

## Ein longitudinales Höhen-Durchmesser Modell für Fichte in Nordwestdeutschland

Matthias Schmidt

Abteilung Waldwachstum, Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt, Grätzelstr. 2, 37079 Göttingen

### Einleitung

Für eine Vielzahl von Aspekten der strategischen und taktischen Forstplanung sind Informationen über die Durchmesser- und Höhenverteilung von Beständen notwendig. Neben ihrer direkten Verwendung werden kombinierte Höhen-Durchmesser-Verteilungen vor allem als Eingangsgrößen für die Schätzung des Holzvorrates nach Durchmesserstufen oder Sortimenten sowie der Biomasse benötigt. Üblicherweise wird in einem ersten Schritt die Durchmesserverteilung auf Basis von Stichprobeninventuren oder als Funktion von Bestandesparametern oder Fernerkundungsinformationen geschätzt. Anschließend werden den einzelnen Durchmessern Einzelbaumhöhen zugeordnet. Dabei werden verschiedene Standardverfahren verwendet, die sich bezüglich ihrer Anforderungen an die notwendigen Eingangsinformation unterscheiden. In Deutschland werden häufig die sogenannten *Einheitshöhenkurven* (LANG 1938, KRAMER 1964, LAER 1964, KENNEL 1972, NAGEL 1991, HUI und GADOW 1993) eingesetzt, die lediglich den Durchmesser und die Höhe eines Bestandesmittelstammes zur Initialisierung benötigen. Zur Herleitung dieses Wertepaares werden meist nur wenige Höhen im Durchmesserbereich des jeweiligen Mittelstammes gemessen. Vor allem im Bereich der ertragskundlichen Forschung werden häufig auch größere Stichprobenumfänge an Höhenmeßbäumen erfaßt. In diesen Fällen werden direkt Regressionsmodelle parametrisiert, die als *Bestandeshöhenkurven* bezeichnet werden (CURTIS 1967, ARABATZIS und BURKHART 1992).

Ein Spezialfall, der in der forstlichen Praxis in Deutschland bisher keine Rolle spielt, sind verallgemeinerte Bestandeshöhenkurven. Diese basieren häufig auf den gleichen Grundmodellen, die auch bei der direkten Parametrisierung von Bestandeshöhenkurven verwendet werden. Um bei geringeren Genauigkeitsansprüchen ganz auf die kostspieligen Höhenmessungen verzichten zu können, werden die Modellkoeffizienten jedoch als Funktion von Bestandesparametern beschrieben (LARSEN und HANN 1987, TEMESGEN und GADOW 2004).

Die Verwendung von unterschiedlichen Modellansätzen in Abhängigkeit von der zur Verfügung stehenden Datengrundlage ist aber als grundsätzlich nachteilig zu beurteilen. Sie kann beispielsweise dazu führen, dass bei der Beschreibungen der Vorratsentwicklung über der Zeit ein bestimmter Anteil der Variabilität lediglich auf den Modellwechsel zurückzuführen ist bzw. als Artefakt zu beurteilen ist. Auch können in den beschriebenen Modelltypen verschiedene Informationsquellen wie Bestandes- oder Standortvariablen und zusätzliche Höhenmessungen kaum miteinander kombiniert werden. Weiterhin ist es aufgrund der großen Variabilität von Durchmesser-Höhen-Strukturen kaum möglich, diejenige Anzahl gemessener Höhen optimal zu bestimmen, bei der ein Modellwechsel von der Einheitshöhenkurve zur Bestandeshöhenkurve erfolgen sollte.

Aufbauend auf Überlegungen von LAPPI (1997) und MEHTÄTALO (2004) wird ein Höhen-Durchmesser-Modell entwickelt, das für alle skizzierten Fälle eine optimale Beschreibung der Höhen-Durchmesser-Beziehung in Beständen, aber auch für einzelne Probekreise oder größere Waldeinheiten ohne Modellwechsel zulässt. Das Modell ermöglicht zusätzlich die Kombination von verschiedenen Informationsquellen wie Standort- und Bestandesvariablen mit einer beliebigen Anzahl von gemessenen Höhen für die Höhenschätzung. Diese Möglichkeit resultiert daraus, dass ein verallgemeinertes Höhenkurvenmodell als gemischtes Modell spezifiziert wird. Dabei ermöglicht die statistisch saubere Zuordnung der nicht erklärten Streuung auf die Ebenen Bestand, Bestandesaufnahme und Reststreuung des Einzelbaumes eine spätere Kalibrierung anhand von Vorinformationen bzw. gemessenen Höhenwerten.

Wichtigste erklärende Variable des verallgemeinerten Höhenkurvenmodells ist das Bestandesalter. Weitere Bestandes- und Standortvariablen gehen über Wechselwirkungen mit dem Bestandesalter in die Beschreibung der Höhen-Durchmesser-Beziehung ein. Die Abbildung des Alterseffektes im Modell erlaubt es, die Entwicklung der Durchmesser-Höhen-Beziehung über der Zeit zu beschreiben. Somit stellt der Modellansatz zusätzlich auch eine Alternative zu Höhenzuwachsmodellen dar. Im Gegensatz zu diesen werden jedoch keine Zuwachswerte d.h. Zeitreihen benötigt, sondern als statisches Modell kann es anhand von einmaligen Aufnahmen parametrisiert werden.

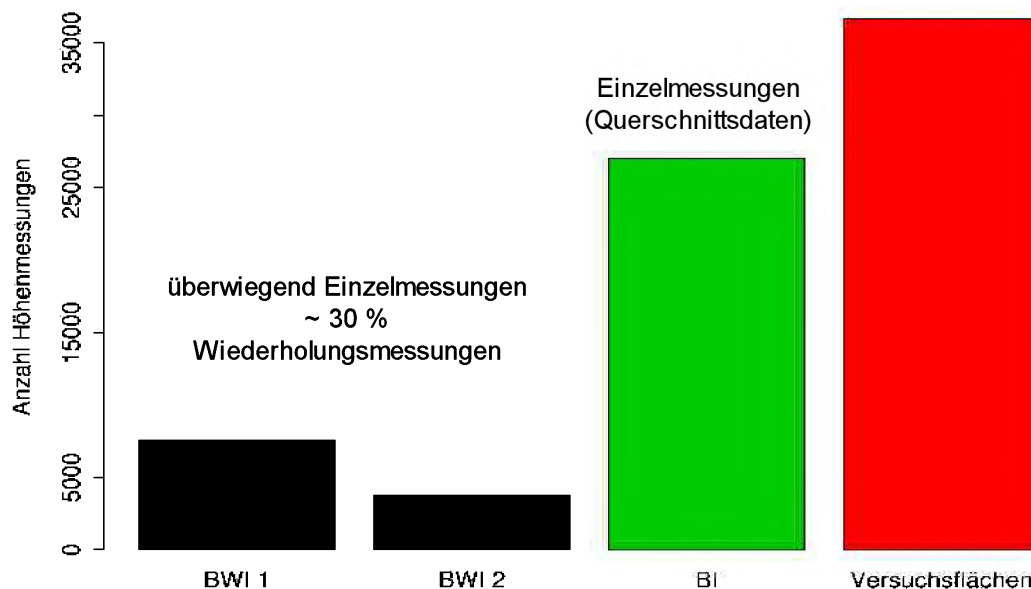
Eine zusätzliche Erweiterung des Modellansatzes besteht darin, dass der zu beobachtende großräumige Trend in der Höhen-Durchmesser-Beziehung mit Hilfe spezieller verallgemeinerter additiver Regressionsmodelle (WOOD 2006) modelliert wird. Diese wurden für das Statistik-Paket *R* (R DEVELOPMENT CORE TEAM 2007) in der Programmbibliothek *mgcv* implementiert (WOOD 2006). Die Quantifizierung des räumlichen Trends ist von großer Bedeutung für die Erfassung regionaler Unterschiede, die sich nicht als Effekte der zur Verfügung stehenden Prädiktoren beschreiben lassen. Die Notwendigkeit zur Beschreibung des räumlichen Trends resultiert auch aus dem großen regionalen Geltungsbereich des Modells, das für Niedersachsen und Schleswig-Holstein gilt.

### Datengrundlage

Die Modellentwicklung erfolgt anhand drei verschiedener sehr umfangreicher Datenquellen. Zum einen werden die ertragskundlichen Versuchsflächendaten der Nordwestdeutschen Forstlichen Versuchsanstalt verwendet. Diese

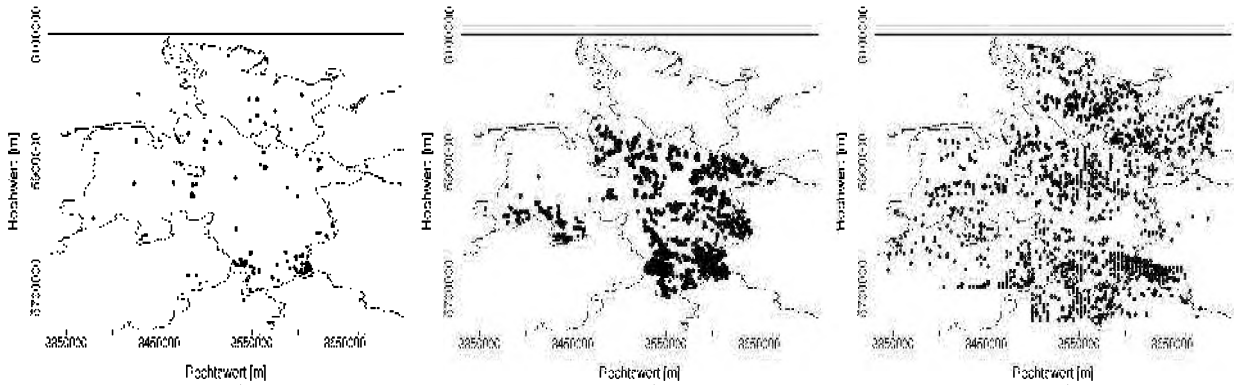
Datenbasis hat den Vorteil, dass es sich um teilweise sehr lange Zeitreihen handelt, die beispielsweise notwendig sind, um durch Stickstoffeinträge bedingte Standortsänderungen im Modell abzubilden. Zeitreihen sind auch notwendig, um im hier verwendeten gemischten Regressionsmodell die Zufallseffekte auf den Ebenen Bestand und Aufnahme sowie die Reststreuung quantifizieren zu können. Auch die im Mittel relativ hohe Anzahl von Höhenmessungen pro Versuchseinheit und Aufnahmezeitpunkt ist als vorteilhaft für die Parametrisierung eines gemischten Regressionsmodells zu beurteilen, da letztlich Ähnlichkeiten zwischen den Beobachtungen eines Bestandes bzw. einer Bestandesaufnahme quantifiziert werden müssen. Aus der vergleichsweise hohen Erfassungsintensität der ertragskundlichen Versuchsfelder resultiert aber zwangsläufig, dass eine Flächenrepräsentativität für den Bereich Niedersachsens und Schleswig-Holsteins nicht gegeben ist. Eine ideale Ergänzung stellen daher Daten aus forstlichen Stichprobeninventuren dar. Im Landeswald von Niedersachsen kann dabei auf Betriebsinventuren zurückgegriffen werden. Zum Zeitpunkt der Modellentwicklung standen in allen Betrieben mit Ausnahme der Forstämter Oldendorf, Neuenburg und Teilen von Ahlhorn und Nienburg/Weser die Ergebnisse der Erstinventuren zur Verfügung. Pro Stichprobenpunkt, Baumartengruppe und Bestandesschicht wird allerdings lediglich eine Höhe gemessen. Die Bundeswaldinventuren 1 und 2 liefern ebenfalls flächenrepräsentative biometrische Daten, allerdings besitzartenübergreifend für den Gesamtwald. Die Stichprobendichte ist hier gegenüber den Betriebsinventuren stark reduziert. So sind die sogenannten Stichprobentrakte, die jeweils vier Stichprobenecken umfassen, in systematischen Stichprobengittern von in Schleswig-Holstein 2 x 2 km sowie in Niedersachsen von 2,83 x 2,83 (westliches Flachland) bzw. 4 x 4 km (östliches Flachland und Bergland) angeordnet. Messungen erfolgen an den Stichprobenecken auch nur dann, wenn deren Mittelpunkt auf Wald bzw. Holzboden fällt. Als großer Vorteil gegenüber den Betriebsinventuren ist zu beurteilen, dass pro Stichprobenpunkt, Aufnahmezeitpunkt und Bestandesschicht häufig mehrere Höhenmessungen vorliegen. Gleichzeitig stehen durch die BWI 2 bereits Wiederholungsmessungen bzw. Zeitreihen zur Verfügung. Gegenüber den Versuchsfelderdaten ist jedoch der Anteil von Wiederholungsmessungen, die am gleichen Baum erfolgen, deutlich geringer (Abb. 1). Insgesamt stammt der größte Teil der Höhenmessungen aus den ertragskundlichen Versuchsfeldern, wobei der Anteil aus der Betriebsinventur in Zukunft weiter steigen wird. Aus der Bundeswaldinventur stammt absolut betrachtet der geringste Anteil von Höhenmessungen. Für die flächenrepräsentative Erfassung von regionalen Unterschieden in der Höhen-Durchmesser-Beziehung kommt ihr aber insbesondere in Schleswig-Holstein und im nordwestlichen Flachland Niedersachsens eine besondere Bedeutung zu (Abb. 2).

(lange) Einzelbaumzeitreihen (Paneldaten)



**Abbildung 1:** Aufteilung der Höhenmessungen für Fichte auf die unterschiedlichen Datenquellen in der Parametrisierungsgrundlage.

Die räumliche Verteilung der Versuchsfelder und Stichprobenpunkte, an denen mindestens eine Höhenmessung einer Fichte vorliegt, verdeutlicht die besondere Bedeutung der Daten der Bundeswaldinventur für eine gute regionale Abdeckung (Abb. 2).



**Abbildung 2:** Räumliche Verteilung der ertragskundlichen Versuchsflächen (links), der Stichprobenpunkte der Betriebsinventur (mitte) sowie der Bundeswaldinventur (rechts), an denen mindestens eine Höhenmessung einer Fichte vorliegt.

### Methoden und Ergebnisse (verallgemeinertes additives Modell)

Als Grundmodell für die verallgemeinerte Höhenkurve wurde die von NÄSLUND (1937) entwickelte Funktion verwendet (Formel 1).

$$h = 1.3 + \left( \frac{BHD}{p_0 + p_1 * BHD} \right) p_2 \quad [1]$$

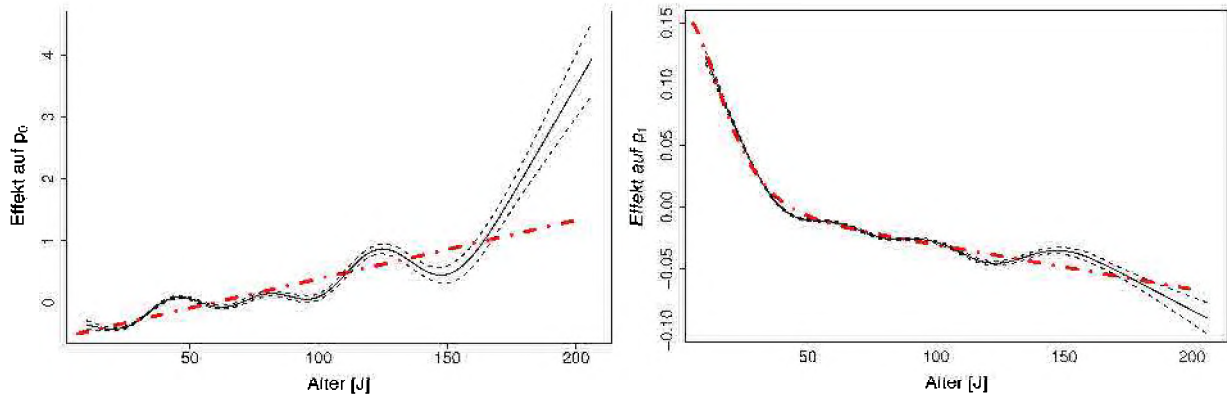
Um die Funktion linearisieren zu können, wird der Parameter  $p_2$  häufig konstant gesetzt. Eine Linearisierung ist in dieser Arbeit für die weitere Modellentwicklung notwendig, da es große numerische Vorteile hat, wenn komplexe additive und gemischte Regressionsmodelle als lineare Modelle spezifiziert werden können. Im Anhalt an Schmidt (1967) wurde der Parameter  $p_2$  auf konstant 3 gesetzt und die Funktion linearisiert (Formel 2).

$$\frac{BHD}{\sqrt[3]{h - 1.3}} = p_0 + p_1 * BHD \quad [2]$$

Für eine Berücksichtigung der Effekte von Bestandes- und Standortvariablen auf die Höhen-Durchmesser-Beziehung ist es notwendig, die Koeffizienten  $p_0$  und  $p_1$  als Funktion dieser Einflußgrößen zu beschreiben. Unter den Variablen, die die Höhen-Durchmesser-Beziehung bestimmen, spielt das Alter eine herausragende Rolle. Im Anhalt an MEHTÄTALO (2004) wurden daher zuerst separat die Effekte des Alters auf die Koeffizienten  $p_0$  und  $p_1$  quantifiziert. Allerdings verwendet MEHTÄTALO (2004) anstelle des Alters den Grundflächenmittelstamm (dg) um eine Altersunabhängigkeit seines Modells zu erreichen. Mit Hinblick auf eine spätere Standortssensitivität des Modells erscheint es jedoch besser, an dieser Stelle auf eine Verwendung des dg zu verzichten, da dieser seinerseits durch den Standort beeinflusst wird. Durch die Spezifizierung als verallgemeinertes additives Modell wurde dabei überprüft, inwieweit die Alterseffekte nicht-linear sind (Formel 3). Im weiteren werden alle Modelle in der nicht-linearen Formulierung dargestellt.

$$h = 1.3 + \left( \frac{BHD}{f_0(\text{Alter}) + f_1(\text{Alter}) * BHD} \right)^3 \quad [3]$$

Dabei zeichnen sich deutliche Trends der Alterseffekte auf die Koeffizienten der Näslund-Funktion ab (Abb. 3). Allerdings wird davon ausgegangen, dass die zu beobachtenden 'Schwingungen' als Überlagerungen der Effekte weiterer (bisher nicht berücksichtigter) Einflußgrößen innerhalb einer unbalancierten Datenstruktur zu beurteilen sind. Die zur Identifizierung der Modelleffekte verwendeten glättenden Splines wurden daher schrittweise durch einfachere parametrische Funktionen ersetzt (Abb. 3). Die Gesamtmodellgüte verschlechtert sich durch die Approximation der Alterseffekte kaum.



**Abbildung 3:** Über glättende Splines beschriebene nicht-lineare Alterseffekte (dünne durchgezogene Linien) auf die Koeffizienten  $p_0$  (links) und  $p_1$  (rechts) der Näslund-Funktion und ihre Approximation durch parametrische Terme (breite punkt-gestrichelte Linien). Für die Splineterme sind zusätzlich Prognoseintervalle (5 % Irrtumswahrscheinlichkeit) angegeben (dünne gestrichelte Linien).

Im Rahmen der Modellselektion wurden weitere Variablen bezüglich ihres Effektes auf die Höhen-Durchmesser-Struktur überprüft. Dabei wurden in einem ersten Schritt nur die geographische Lage und die Seehöhe verwendet, da diese mit großer Genauigkeit aus einem Digitalen Geländemodell (DGM) ermittelt werden können. Beide Variablen subsumieren letztlich alle Standortvariablen, wie die Tagesmitteltemperatur, die klimatische Wasserbilanz, die Nährstoffversorgung etc. In einer zweiten Variante wurden anstelle der Seehöhe einige dieser Standortvariablen verwendet. Als Vorteil ist für diese Variante zu bewerten, dass die Standortvariablen in einem stärkeren kausalen Zusammenhang zur Wuchsleistung und damit auch zur Entwicklung der Höhen-Durchmesser-Beziehung über dem Alter stehen. Das Modell wird damit standortssensitiv und bei Verwendung von Variablen, die vom Klimawandel beeinflusst werden, auch klimasensitiv. Als Einschränkung bezüglich der zweiten Variante muß beachtet werden, dass Variablen wie die Tagesmitteltemperatur, nicht an jedem der Datenpunkte direkt beobachtet bzw. gemessen werden können. Vielmehr werden die Klimavariablen Tagesmitteltemperatur, Niederschlag und Evapotranspiration verwendet, die mit dem regionalen Klimamodell WETTREG (SPEKAT ET AL. 2006, UMWELTBUNDESAMT 2007) für die Periode 1961 bis 1990 simuliert wurden. Die anschließende Regionalisierung mit dem Modell WaSIM-ETH (SCHULLA 1997, SCHULLA und JASPER 2007) auf ein 200 x 200 m Raster ermöglicht die Zuordnung zu den Versuchsflächen und Stichprobenpunkten. Der Regionalisierungsalgorithmus kann als distanzgewichtete Regression beschrieben werden, wobei die Seehöhe als erklärende Variable einen starken Effekt auf die Schätzungen der Standortvariablen hat. Demgegenüber spielt die räumliche Lage der zugrundeliegenden Wettermessstationen auch aufgrund ihrer relativ geringen Anzahl nur eine untergeordnete Rolle. Aus dieser Vorgehensweise resultieren enge Korrelationen der Variablen sowohl zur Seehöhe als auch untereinander. Zukünftig sollen bisher nicht in der Datenbasis enthaltene Variablenkombinationen durch eine regional deutlich erweiterte Datenbasis bei der Modellbildung berücksichtigt werden. Durch eine höhere Variabilität der Kombinationen von Standortvariablen soll gleichzeitig die, für eine Quantifizierung der einzelnen Variableneffekte ungünstige, Kollinearität verringert werden.

Als klimasensitive Standortfaktoren wurden in einem ersten Schritt die gemittelte Tagesmitteltemperatur und die klimatische Wasserbilanz, jeweils auf die Vegetationszeit bezogen, verwendet. Die klimatische Wasserbilanz (KWB) wird als Differenz aus Niederschlag und potenzieller Evapotranspiration bestimmt. Zur Einschätzung der potenziellen Evapotranspiration wird hierbei die Methode von Penman-Monteith verwendet (MONTEITH 1965). Die Vegetationsperiode wurde baumartenabhängig bestimmt. Der Beginn der Vegetationszeit wird mit Hilfe des Modells LNVAR von MENZEL (1997, S. 52 ff) geschätzt. Das Ende der Vegetationszeit richtet sich nach dem Temperatur- bzw. Kurztagskriterium und wird als baumartenunabhängig angenommen (v. WILPERT 1990, S. 106 ff). Allerdings werden aus rechentechnischen Gründen die Bilanzen derzeit noch auf großräumig einheitliche Vegetationsperioden bezogen. Während also die Bilanzierung für großräumig einheitliche Zeiträume erfolgt, wird die Variabilität der Vegetationsperiode bei der Bestimmung der Evapotranspiration durch die Berücksichtigung des Laubaustriebes auch kleinräumig berücksichtigt. Zukünftig soll auch die Bilanzierung auf Basis der spezifischen regionalen Vegetationsperiode erfolgen.

Sowohl im Modell, das die geographische Lage und die Seehöhe (Formel 4a) verwendet, als auch in der Variante, in der die Seehöhe durch die Standortvariablen Tagesmitteltemperatur und klimatische Wasserbilanz ersetzt ist (Formel 4b), werden die Effekte der erklärenden Variablen in Wechselwirkung mit dem Altereffekt integriert. Diese Vorgehensweise erscheint gegenüber einer Spezifizierung von additiven Effekten zusätzlich zum Alterseffekt biologisch sinnvoller, da der Effekt der Standortvariablen immer auch davon abhängig ist, wie alt ein Bestand ist.

$$h = 1.3 + \left( \frac{BHD}{f_{01}(RW, HW) \cdot f_0(\text{Alter}) + (f_{11}(RW, HW) + f_{12}(\text{Seehöhe}) + f_{13}(BJ) + f_{14}(dg)) \cdot f_1(\text{Alter}) * BHD} \right)^3 \quad [4a]$$

$$h = 1.3 + \left( \frac{BHD}{f_{01}(RW, HW) \cdot f_0(\text{Alter}) + (f_{11}(RW, HW) + f_{12}(\text{TEMP}) + f_{13}(\text{KWB}) + f_{14}(BJ) + f_{15}(dg)) \cdot f_1(\text{Alter}) * BHD} \right)^3 \quad [4b]$$

für Formel 1 - 4b mit:

- RW : Gauß-Krüger-Rechtswert [m]  
 HW : Gauß-Krüger-Hochwert [m]  
 Alter : Bestandesalter nach Bestandesschichten getrennt  
 Seehöhe : Seehöhe [m]  
 BJ : Begründungsjahr [m]  
 dg : Grundflächenmittelstamm [cm]  
 BHD : Brusthöhendurchmesser [cm]  
 h : Gesamtbaumhöhe [m]  
 $p_0, p_1, p_2$  : Regressionskoeffizienten der Näslund-Funktion  
 $f_0, f_1$  : Parametrische Approximationen der über glättende Splinefunktionen beschriebenen Alterseffekte auf die Höhen-Durchmesser-Beziehung  
 $f_{01}, f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{14}, f_{15}$  : glättende Splinefunktionen zur Beschreibung weiterer nicht-linearer Variableneffekte auf die Höhen-Durchmesser-Beziehung, wobei diese in Wechselwirkung mit den Alterseffekten im Modell integriert werden.

#### Klimasensitives Modell (Formel4b)

##### Approximierte Signifikanz der glättenden Terme:

$f_{01}$ (Rechtswert, Hochwert)	66.617	67.117	88.92	<2e-16	***
$f_{13}$ (KWB)	8.816	9.316	38.97	<2e-16	***
$f_{12}$ (TEMP)	8.928	9.428	473.10	<2e-16	***
$f_{11}$ (Rechtswert, Hochwert)	67.874	68.374	64.97	<2e-16	***
$f_{15}$ (dg)	8.943	9.443	371.99	<2e-16	***
$f_{14}$ (BJ)	8.986	9.486	53.76	<2e-16	***
---					

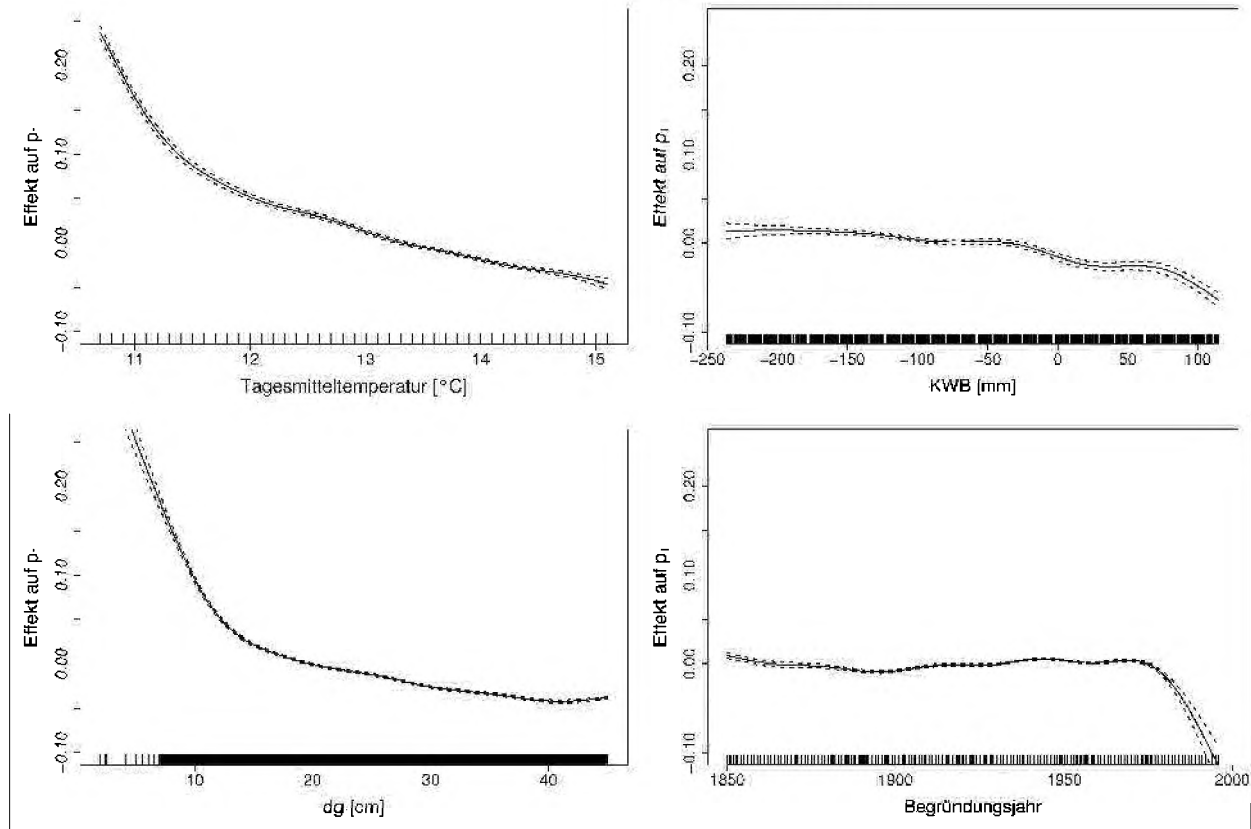
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

R-sq. (adj) = 0.987    Deviance explained = 98.7%  
 GCV score = 0.17039    Scale est. = 0.16998    n = 71540

In beiden Modellen wurden zusätzlich noch die Effekte der Variablen Grundflächenmittelstamm und Begründungsjahr als signifikant identifiziert. Mit Hilfe der Variablen Begründungsjahr sollen die Wachstumstrends abgebildet werden, die speziell in den letzten Jahrzehnten zu beobachten waren. Das Begründungsjahr subsummiert dabei die potenziellen Effekte von Variablen, wie dem Stickstoffeintrag oder der CO<sub>2</sub>-Konzentration in der Atmosphäre etc. Ziel weiterer Modellentwicklungen muss es aber sein, diese Variablen selbst zu integrieren, um eine größere Kausalität innerhalb der Modelle zu erreichen. Zum Zeitpunkt der Modellentwicklung standen allerdings keine mit ausreichender Genauigkeit regionalisierten Daten über die Stickstoffeinträge zur Verfügung. Gleiches gilt für die natürliche Nährstoffausstattung der Böden sowie für deren nutzbare Feldkapazität. Der Koeffizient  $p_0$  der originalen Näslund-Funktion wird in beiden Modellen (Formel 4a und 4b) durch den vorweg geschätzten Alterseffekt und zusätzlich nur noch durch die geographische Lage bzw. als Funktion der Gauss-Krüger-Koordinaten bestimmt. Dagegen wird der Koeffizient  $p_1$  der originalen Näslund-Funktion zusätzlich zum Alterseffekt durch die Effekte der Variablen Tagesmitteltemperatur, KWB, dg und geographische Lage bestimmt. Alle Effekte wirken in Wechselwirkung mit dem Alterseffekt auf die Ausprägung der originalen Koeffizienten bzw. der Höhen-Durchmesser-Beziehung. Die Methodik der verallgemeinerten additiven Modelle von WOOD (2006) erlaubt dabei die Spezifizierung von Wechselwirkungen zwischen glättenden Splines und metrischen und kategorischen Variablen. Allerdings müssen die separat in einem ersten Schritt ermittelten Alterseffekte (Formel 3 und Abb. 3) in die Modelle 4a und 4b übernommen werden und werden nicht simultan mit den übrigen Effekten geschätzt. Die Funktionen für den räumlichen Trend  $f_{01}$  und  $f_{11}$  werden in der speziellen Methodik von WOOD (2006) als sogenannter 2-dimensionaler 'penalized' Regressionsspline geschätzt.

Die Effekte der erklärenden Variablen auf die Ausprägung des Koeffizienten  $p_1$  unterscheiden sich deutlich (Abb. 4). Einen sehr starken Einfluss hat die Tagesmitteltemperatur, wobei Veränderungen im niedrigen Temperaturbereich zu größeren Veränderungen des Koeffizienten  $p_1$  führen als im hohen Temperaturbereich. Dabei sind alle Verläufe so zu interpretieren, dass mit sinkendem Wert des Effektes eine Verlagerung der Höhenkurve

nach oben erfolgt. Daher sind alle Variableneffekte grundsätzlich als biologisch plausibel zu interpretieren (Abb. 4). Beim Temperatureffekt tritt innerhalb des verwendeten Datenbereiches kein Optimum auf. Die KWB weist nur einen schwach ausgeprägten Trend auf, wobei die größten positiven Veränderungen einer Höhenkurve bei sonst gleichen Bedingungen im positiven Wertebereich zu erwarten sind. In dem schwach ausgeprägten Trend spiegelt sich wahrscheinlich auch die enge Korrelation der KWB zur Tagesmitteltemperatur wider, so dass nach einer umfassenden regionalen Erweiterung der Datenbasis mit einem deutlicheren Effekt der KWB gerechnet werden kann. Ähnliche Auswirkungen werden von den skizzierten verbesserten Bilanzierungsmethoden und der Integration weiterer Standortvariablen wie der nutzbaren Feldkapazität erwartet.

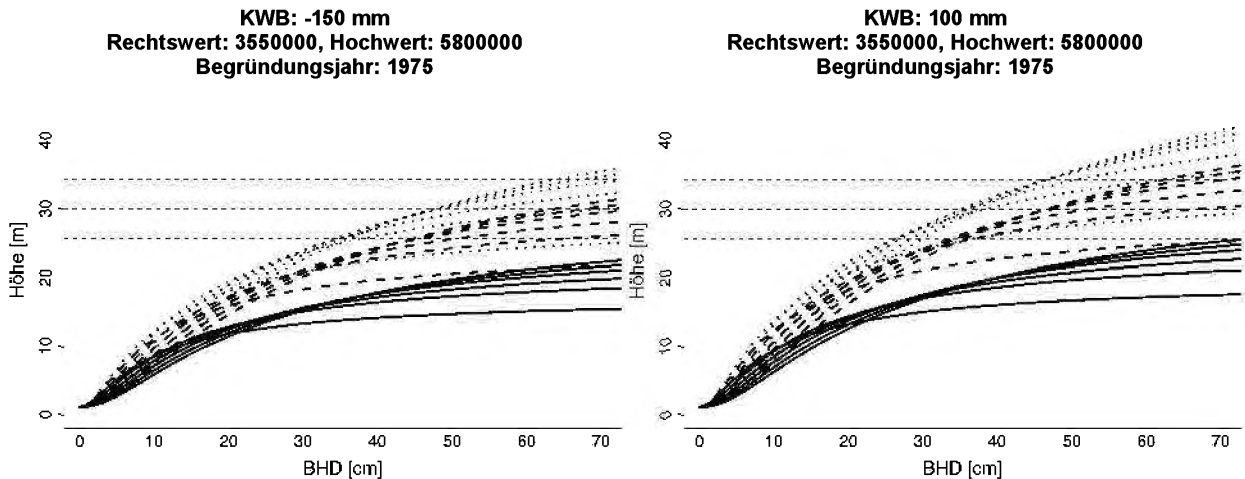


**Abbildung 4:** Effekte der im standortsensitiven Modell (Formel 4b) integrierten Variablen, die in Wechselwirkung mit dem Alterseffekt die Höhen-Durchmesser-Beziehung bestimmen.

Im unteren Wertebereich des  $dg$  tritt ein sehr deutlicher Modelleffekt auf, der dann ab bereits ca. 13 cm stark nachlässt. Der Effekt des Begründungsjahres ist bis etwa zum Jahr 1970 zu vernachlässigen. Danach tritt ein stark negativer Effekt auf, der zu einer Verlagerung der Höhenkurve nach oben bei ansonsten gleichen Bedingungen führt. Hierin spiegeln sich die verbesserten Standorts- bzw. Wachstumsbedingungen der letzten Jahrzehnte wider.

In Abbildung 5 wird das Modellverhalten des standortsensitiven Modells (Formel 4b) exemplarisch für bestimmte Kombinationen der erklärenden Variablen dargestellt bzw. eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Neben dem Alter werden zusätzlich die Tagesmitteltemperatur (drei Ausprägungen: 11, 13, 15°C) und die KWB (zwei Ausprägungen: -150 mm (links) und 100 mm (rechts)) variiert. Es wird deutlich, dass sich die Höhenkurven mit steigender Temperatur und steigender KWB bei sonst gleichen Bedingungen nach oben verlagern. Auch ist erkennbar, dass der Temperaturanstieg von 11 auf 13°C zu einer stärkeren Verlagerung führt als der Temperaturanstieg von 13 auf 15°C. Wie es aufgrund der Effekte (Abb. 4) zu erwarten war, führen Veränderungen der Temperatur zu deutlich stärkeren Verlagerungen als Veränderungen der klimatischen Wasserbilanz.

Im klimasensitiven Modell (Formel 4b) ist nur die Seehöhe nicht aber die geographische Lage durch Standortvariablen ersetzt worden, da die Modellgüte ohne die Modellierung des räumlichen Trends stark sinkt. Selbst wenn zukünftig weitere Standortvariablen (Nährstoffversorgung, nutzbare Feldkapazität) in das Modell integriert werden können, bleibt abzuwarten, ob auf die Modellierung eines räumlichen Trends verzichtet werden kann, da die Höhen-Durchmesser-Beziehung auch stark durch die mittlere Windgeschwindigkeit beeinflusst werden dürfte. Die mittlere Windgeschwindigkeit aber weist in Nordwestdeutschland eine enge Korrelation zur geographischen Lage auf.



**Abbildung 5:** Höhenkurvenverläufe, die mit dem klimasensitiven Modell (Formel 4b) in Abhängigkeit des Bestandesalters, der Tagesmitteltemperatur, der Klimatischen Wasserbilanz (KWB: -150 mm (links), 100 mm (rechts)), des Grundflächenmittelstammes (dg), der geographischen Lage (konstant) und des Begründungsjahres (konstant) geschätzt wurden. Die durchgezogenen Kurvenverläufe markieren Verläufe bei 11°C, die lang-gestrichelten Verläufe bei 13°C und die gepunkteten Verläufe bei 15°C Tagesmitteltemperatur während der Vegetationsperiode. Innerhalb einer Linienart entsteht die Schichtung der Kurven durch die Altersabfolge von 40 (niedrigste) bis 140 Jahren (höchste Kurve), wobei zwischen den Kurven jeweils 20 Jahre Altersdifferenz liegen. Die dünnen, gestrichelten, abszissen-parallelen Linien markieren die Mittelhöhe im Alter 100 der I., II. und III. Bonität (Wiedemann, starke Durchforstung). Als dg wurden die Mittelwerte für das jeweilige Alter innerhalb der Datenbasis verwendet.

#### Methoden und Ergebnisse (gemischtes Modell)

Prinzipiell lässt es die R-Bibliothek *mgcv* zu, dass verallgemeinerte additive Modelle (*gam*) durch einen Aufruf der R-Bibliothek *nlme* (PINHEIRO und BATES 2000) direkt als gemischte Modelle (verallgemeinerte additive gemischte Modelle: *gamm*) parametrisiert werden. Im vorliegenden Fall wurde jedoch erst das verallgemeinerte additive Regressionsmodell wie beschrieben parametrisiert. Der über das Modell geschätzte Erwartungswert wurde anschließend als sogenannter *Offset* bzw. als 'a priori' Schätzer in ein gemischtes lineares Modell übernommen, das somit nur der Schätzung der Zufallseffekte dient (Formel 5). Der Grund für diese Vorgehensweise besteht darin, dass in der Datenquelle Betriebsinventur immer nur eine Höhe pro Stichprobenpunkt, Aufnahmezeitpunkt und Bestandesschicht gemessen wird. Somit können diese Daten nichts zur Schätzung der Zufallseffekte beitragen, sondern sind sogar als störend zu beurteilen. Somit wird das gemischte Modell im 2-ten Schritt nur noch auf der Grundlage der ertragskundlichen Versuchsflächendaten und der Daten der BWI parametrisiert. Bei der Parametrisierung der festen Modelleffekte bzw. der Modelle 4a und 4b sind die Betriebsinventurdaten dagegen wichtig, so dass sie bei diesem ersten Modellierungsschritt mit berücksichtigt werden.

$$\frac{BHD_{ijk}}{\sqrt[3]{h_{ijk} - 1.3}} = \mu_{ijk} + v_{0i} + v_{1i} BHD_{ijk} + u_{0ij} + u_{1ij} BHD_{ijk} + e_{ijk} \quad [5]$$

wobei:

$$\begin{matrix} v_{0i} \\ v_{1i} \end{matrix} \sim N(0, D_1) \text{ und } D_1 = \begin{bmatrix} 0.21 & -0.0048 \\ -0.0048 & 0.00024 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} u_{0ij} \\ u_{1ij} \end{matrix} \sim N(0, D_2) \text{ und } D_2 = \begin{bmatrix} 0.011 & 0 \\ 0 & 0.000013 \end{bmatrix}$$

$$e_{ijk} \sim N(0, \sigma_e^2) \text{ und } \sigma_e^2 = 1.231015$$

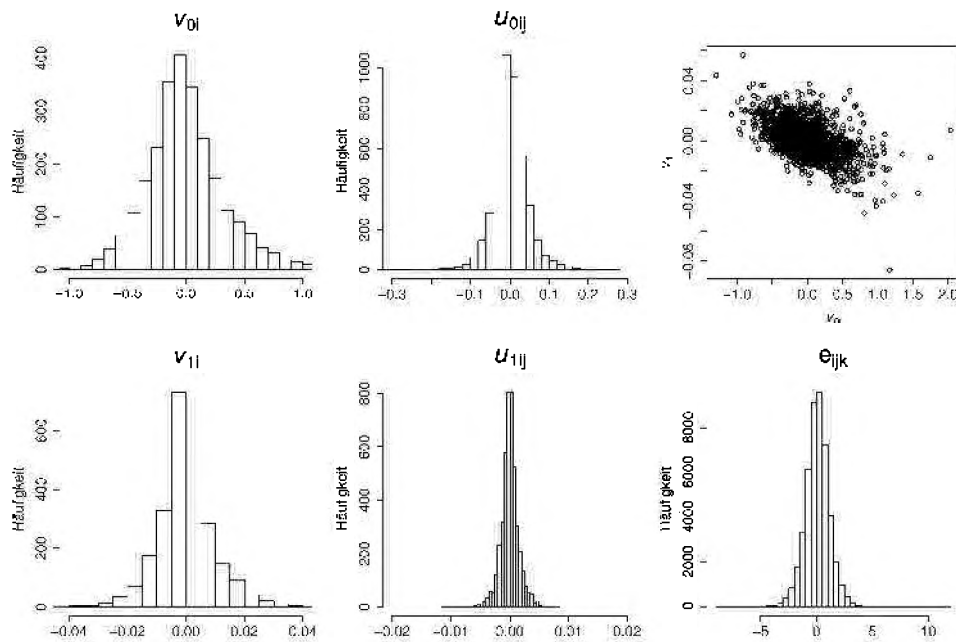
mit:

$BHD_{ijk}$  : Brusthöhendurchmesser des  $k$ -ten Baumes, bei der  $j$ -ten Aufnahme der  $i$ -ten Versuchsfläche/Stichprobenecke [cm]

$h_{ijk}$  : Gesamthöhe des  $k$ -ten Baumes, bei der  $j$ -ten Aufnahme der  $i$ -ten Versuchsfläche/Stichprobenecke [m]



- $\mu_{ijk}$  :Erwartungswert der transformierten (vgl. Formel 2) Gesamthöhe des  $k$ -ten Baumes, bei der  $j$ -ten Aufnahme der  $i$ -ten Versuchsfläche/Stichprobenecke, der über das klimasensitive Modell (Formel 4b) geschätzt wird [m]
- $v_{0i}, v_{1i}$  :Zufällige Effekte der  $i$ -ten Versuchsfläche/Stichprobenecke, wobei  $v_{0i}$  die zufällige Abweichung vom bedingten (bei gegebenen erklärenden Variablen) Wert für  $p_0$  und  $v_{1i}$  die zufällige Abweichung vom bedingten (bei gegebenen erklärenden Variablen) Wert für  $p_1$  ist.
- $u_{0ij}, u_{1ij}$  :Zufällige Effekte der  $j$ -ten Aufnahme der  $i$ -ten Versuchsfläche/Stichprobenecke, wobei  $u_{0ij}$  und  $u_{1ij}$  die zufälligen Abweichung von den bedingten (bei gegebenen erklärenden Variablen) Werten für  $p_0$  und  $p_1$  inklusive der Werte für  $v_{0i}$  und  $v_{1i}$  sind.
- $e_{ijk}$  :Residuum des  $k$ -ten Baumes, bei der  $j$ -ten Aufnahme der  $i$ -ten Versuchsfläche/Stichprobenecke.



**Abbildung 6:** Histogramme der Zufallseffekte des gemischten linearen Modells auf der Grundlage der Näslund-Funktion auf der Ebene der Versuchsfläche ( $v_{0i}$  und  $v_{1i}$ ) und der Ebene der Versuchsflächenaufnahme ( $u_{0ij}$  und  $u_{1ij}$ ). Zusätzlich ist das Histogramm der Residuen dargestellt ( $e_{ijk}$ ). Zusätzlich werden die Zufallseffekte auf der Ebene der Versuchsfläche ( $v_{0i}$  und  $v_{1i}$ ) gegeneinander geplottet (oben rechts).

Anhand der Häufigkeitsverteilungen wird deutlich, dass sowohl die Zufallseffekte als auch die Residuen annähernd den Mittelwert Null aufweisen, was eine der Annahmen für die Schätzung der Zufallseffekte ist. Die graphische Überprüfung lässt sich auch statistisch absichern, wobei für das vorliegende Modell sämtliche Mittelwerte nicht signifikant unterschiedlich von Null sind (5% Irrtumswahrscheinlichkeit). Auch wenn nicht alle Verteilungen normalverteilt sind, was eine weitere Annahme bei der Schätzung der Zufallseffekte ist, so sind die Verteilungen zumindest eingipflig und symmetrisch. Weiterhin ist erkennbar, dass die zufällige Streuung auf der Ebene der Versuchsfläche/Stichprobenecke deutlich höher ist, als auf der Ebene der Versuchsflächenaufnahme. Diese Struktur der Zufallseffekte kann dahingehend interpretiert werden, dass sich die Bäume eines Bestandes zu den verschiedenen Aufnahmezeitpunkten weniger unterscheiden als Bäume aus verschiedenen Beständen. Diese Struktur kann als sehr günstig für die Kalibrierung des Modells anhand von gemessenen Höhen beurteilt werden. Sie bedeutet nämlich, dass mit Hilfe einer einzigen Aufnahme eines Bestandes auch die Schätzgenauigkeit zu anderen Zeitpunkten für denselben Bestand deutlich erhöht werden kann, wobei die Aufnahme möglichst mehrere Höhenmessungen umfassen sollte.

Für die Erläuterung wie die Kalibrierung anhand von Vorinformationen, d.h. Höhenmessungen in einem beliebigen Bestand erfolgt, wird das gemischte Modell in Matrix-Schreibweise formuliert (Formel 6):



$$y = \mu + Zb + e, \quad [6]$$

mit:

- $y$  : Vektor der für die Linearisierung transformierten (vgl. Formel 2) Höhenmesswerte,  
 $\mu$  : Vektor der Erwartungswerte (geschätzt über Modell 4b) der transformierten Höhenwerte (vgl. Formel 2),  
 $Z$  : Modellmatrix der Zufallseffekte,  
 $b$  : Vektor der Zufallseffekte mit  $b \sim N[0, D]$ , wobei die Varianz-Kovarianz-Matrix  $D$  als Blockdiagonalmatrix aufgebaut ist und aus den Schätzungen der Varianz-Kovarianz-Matrizen  $D_1$  und  $D_2$  aufgebaut bzw. geschätzt ( $\hat{D}$ ) wird,  
 $e$  : Vektor der unerklärten Reststreuung (Residuen) mit  $b \sim N[0, R]$ , wobei die Varianz-Kovarianz-Matrix  $R$  als Diagonalmatrix aufgebaut ist und auf der Diagonalen die Schätzung für die Varianz der Reststreuung  $\sigma_e^2$  und auf allen anderen Positionen Nullen aufweist. Die Schätzung von  $R$  wird mit  $\hat{R}$  bezeichnet.

Bei der Kalibrierung geht es letztlich darum, die Zufallseffekte für einen beliebigen Bestand, der bisher nicht in der Parametrisierungsgrundlage enthalten war, anhand von einigen Höhenmessungen zu schätzen. Dabei werden, wie in der Einleitung beschrieben, die verschiedenen Informationsquellen für die bestmögliche Schätzung der Höhen-Durchmesser-Beziehung genutzt. Liegen keine Höhenmessungen vor, so erfolgt die Schätzung nur unter Verwendung des standortsensitiven Modells (Formel 4b) unter ausschließlicher Verwendung der erklärenden Variablen. Liegt zu einem oder mehreren Zeitpunkten eine beliebige Anzahl von Höhenmessungen vor, so lassen sich die flächen- und aufnahmespezifischen Zufallseffekte schätzen und für eine genauere Schätzung bzw. Kalibrierung nutzen. Die Schätzung des Vektors der Zufallseffekte  $\hat{b}$  erfolgt dabei mit Hilfe einfacher Matrizenalgebra (Formel 7):

$$\hat{b} = \hat{D}Z^T(Z\hat{D}Z^T + \hat{R})^{-1}(y - \mu) \quad [7]$$

### Zusammenfassung

Aufbauend auf Überlegungen von Lappi (1997) und Mehtatalo (2004) wird ein Höhen-Durchmesser-Modell für Niedersachsen und Schleswig-Holstein entwickelt, dessen Koeffizienten als Funktionen des Alters beschrieben werden. Als Grundmodell wird die Höhenkurve von Näslund (1937) verwendet. Datenbasis sind ertragskundliche Versuchsflächen- und Bundeswaldinventurdaten aus Nordwestdeutschland. In Niedersachsen wurden zusätzlich Betriebsinventurdaten verwendet. Um das Modell als verallgemeinertes additives Regressionsmodell (gam) parametrisieren zu können, erfolgt eine Linearisierung der ursprünglich nicht-linearen Funktion. Die Beschreibung als (gam) ermöglicht eine direkte Quantifizierung der Alterstrends auch unter Berücksichtigung etwaiger nicht-linearer Zusammenhänge. In einem zweiten Schritt werden die abgeleiteten Alterstrends multiplikativ mit Standortvariablen verknüpft, womit eine Sensitivität des Modells bzw. der Höhen-Durchmesser-Beziehung gegenüber den jeweiligen Wuchsbedingungen erreicht wird. Somit ließe sich auch der potentielle Einfluss einer Klimaveränderung über die Veränderungen von Standortvariablen auf die Höhen-Durchmesser-Beziehung abbilden. Die Effekte der Standortvariablen sind überwiegend nicht-linear und werden über 'penalized' Regressionssplines in das Modell integriert. Die Integration einer räumlichen Trendfunktion ermöglicht zusätzlich die Erfassung von Ertragsniveauunterschieden. Der räumliche Trend wird über einen 2-dimensionalen 'penalized' Regressionsspline beschrieben (Wood 2006). Die Höhengschätzungen aus dem entwickelten Höhen-Durchmesser-Modell werden in einem dritten Schritt als 'a priori'-Schätzer in einem linearen gemischten Modell verwendet, um über die Quantifizierung von Zufallseffekten eine Kalibrierung des Modells an vorhandenen Höhenmessungen - beispielsweise aus Betriebsinventuren - zu ermöglichen. Das altersabhängige Höhen-Durchmesser-Modell ist nicht nur als Datenergänzungswerkzeug für Waldinventuren und die Initialisierung von Wachstumssimulatoren zu betrachten. Durch seinen longitudinalen Charakter stellt es ein standortsensitives, statisches Modell zur Beschreibung der Höhenveränderung über dem Alter und somit eine Alternative zu Höhenzuwachsmodellen dar.

### Danksagung

Herrn Suttmöller wird für die Regionalisierung der Klimavariablen gedankt.

### Literaturverzeichnis

- ARABATZIS, A.A. UND BURKHART H.E., 1992: An evaluation of samplings methods and model forms for estimating height-diameter relationships in loblolly pine plantations. *For. Sci.* 38: 192-198.
- CURTIS, R.O., 1967: Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-Fir. *For. Sci.* 13: 365-375.
- HUI, G.Y. UND GADOW, K. v., 1993. Zur Entwicklung von Einheitshöhenkurven am Beispiel der Baumart *Cunninghamia lanceolata*. *Allg. Forst- u. J.-Ztg.* 164. Jg., 12: 218-220.
- KENNEL, E., 1972: Waldinventur und Holzaufkommensprognose für Bayern. *Allgemeine Forstzeitschrift*: 615-616.
- KRAMER, H., 1964: Die Genauigkeit der Massenermittlung nach dem „Reihenverfahren“ – zu dem gleichlautenden Beitrag von Oberforstmeister von Laer. *Forst u. Holzwirt*: 140-141.
- LAER, W. v., 1964: Die Genauigkeit der Massenermittlung nach dem „Reihenverfahren“. *Forst u. Holzwirt*: 139-140.
- LANG, A., 1938: Bestandeseinheitshöhenkurven der Württembergischen Forsteinrichtungsanstalt. *Allgemeine Forst- u. Jagdzeitung*: 168-176.
- LARSEN, D.R. UND HANN D.W., 1987. Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. *Oregon State Univ. For. Res. Lab. Res. Pap.* 49.
- LAPPI, J., 1997: A longitudinal Analysis of height/diameter curves. *For. Sci.* 43: 555-570.
- MEHTÄTALO, L., 2004: A longitudinal height-diameter model for Norway spruce in Finland. *Can. J. For.* 131-140.
- MENZEL, A., 1997: Phänologie von Waldbäumen unter sich ändernden Klimabedingungen – Auswertung der Beobachtungen in den Internationalen Phänologischen Gärten und Möglichkeiten der Modellierung von Phänodaten. *Forstliche Forschungsberichte München*, Nr. 164: 147 S.
- MONTEITH, J.L., 1965: Evaporation and environment. *Symp. Soc. Exp. Biol.* 19: S. 205-224.
- NAGEL, J., 1991: Einheitshöhenkurvenmodell für Roteiche. *Allgemeine Forst- u. Jagdzeitung* 1: 16-18.
- NÄSLUND, M., 1937: Skogsförsöksanstaltens gallrings-försök i tallskog. *Medd. Statens Skogsförsöksanstalt* 29 (in Swedish): 169.
- PINHEIRO, J. C. AND BATES, D. M., 2000: *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. Springer. ISBN 0-387-98957-9: 528.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2007: *R. A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna.
- SCHMIDT, A., 1967: Der rechnerische Ausgleich von Bestandeshöhenkurven. *Forstwissenschaftliches Centralblatt* 86 (6): 370-382.
- SCHULLA, J., 1997: Hydrologische Modellierung von Flussgebieten zur Abschätzung der Folgen von Klimaänderung. *Diss.* 12018, ETH Zürich: 163 S.
- SCHULLA, J. AND JASPER, K., 2007: *Model Description WaSIM-ETH*. Technical report: 181 S.
- SPEKAT, A., ENKE, W., KREIENKAMP, F., 2006: Neuentwicklung von regional hoch aufgelösten Wetterlagen für Deutschland und Bereitstellung regionaler Klimaszenarien mit dem Regionalisierungsmodell WETTREG 2005 auf der Basis von globalen Klimasimulationen mit ECHAM5/MPI – OM T63L31 2010 bis 2100 für die SRES – Szenarien B1, A1B und A2. *Projektbericht im Rahmen des F+E-Vorhabens 204 41 138 „Klimaauswirkungen und Anpassung in Deutschland – Phase 1: Erstellung regionaler Klimaszenarien für Deutschland“*: 94 S.
- TEMESGEN H., GADOW K.v., 2004. Generalized height-diameter models—an application for major tree species in complex stands of interior British Columbia, *Eur. J. Forest Res.* 123: 45-51.
- UMWELTBUNDESAMT, 2007: Neue Ergebnisse zu regionalen Klimaänderungen. Das statistische Regionalisierungsmodell WETTREG. <http://www.umweltbundesamt.de/uba-info-presse/hintergrund/Regionale-Klimaaenderungen.pdf> : 27 S.
- WILPERT, K.v., 1990: Jahrringstruktur von Fichten in Abhängigkeit vom Bodenwasserhaushalt auf Pseudogley und Parabraunerde : ein Die zur Erfassung standortsspezifischer Wasserstreßdisposition. *Freiburger bodenkundl. Abhandlungen*, Nr.24: 184 S.
- WOOD, S. N., 2006: *Generalized Additive Models: An Introduction with R*. Boca Raton, Chapman and Hall-CRC: 416 S.