from Incomplete Observations. *Journal of the American Statistical Association*, **53**(282), 457–481.

Klein, J. P. und Moeschberger, M. L. (2005). *Survival analysis: techniques for censored and truncated data.* Springer Science & Business Media.

Kleinschmit, J. (1977). Forstplanzenzüchtung und Saatgutbereitstellung beim Laubholz. *Forst und Holz*, **32**(1), 427–433.

Kniemeyer, O. (2008). *Design and implementation of a graph grammar based language for functional-structural plant modelling.* Diss., Brandenburg University of Technology.

Koenker, R. (2005). *Quantile Regression.* Cambridge University Press.

Koenker, R. und Bassett, G. (1978). Regression Quantiles. *Econometrica*, **46**(1), 33–50.

Kraft, G. (1884). *Beiträge zur Lehre von den Durchforstungen, Schlagstellungen und Lichtungshieben.* Klindworth's Verlag, Hannover.

Kramer, H.; Gussone, H. A. und Schober, R. (1988). *Waldwachstumslehre.* Blackwell Wissenschafts-Verlag.

Kramer, H. und Holodynki, D. (1989). Auswirkungen vorzeitiger gassendurchforstung auf die bestandsentwicklung der fichte. *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung*, **46**(3), 244–250.

Kremser, W. und Otto, H.-J. (1973). *Grundlagen für die langfristige, regionale waldbauliche Planung in den niedersächsischen Landesforsten.* Aus dem Walde.

Körner, C.; Asshoff, R.; Bignucolo, O.; Hättenschwiler, S.; Keel, S. G.; Peláez-Riedl, S.; Pepin, S.; Siegwolf, R. T. W. und Zotz, G. (2005). Carbon Flux and Growth in Mature Deciduous Forest Trees Exposed to Elevated CO2. *Science*, **309**(5739), 1360–1362.

Laird, N. M. und Ware, J. H. (1982). Random-effects models for longitudinal data. *Biometrics*, **38**(4), 963–974.

Lancaster, T. (1979). Econometric Methods for the Duration of Unemployment. *Econometrica*, **47**(4), 939–956.

Lappi, J. (1991). Calibration of height and volume equations with random parameters. *Forest Science*, **37**(3), 781–801.

Lappi, J. (1997). A longitudinal analysis of height/diameter curves. *Forest Science*, **43**(4), 555–570.

Lappi, J. und Bailey, A. (1988). A height prediction model with random stand and tree parameters: an alternative to traditional site index methods. *Forest Science*, **34**(4), 907–927.

Lappi, J. und Malinen, J. (1994). Random-parameter height/age models when stand parameters and stand age are correlated. *Forest Science*, **40**(4), 715–731.

Laubhann, D.; Sterba, H.; Reinds, G. J. und De Vries, W. (2009). The impact of atmospheric deposition and climate on forest growth in European monitoring plots: An individual tree growth model. *Forest Ecology and Management*, **258**(8), 1751–1761.

Lee, E. T. und Wang, J. (2003). *Statistical methods for survival data analysis*, Band **476**, . John Wiley & Sons.

Li, R.; Stewart, B. und Weiskittel, A. (2011). A Bayesian approach for modelling nonlinear longitudinal/hierarchical data with random effects in forestry. *Forestry*, **85**, 17 – 25.

Lindner, M.; Maroschek, M.; Netherer, S.; Kremer, A.; Barbati, A.; Garcia-Gonzalo, J.; Seidl, R.; Delzon, S.; Corona, P.; Kolström, M.; Lexer, M. J. und Marchetti, M. (2010). Climate change impacts, adaptive capacity, and vulnerability of European forest ecosystems. *Forest Ecology and Management*, **259**(4), 698–709.

Lindstrom, M. L. und Bates, D. M. (1990). Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics*, **46**(3), 673–687.

Littel, Russell C., P. D.; Milliken, George A., P. D.; Stroup, Walter W., P. D.; Wolfinger, Russell D., P. D. und Schabenberger, Oliver, P. D. (2006). *SAS for Mixed Models, Second Edition*. SAS Institute, 2nd edition Ausgabe.

Lonsdale, J.; Minunno, F.; Mencuccini, M. und Perks, M. (2015). Bayesian calibration and Bayesian model comparison of a stand level dynamic growth model for Sitka spruce and Scots pine. **88**(3), 326–335.

Lowrey, P. L.; Shimomura, K.; Antoch, M. P.; Yamazaki, S.; Zemenides, P. D.; Ralph, M. R.; Menaker, M. und Takahashi, J. S. (2000). Positional syntenic cloning and functional characterization of the mammalian circadian mutation tau. *Science (New York, N.Y.)*, **288**(5465), 483–492.

Mackenzie, J. K. (1957). The estimation of an orientation relationship. *Acta Crystallographica*, **10**(1), 61–62.

Mardia, K. V. (1975). Statistics of Directional Data. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, **37**(3), 349–393.

Mehtätalo, L. (2004). A longitudinal height–diameter model for Norway spruce in Finland. *Canadian Journal of Forest Research*, **34**(1), 131–140.

Menzel, A. (1997). *Phänologie von Waldbäumen unter sich ändernden Klimabedingungen - Auswertung der Beobachtungen in den internationalen phänologischen Gärten und Möglichkeiten der Modellierung von Phänodaten*. Forstliche Forschungsberichte München, Forstwissenschaftliche Fakultät der Universität München und Bayerische Landesanstalt für Wald und Forstwirtschaft.

Metcalf, C. J. E.; McMahon, S. M. und Clark, J. S. (2009). Overcoming data sparseness and parametric constraints in modeling of tree mortality: a new nonparametric Bayesian model. *Canadian Journal of Forest Research*, **39**(9), 1677–1687.

Moeur, M. und Stage, A. R. (1995). Most similar neighbor: An improved sampling inference procedure for natural resource planning. *Forest Science*, **41**, 337–359.

Morewood, P.; Gries, G.; Liška, J.; Kapitola, P.; Häußler, D.; Möller, K. und Bogenschütz, H. (2000). Towards pheromone-based monitoring of nun moth, Lymantria monacha (L.) (Lep., Lymantriidae) populations. *Journal of Applied Entomology*, **124**(2), 77–85.

Mölder, A.; Gürlich, S. und Engel, F. (2014). Die Verbreitung von gefährdeten Holz bewohnenden Käfern in Schleswig-Holstein unter dem Einfluss von Forstgeschichte und Besitzstruktur. *Forstarchiv*, **85**(3), 84–101.

Nagel, J. (1999). *Konzeptionelle Überlegungen zum schrittweisen Aufbau eines waldwachstumskundlichen Simulationssystems für Nordwestdeutschland.* Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main.

Nash, J. (2014). *Nonlinear Parameter Optimization Using R Tools.* Wiley.

Neuner, S.; Albrecht, A.; Cullmann, D.; Engels, F.; Griess, V. C.; Hahn, W. A.; Hanewinkel, M.; Härtl, F.; Kölling, C.; Staupendahl, K. und Knoke, T. (2015). Survival of Norway spruce remains higher in mixed stands under a dryer and warmer climate. *Global Change Biology*, **21**(2), 935–946.

Nothdurft, A. (2007). *Ein nichtlineares, hierarchisches und gemischtes Modell für das Baum-Höhenwachstum der Fichte (Picea abies (L.) Karst.) in Baden-Württemberg.* Diss., Georg-August-Universität Göttingen.

Nothdurft, A. (2013). Spatio-temporal prediction of tree mortality based on long-term sample plots, climate change scenarios and parametric frailty modeling. *Forest Ecology and Management*, **291**, 43–54.

Nothdurft, A.; Wolf, T.; Ringeler, A.; Böhner, J. und Saborowski, J. (2012). Spatio-temporal prediction of site index based on forest inventories and climate change scenarios. *Forest Ecology and Management*, **279**, 97–111.

Overbeck, M. und Schmidt, M. (2012). Modelling infestation risk of Norway spruce by Ips typographus (L.) in the Lower Saxon Harz Mountains (Germany). *Forest Ecology and Management*, **266**, 115–125.

Pinheiro, J. C. und Bates, D. M. (1996). Unconstrained parametrizations for variance-covariance matrices. *Statistics and Computing*, **6**(3), 289–296.

Pinheiro, J. C. und Bates, D. M. (2000). *Mixed-Effects Models in S and S-Plus.* Springer.

Plummer, M. (2003). *JAGS: A program for analysis of Bayesian graphical models using Gibbs sampling.*

Pretzsch, H. (2009). *Forest Dynamics, Growth and Yield: From Measurement to Model.* Springer Science & Business Media.

Pretzsch, H.; Biber, P.; Schütze, G.; Uhl, E. und Rötzer, T. (2014). Forest stand growth dynamics in Central Europe have accelerated since 1870. *Nature Communications*, **5**, 4967.

Pretzsch, H.; Biber, P. und Ďurský, J. (2002). The single tree-based stand simulator SILVA: Construction, application and evaluation. *Forest Ecology and Management*, **162**(1), 3–21.

R Core Team (2016). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.

Rigling, A.; Bigler, C.; Eilmann, B.; Feldmeyer-Christe, E.; Gimmi, U.; Ginzler, C.; Graf, U.; Mayer, P.; Vacchiano, G.; Weber, P.; Wohlgemuth, T.; Zweifel, R. und Dobbertin, M. (2013). Driving factors of a vegetation shift from Scots pine to pubescent oak in dry Alpine forests. *Global Change Biology*, **19**(1), 229–240.

Rivest, L.-P. (1997). A Decentred Predictor for Ciruclar-Circular Regression. *Biometrika*, **84**(3), 717–726.

Räisänen, J.; Hansson, U.; Ullerstig, A.; Döscher, R.; Graham, L. P.; Jones, C.; Meier, H. E. M.; Samuelsson, P. und Willén, U. (2004). European climate in the late twenty-first century: regional simulations with two driving global models and two forcing scenarios. *Climate Dynamics*, **22**(1), 13–31.

Röhrig, E.; Bartsch, N. und Dengler, A. (1992). *Waldbau 1: Der Wald als Vegetationsform und seine Bedeutung für den Menschen*. Ulmer Eugen Verlag, 6., völlig neubearb. a. Ausgabe.

Röhrig, E.; Bartsch, N. und Lüpke, B. v. (2006). *Waldbau auf ökologischer Grundlage*. UTB GmbH, Stuttgart, 7 Ausgabe.

Schmidt, M. (2010). Ein standortsensitives, longitudinales höhen-durchmesser-modell als eine lösung für das standort-leistungs-problem in deutschland. *Tagungsband der Jahrestagung der Sektion Ertragskunde im DVFFA vom 17.-19.05.2010 in Körbecke am Möhnesee*, **40**(8), 131–151.

Schmidt, M.; Hanewinkel, M.; Kändler, G.; Kublin, E. und Kohnle, U. (2010). An inventory-based approach for modeling single-tree storm damage – experiences with the winter storm of 1999 in southwestern Germany. *Canadian Journal of Forest Research*, **40**(8), 1636–1652.

Schmidt-Vogt, H. (1989). *Die Fichte 2. 2.* Parey.

Schober, R. (1987). *Ertragstafeln wichtiger Baumarten*. J.D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt a.M.

Scott, R. E. und Mitchell, S. J. (2005). Empirical modelling of windthrow risk in partially harvested stands using tree, neighbourhood, and stand attributes. *Forest Ecology and Management*, **218**(1–3), 193–209.

Seidl, R.; Baier, P.; Rammer, W.; Schopf, A. und Lexer, M. J. (2007). Modelling tree mortality by bark beetle infestation in Norway spruce forests. *Ecological Modelling*, **206**(3–4), 383–399.

Seidl, R.; Fernandes, P. M.; Fonseca, T. F.; Gillet, F.; Jönsson, A. M.; Merganičová, K.; Netherer, S.; Arpaci, A.; Bontemps, J.-D.; Bugmann, H.; González-Olabarria, J. R.;

Lasch, P.; Meredieu, C.; Moreira, F.; Schelhaas, M.-J. und Mohren, F. (2011). Modelling natural disturbances in forest ecosystems: a review. *Ecological Modelling*, **222**(4), 903–924.

Shearman, L. P.; Sriram, S.; Weaver, D. R.; Maywood, E. S.; Chaves, I.; Zheng, B.; Kume, K.; Lee, C. C.; van der Horst, G. T.; Hastings, M. H. und Reppert, S. M. (2000). Interacting molecular loops in the mammalian circadian clock. *Science (New York, N.Y.)*, **288**(5468), 1013–1019.

Sloboda, B. (1971). *Zur Darstellung von Wachstumsprozessen mit Hilfe von Differentialgleichungen erster Ordnung*. Forstliche Versuchs- und Forschungsanstalt.

Spellmann, H. (1995). Vom strukturarmen zum strukturreichen wald. *Forst und Holz*, **50**(2), 35 – 44.

Staupendahl, K. und Zucchini, W. (2011). Schätzung von Überlebensfunktionen der Hauptbaumarten auf der Basis von Zeitreihendaten der Rheinland-Pfälzischen Waldzustandserhebung. *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung*, **182**(7/8), 129–145.

Vaupel, J. W.; Manton, K. G. und Stallard, E. (1979). The impact of heterogeneity in individual frailty on the dynamics of mortality. *Demography*, **16**(3), 439–454.

Venables, W. N. und Ripley, B. D. (2003). *Modern Applied Statistics with S*. Springer Science & Business Media.

Vité, J. P. (1989). The European Struggle to Control Ips typographus: Past, Present and Future. *Holarctic Ecology*, **12**(4), 520–525.

Vodka, S.; Konvicka, M. und Cizek, L. (2009). Habitat preferences of oak-feeding xylophagous beetles in a temperate woodland: implications for forest history and management. *Journal of Insect Conservation*, **13**(5), 553–562.

Watt, P. J. und Donoghue, D. N. M. (2005). Measuring forest structure with terrestrial laser scanning. *International Journal of Remote Sensing*, **26**(7).

Wermelinger, B. (2004). Ecology and management of the spruce bark beetle Ips typographus—a review of recent research. *Forest Ecology and Management*, **202**(1–3), 67–82.

Wood, S. (2006). *Generalized additive models: an introduction with R*. CRC press.

Yang, Y.; Titus, S. J. und Huang, S. (2003). Modeling individual tree mortality for white spruce in Alberta. *Ecological Modelling*, **163**(3), 209–222.

Zhao, D.; Wilson, M. und Borders, B. E. (2005). Modeling response curves and testing treatment effects in repeated measures experiments: a multilevel nonlinear mixed-effects model approach. *Canadian Journal of Forest Research*, **35**(1), 122–132.

Lebenslauf

Geburtsdatum, -ort:

- 09. 12. 1982 in Kaufbeuren

Staatsangehörigkeit:

- deutsch

Akademische Ausbildung

- Dissertation
  Büsgen-Institut, Abt. Ökoinformatik, Biometrie und Waldwachstum (Georg-August-Universität Göttingen) *(12/2011 – 06/2017)*

- Forstwissenschaften und Waldökologie – Schwerpunkt Biometrie (Master)
  Georg-August-Universität Göttingen *(10/2009 – 11/2011)*

  Thema der Masterarbeit:
  „Ein raumbezogenes, klimasensitives, nichtlineares, hierarchisches gemischtes Modell für das Baum-Höhenwachstum der Fichte (Picea abies (L.) Karst.) in Reinbeständen im niedersächsischen Staatswald“

- Forstwissenschaften und Waldökologie (Bachelor)
  Georg-August-Universität Göttingen *(10/2006 – 09/2009)*

  Thema der Bachelorarbeit:
  „Vergleich der 6-Baum-Stichprobe nach PRODAN mit der Point-Centered Quater Method hinsichtlich des Bias“

Berufserfahrung

- Wissenschaftlicher Mitarbeiter,
  Abteilung Waldwachstum, Sachgebiet Wachstumsmodellierung / Informatik Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt, Göttingen *(06/2012 – 06/2017)*