

Kalibrierfähige Modelle für simultane Prognosen von Durchmesser und Höhe bei Waldinventuren – Integrierte Nutzung von Langzeitbeobachtungen auf Versuchsflächen

Arne Nothdurft¹, Matthias Schmidt²

¹*Abteilung Biometrie und Informatik, FVA Baden-Württemberg, Wonnhaldestr. 4, 79100 Freiburg*

²*Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt, Grätzelstr. 2, 37079 Göttingen*

Zusammenfassung

Zur Prognose des Volumenzuwachses an genutzten und eingewachsenen Bäumen in Waldinventuren wurde ein Kalibrierungsschätzer basierend auf einem bivariaten, nichtlinearen und gemischten Wachstumsmodell zur simultanen Prognose von BHD und Höhe entwickelt. Das Modell wurde an Stammanalysedaten und Zeitreihenbeobachtungen aus ertragskundlichen Versuchsflächen parametrisiert und für Prognosen zum Stichtag der BWI2 verwendet, wobei die Beobachtungen der BWI1 und der Inventurstudie aus dem Jahr 2008 zur Kalibrierung genutzt wurden. Der Kalibrierungsschätzer weist einen geringeren Bias als die bisher angewendeten Bonitätsfächer auf, ist jedoch bezüglich der Prognosestreuung unterlegen.

Summary

A non-linear mixed model was built to predict volume increment for forest inventories. Model fitting was performed by means of longitudinal data from growth and yield trials. Predictions were obtained for BWI2 by using prior observations from BWI1 and "Inventurstudie 08" for calibrations. The calibration estimator proved to be superior in terms of bias compared with traditional site-index models, but showed larger RMSE.

Einleitung

Für die Schätzung des Volumens von einzelnen Bäumen werden bei Waldinventuren generell Regressionsmodelle in Abhängigkeit des Durchmessers und der Höhe angewendet. Der Volumenzuwachs eines Baumes wird durch die Differenz der Regressionsschätzungen zu zwei Zeitpunkten geschätzt. Der gesamte Volumenzuwachs muss bei Waldinventuren für die überlebenden, die genutzten und die in die Einschlusszonen eingewachsenen Bäume geschätzt werden. Weil die überlebenden Bäume, zumindest für die Durchmesser, Messwerte zu den jeweiligen Inventurstichtagen besitzen, kann ihr Zuwachs recht einfach bilanziert werden, wobei die Höhe üblicherweise als Funktion des Durchmessers und repräsentativ gemessener Höhen geschätzt wird. Für die Schätzung des Zuwachses der eingewachsenen und genutzten Bäume sind dagegen Prognosemodelle für den Durchmesser und die Höhe erforderlich. Zuwachsprognosen für die Beschreibung der zukünftigen Waldentwicklung erfordern in jedem Fall Prognosemodelle.

In dieser Studie wird ein Modell-Ansatz entwickelt, mit dem das Wachstum des Durchmessers und der Höhe gleichzeitig prognostiziert werden kann. Dafür wurden nichtlineare Modelle an Langzeitbeobachtungen aus Versuchsflächen angepasst. Es ist zu vermuten, dass die Beobachtungen an den Bäumen einer Versuchsfläche, und auch die Messwerte eines einzelnen Baumes korreliert sind. Diese Korrelation betrifft sowohl die Zuwachswerte von Durchmesser und Höhe untereinander als auch die Korrelation zwischen Durchmesser- und Höhenzuwachswerten. Der Idee gemischter Modelle folgend werden diese Korrelationen durch Gauss-verteilte Zufallsparameter berücksichtigt.

In Anlehnung an Hall & Clutter (2004) soll das bivariate Regressionsmodell auch die Korrelationen zwischen den Wachstumsgängen von Durchmesser und Höhe beschreiben. Damit könnte das Modell auch zur Ergänzung fehlender Messwerte von Baumhöhen angewendet werden. Zusätzlich soll dadurch auch die Höhenzuwachs-schätzung verbessert werden, da baumindividuelle Zuwachsgänge selbst in Fällen in denen keine Baumhöhenmessung vorliegt, geschätzt werden können. Die Datenergänzung fehlender Höhenwerte wird bisher durch traditionelle Bestandeshöhenkurven oder Einheitshöhenkurven erfüllt.

Durch diesen Beitrag soll verdeutlicht werden, dass die Stichprobendaten aus Waldinventuren für die Modellierung des Waldwachstums unzureichend sind, da noch keine langen Zeitreihen vorliegen, diese Zeitreihen sehr große Messintervalle aufweisen und auch nur wenige Einzelbaumzeitreihen innerhalb der Stichprobencluster zur Verfügung stehen. Insbesondere die Korrelationsstrukturen der Zufallsparameter sind so kaum zu erfassen. Zur Modellanpassung ist daher häufig ein Rückgriff auf Langzeitbeobachtungen von Versuchsflächen notwendig. Mit dem Vorwissen über die festen Modell-Parameter und die Zufallsparameter-Kovarianzen kann das Wachstumsmodell anschließend anhand der Beobachtungen von Waldinventur-Stichproben durch empirische Bayes-Schätzer effizient kalibriert werden.

Material

Modelldaten

Für die Modellanpassung wurden Daten aus Stammanalysen und Zeitreihendaten verwendet, die aus drei Quellen stammen (Tabelle 1), einer vom damaligen BMBF geförderten Messkampagne im Süd-Schwarzwald, von

Versuchsflächen der FVA Baden-Württemberg (FVA-BW) sowie der Nordwestdeutschen Versuchsanstalt (NW-FVA). Insgesamt wurden 51700 Baumhöhenmesswerte und 90357 BHD-Messwerte von 1625 Bäumen aus 374 Versuchspartellen bzw. Erhebungspunkten zur Modellparametrisierung verwendet. Weitere Kovariablen fanden keine Berücksichtigung. Einflussgrößen, die möglicherweise auf den Versuchsflächen erhoben wurden, wie z.B. die Kronenlänge oder die Nachbarschaftsbeziehungen, sind bei den Waldinventuren i.d.R. nicht bekannt. Es wurden verfügbare räumliche Kovariablen, wie klimatische und topographische Größen als weitere Regressoren getestet; ohne dass merkliche Modellverbesserungen erreicht werden konnten.

Studie	Plots	Bäume	Höhe	BHD	Baumarten
BMBF	106	778	17929	50761	Fichte, Tanne, Buche
FVA-BW	69	350	13579	19449	Fichte, Tanne, Douglasie
NW-FVA	199	497	20192	20192	Fichte, Douglasie, Kiefer, Eiche, Buche
Gesamt	374	1625	51700	90357	

Tabelle 1: Longitudinale Parametrisierungsdaten.

Evaluierungsdatensatz

Die parametrisierten Modelle wurden an einem umfangreichen Datensatz der Bundeswaldinventuren getestet. Es wurden die Messdaten aller Trakte der Bundeswaldinventur 1 (BWI1) aus dem Jahr 1987 und/oder der Bundeswaldinventur 2 (BWI2) aus dem Jahr 2002 verwendet, die im Jahr 2008 durch eine Inventurstudie (IS08) aufgenommen wurden. Die Evaluierungsdaten umfassen insgesamt 99592 Bäume an 9740 Traktecken von 3354 Trakten. Mit dem Vorwissen der Messdaten aus der BWI1 und der IS08 wurden Werte für den Zeitpunkt der BWI2 geschätzt. Die Prognosewerte wurden mit den tatsächlichen Messdaten verglichen und die Leistung der Schätzer anhand der mittleren Abweichung (Bias) und der Wurzel der mittleren Abweichungsquadrate (RMSE) eingeschätzt.

Methoden

Das bivariate nichtlineare gemischte Wachstumsmodell

Als nichtlineare Grundfunktion wurde die von SLOBODA (1972) entwickelte modifizierte Richards-Funktion verwendet

$$y = f(t|\phi) = \phi^{(1)} \cdot \left(\frac{y(t_0)}{\phi^{(1)}} \right)^{\exp \left[\frac{\phi^{(2)}}{(\phi^{(3)}-1) \cdot t^{(\phi^{(3)}-1)}} - \frac{\phi^{(2)}}{(\phi^{(3)}-1) \cdot t_0^{(\phi^{(3)}-1)}} \right]}$$

In Anlehnung an traditionelle site-index-Modelle (RENNOLS, 1995) ist darin $y(t_0)$ als freier Parameter für die Bonität im Referenzalter t_0 spezifiziert. Durch Fixierung von $t_0 = 50$ und die Berücksichtigung der gruppierten Datenstruktur in einem gemischten Modell erhält man für die l -te Beobachtung der Zielgröße BHD ($k=1$) bzw. Höhe ($k=2$) des Baumes j am Plot i im Alter t_{ijk}

$$y_{ijkl} = \phi_{ijk}^{(1)} \cdot \left(\frac{\phi_{ijk}^{(4)}}{\phi_{ijk}^{(1)}} \right)^{\exp \left[\frac{\phi_{ijk}^{(2)}}{(\phi_{ijk}^{(3)}-1) \cdot t_{ijkl}^{(\phi_{ijk}^{(3)}-1)}} - \frac{\phi_{ijk}^{(2)}}{(\phi_{ijk}^{(3)}-1) \cdot 50^{(\phi_{ijk}^{(3)}-1)}} \right]} + \epsilon_{ijkl}$$

Plots $i = 1, \dots, m$

Bäume $j = 1, \dots, n_i$

Zielvariable $k = \{1 = \text{BHD}, 2 = \text{Höhe}\}$

Beobachtung $l = 1, \dots, p_{ijk}$

In Matrix-Schreibweise ergibt sich für die höchste Hierarchieebene der Plots

$$y_i = [y_{i111}, \dots, y_{i11p_{i11}}, y_{i121}, \dots, y_{i12p_{i12}}, \dots, y_{in_i11}, \dots, y_{in_i1p_{in_i1}}, y_{in_i21}, \dots, y_{in_i2p_{in_i2}}]^T \\ = f(t_i|\phi_i) + \epsilon_i$$

Darin setzt sich der Parametervektor für den Plot i zusammen aus festen β und zufälligen, Gauß-verteilten b_i

$$\phi_i = A_i \beta + B_i b_i, \quad b_i \sim N(0, D_i);$$

er enthält die Parametervektoren der n_i Bäume übereinander geschachtelt

$$\phi_i = [\phi_{i1}, \phi_{i2}, \dots, \phi_{in_i}]^T$$

und für jeden Baum j das Pärchen $(\phi_{ij1}, \phi_{ij2})^T$ für den BHD und die Höhe

$$\phi_i = [\phi_{i11}, \phi_{i12}, \quad \phi_{i21}, \phi_{i22}, \quad \dots, \quad \phi_{in_i1}, \phi_{in_i2}]^T.$$

Für den Baum j am Plot i ist

$$\phi_{ij1} = [\phi_{ij1}^{(1)}, \phi_{ij1}^{(2)}, \phi_{ij1}^{(3)}, \phi_{ij1}^{(4)}]^T$$

für den BHD und

$$\phi_{ij2} = [\phi_{ij2}^{(1)}, \phi_{ij2}^{(2)}, \phi_{ij2}^{(3)}, \phi_{ij2}^{(4)}]^T$$

für die Höhe.

Der Vektor der festen Parameter β ist

$$\beta = [\beta_1^{(1)}, \beta_1^{(2)}, \beta_1^{(3)}, \beta_1^{(4)}, \beta_2^{(1)}, \beta_2^{(2)}, \beta_2^{(3)}, \beta_2^{(4)}]^T$$

Die Matrix A_i enthält die üblichen Koregressoren, und ist in diesem Fall die folgend spezifizierte Design-Matrix

$$A_i = \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \\ \vdots \\ \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$A_i = (n_i \cdot 2 \cdot r) \times \dim\{\beta\}$$

$r = 4$ Funktionsparameter

Es zeigte sich, dass die zwei Funktionsparameter $\phi^{(2)}$ und $\phi^{(4)}$ Zufallsparameter enthalten sollten, da diese Parameter die größte Variabilität aufweisen. Damit ist der Vektor der Zufallsparameter

$$b_i = [b_{i,1}^{(2)}, b_{i,1}^{(4)}, b_{i,2}^{(2)}, b_{i,2}^{(4)}, b_{i11}^{(2)}, b_{i11}^{(4)}, b_{i12}^{(2)}, b_{i12}^{(4)}, \dots, b_{in_i,1}^{(2)}, b_{in_i,1}^{(4)}, b_{in_i,2}^{(2)}, b_{in_i,2}^{(4)}]^T$$

Die mit b_i korrespondierende Design-Matrix B_i ist spezifiziert durch

$$B_i = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \vdots \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$B_i = (n_i \cdot 2 \cdot r) \times (s^{(i,1)} + s^{(i,2)} + n_i (s^{(j,1)} + s^{(j,2)}))$$

$s^{(i,k)} = 2$ Zufallsparameter auf Plot-Level für Variable k

$s^{(j,k)} = 2$ Zufallsparameter auf Baun-Level für Variable k

Die Zufallsparameter verhalten sich zwar wie Parameter, beschreiben aber lediglich wie sich die Gesamtstreuung aufteilt und werden nicht geschätzt, sondern werden vorhergesagt, wie weiter unten gezeigt wird. Im Zuge der Modellanpassung werden aber die Kovarianzen der Zufallsparameter in der Kovarianz-Matrix D_i durch likelihood-Maximierung geschätzt

$$D_i = Cov(b_i) = \begin{pmatrix} \Delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Delta_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Delta_2 \end{pmatrix} = \left(s^{(i,1)} + s^{(i,2)} + n_i \left(s^{(j,1)} + s^{(j,2)} \right) \right) \times \left(s^{(i,1)} + s^{(i,2)} + n_i \left(s^{(j,1)} + s^{(j,2)} \right) \right)$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} Var(b_{i,1}^{(2)}) & Cov(b_{i,1}^{(2)}, b_{i,1}^{(4)}) & Cov(b_{i,1}^{(2)}, b_{i,2}^{(2)}) & Cov(b_{i,1}^{(2)}, b_{i,2}^{(4)}) \\ Cov(b_{i,1}^{(2)}, b_{i,1}^{(4)}) & Var(b_{i,1}^{(4)}) & Cov(b_{i,1}^{(4)}, b_{i,2}^{(2)}) & Cov(b_{i,1}^{(4)}, b_{i,2}^{(4)}) \\ Cov(b_{i,1}^{(2)}, b_{i,2}^{(2)}) & Cov(b_{i,1}^{(4)}, b_{i,2}^{(2)}) & Var(b_{i,2}^{(2)}) & Cov(b_{i,2}^{(2)}, b_{i,2}^{(4)}) \\ Cov(b_{i,1}^{(2)}, b_{i,2}^{(4)}) & Cov(b_{i,1}^{(4)}, b_{i,2}^{(4)}) & Cov(b_{i,2}^{(2)}, b_{i,2}^{(4)}) & Var(b_{i,2}^{(4)}) \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} Var(b_{ij1}^{(2)}) & Cov(b_{ij1}^{(2)}, b_{ij1}^{(4)}) & Cov(b_{ij1}^{(2)}, b_{ij2}^{(2)}) & Cov(b_{ij1}^{(2)}, b_{ij2}^{(4)}) \\ Cov(b_{ij1}^{(2)}, b_{ij1}^{(4)}) & Var(b_{ij1}^{(4)}) & Cov(b_{ij1}^{(4)}, b_{ij2}^{(2)}) & Cov(b_{ij1}^{(4)}, b_{ij2}^{(4)}) \\ Cov(b_{ij1}^{(2)}, b_{ij2}^{(2)}) & Cov(b_{ij1}^{(4)}, b_{ij2}^{(2)}) & Var(b_{ij2}^{(2)}) & Cov(b_{ij2}^{(2)}, b_{ij2}^{(4)}) \\ Cov(b_{ij1}^{(2)}, b_{ij2}^{(4)}) & Cov(b_{ij1}^{(4)}, b_{ij2}^{(4)}) & Cov(b_{ij2}^{(2)}, b_{ij2}^{(4)}) & Var(b_{ij2}^{(4)}) \end{pmatrix}$$

Das an die Longitudinaldaten angepasste Modell soll für Vorhersagen von Inventurdaten angewendet werden. Dazu werden die Zufallsparameter durch den empirischen Bayes-Schätzer

$$\hat{b}_i \simeq \hat{D}_i \hat{Z}_i^T \left(\hat{Z}_i \hat{D}_i \hat{Z}_i^T + \hat{R}_i \right)^{-1} \hat{e}_i$$

als besten linearen unverzerrten Schätzer (BLUP) vorhergesagt. Hierbei werden vorläufige Vorhersagen $f_i(\theta_i^*, A_i^*, \hat{\beta})$ für die Alterswerte in θ^* mit Hilfe der Mittelwertkurven unternommen, die dann mit den prioren Kalibrierungsbeobachtungen

$$y_i^* = \left[y_{i111}^*, \dots, y_{i11p_{i11}}^*, y_{i121}^*, \dots, y_{i12p_{i12}}^*, \dots, y_{in_i11}^*, \dots, y_{in_i1p_{in_i1}}^*, y_{in_i21}^*, \dots, y_{in_i2p_{in_i2}}^* \right]^T$$

zu den empirischen Residuen

$$\hat{e}_i = y_i^* - f_i(\theta_i^*, A_i^*, \hat{\beta})$$

führen.

Weil die Grundfunktion nichtlinear in den Parametern und damit auch in den Zufallsparametern ist, erfolgt die Vorhersage der Zufallsparameter um eine Taylor-Erweiterung erster Ordnung herum mit

$$\hat{Z}_i = \hat{F}_i^T B_i$$

$$\hat{F}_i = \partial f_i(\theta_i^*, A_i^*, \hat{\beta}) / \partial (\hat{\beta})$$

Hiervon enthält die Matrix

$$\hat{F}_i = (n_i \cdot 2 \cdot r) \times \dim \{y_i^*\} =$$

$\partial_{i111}^{(1)}$...	$\partial_{i11p_{i11}}^{(1)}$	0	...	0	0	...	0	...	0	...	0
$\partial_{i111}^{(2)}$...	$\partial_{i11p_{i11}}^{(2)}$	0	...	0	0	...	0	...	0	...	0
$\partial_{i111}^{(3)}$...	$\partial_{i11p_{i11}}^{(3)}$	0	...	0	0	...	0	...	0	...	0
$\partial_{i111}^{(4)}$...	$\partial_{i11p_{i11}}^{(4)}$	0	...	0	0	...	0	...	0	...	0
0	...	0	$\partial_{i121}^{(1)}$...	$\partial_{i12p_{i12}}^{(1)}$	0	...	0	...	0	...	0
0	...	0	$\partial_{i121}^{(2)}$...	$\partial_{i12p_{i12}}^{(2)}$	0	...	0	...	0	...	0
0	...	0	$\partial_{i121}^{(3)}$...	$\partial_{i12p_{i12}}^{(3)}$	0	...	0	...	0	...	0
0	...	0	$\partial_{i121}^{(4)}$...	$\partial_{i12p_{i12}}^{(4)}$	0	...	0	...	0	...	0
...
...
0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i11}^{(1)}$...	$\partial_{in_i1p_{in_i1}}^{(1)}$	0	...	0	0
0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i11}^{(2)}$...	$\partial_{in_i1p_{in_i1}}^{(2)}$	0	...	0	0
0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i11}^{(3)}$...	$\partial_{in_i1p_{in_i1}}^{(3)}$	0	...	0	0
0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i11}^{(4)}$...	$\partial_{in_i1p_{in_i1}}^{(4)}$	0	...	0	0
0	...	0	0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(1)}$...	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(1)}$	0
0	...	0	0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(2)}$...	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(2)}$	0
0	...	0	0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(3)}$...	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(3)}$	0
0	...	0	0	...	0	0	...	0	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(4)}$...	$\partial_{in_i2p_{in_i2}}^{(4)}$	0

die partiellen Ableitungen

$$\partial_{ijkl}^{(r)} = \partial f(t_{ijkl}^*, \hat{\beta}) / \partial (\hat{\beta}_k^{(r)}), \quad r = 1, \dots, 4$$

Im Grunde konkurriert der Restfehler ϵ_i mit den Zufallsparametern in b_i bei der Parameterschätzung. Deshalb unterstellen wir zur Vereinfachung identisch und unabhängig Gauß-verteilte Restfehler in

$$\hat{R}_i = \begin{pmatrix} \hat{\Lambda}_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\Lambda}_{i2} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\Lambda}_{in_i} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\Lambda}_{i1} = \text{diag} \{ \hat{\sigma}_1^2 \cdot I [p_{i11}], \hat{\sigma}_2^2 \cdot I [p_{i12}] \}$$

$$\vdots$$

$$\hat{\Lambda}_{in_i} = \text{diag} \{ \hat{\sigma}_1^2 \cdot I [p_{in_i1}], \hat{\sigma}_2^2 \cdot I [p_{in_i2}] \}$$

Ergebnisse

In Abbildung 1 ist die Funktionsweise der Kalibrierung an einer Traktecke exemplarisch dargestellt. Die Leistung des vorgestellten Ansatzes wurde mit der von traditionellen Bonitätsfächern verglichen. Als Grundfunktion der Bonitätsfächer wurde die Funktion von SLOBODA (1972) aus Gleichung mit einem freien Parameter verwendet. Das Vergleichsmodell wurde an empirische Richtungsfelder aus durchschnittlichen Zuwachsraten der Bundeswaldinventuren angepasst. Mit den Bonitätsfächern wurden für den Zeitpunkt der BWI2 zweimal Vorhersagen vorgenommen, einmal vorwärts gerichtet ausgehend von der BWI1 (in den Ergebnistabellen durch W.1 dargestellt) und einmal zurück gerichtet ausgehend von der IS08 (in den Ergebnistabellen durch W.2 dargestellt). Die Leistung der Prognosemodelle wurde anhand des Bias und des RMSE beurteilt. Es wurden die jeweiligen Vorhersagen der Bonitätsfächer und der BLUPs für die gleichen Bäume verglichen. Bei den Vergleichen für die Vorhersagen der Höhen handelt es sich um die Bäume mit Höhenmessungen (Höhenmessbäume), bei den Vergleichen bezüglich der BHD-Vorhersagen sind das alle Bäume mit einem BHD-Messwert. Für eine detaillierte Untersuchung wurden die Resultate der BLUPs betrachtet, bei denen i) entweder nur zu einem Inventurstichtag eine Kalibrierungsbeobachtung zur Verfügung stand (A.1 bzw. A.2), oder ii) zu beiden Inventurstichtagen (B), oder iii) für alle Vorhersagen ungeachtet, wie viele Beobachtungen zur Kalibrierung verwendet werden konnten (C). Insgesamt zeigen der Kalibrierungsschätzer für die Vorhersagen der BHDs und Höhen einen geringen Bias als die Bonitätsfächer (vgl. die erste Zeile der Spalten W.1 und W.2 mit den Spalten C in Tabelle 2 und Tabelle 3). Die RMSEs des Kalibrierungsschätzers waren für die BHD-Prognosen größer als die der Bonitätsfächer. Die RMSEs des Kalibrierungsschätzers waren bei den vorwärts gerichteten Höhen-Prognosen (ausgehend von der BWI1) kleiner als die der Bonitätsfächer, und bei den rückwärts gerichteten Prognosen (ausgehend von der IS08) geringfügig größer.

BA	n	BLUP				W.2	BLUP		
		W.1	A.1	B	C		A.2	B	C
alle	99562	0.22	1.08	-0.40	-0.07	0.90	0.81	-0.68	0.32
Fi	32841	0.14	0.82	-0.53	-0.10	0.99	1.25	-1.04	0.38
Ki	30166	0.11	1.41	-0.14	0.15	1.00	0.81	-0.22	0.60
Bu	13005	0.36	1.05	-0.36	-0.10	0.84	0.93	-0.56	0.17
Ei	4126	0.06	1.54	-0.71	-0.41	0.84	0.63	-0.88	-0.34

Tabelle 2: Bias der BHD-Vorhersagen.

BA	n	BLUP				W.3	BLUP		
		W.1	A.1	B	C		A.2	B	C
alle	99562	0.42	-0.10	-0.21	-0.16	0.37	0.65	-0.22	0.36
Fi	32841	0.20	0.30	-0.32	0.08	0.55	0.60	-0.32	0.29
Ki	30166	0.52	-0.29	-0.09	-0.19	0.43	0.66	-0.10	0.50
Bu	13005	0.61	-0.48	-0.38	-0.43	0.09	0.71	-0.38	0.15
Ei	4126	0.52	-0.64	-0.32	-0.45	0.17	0.56	-0.32	-0.01

Tabelle 3: Bias der Höhen-Vorhersagen.

BA	n	W.1	BLUP			W.3	BLUP		
			A.1	B	C		A.2	B	C
allc	99562	2.93	4.80	2.87	3.41	1.95	2.68	3.20	2.86
Fi	32841	3.12	5.20	2.89	3.78	2.08	2.92	3.18	3.02
Ki	30166	2.02	2.67	1.43	1.73	1.66	1.93	1.59	1.87
Bu	13005	3.00	4.69	3.09	3.44	1.93	2.66	3.35	3.03
Ei	4126	2.49	4.41	3.75	3.85	1.82	2.46	3.92	3.46

Tabelle 4: RMSE der BHD-Vorhersagen.

BA	n	W.1	BLUP			W.3	BLUP		
			A.1	B	C		A.2	B	C
allc	99562	2.43	2.65	1.93	2.33	1.95	2.19	1.92	2.11
Fi	32841	2.11	2.67	1.61	2.35	1.57	1.87	1.61	1.78
Ki	30166	2.25	2.45	1.79	2.15	1.72	2.07	1.78	2.01
Bu	13005	2.76	2.80	2.15	2.48	2.37	2.29	2.15	2.22
Ei	4126	2.31	2.30	1.92	2.08	2.18	2.20	1.92	2.02

Tabelle 5: RMSE der Höhen-Vorhersagen.

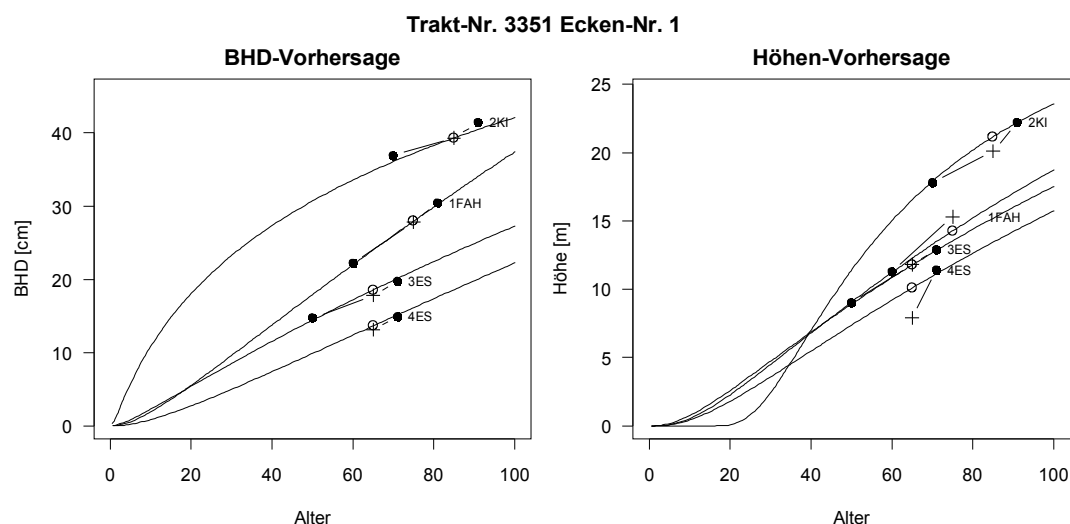


Abbildung 1: Beispiel einer Kalibrierung. Die Vorbeobachtungen zur Kalibrierung aus der BW11 und der IS08 sind durch Punkte gekennzeichnet. Die tatsächlichen, aber als unbekannt angenommenen Werte der BW12 sind als Plus-Symbole dargestellt. Die unterbrochenen Kurven zeigen die vorhergesagten Wachstumsverläufe. Die Vorhersagen zum Zeitpunkt der BW12 sind durch die kleinen Kreise gekennzeichnet. In der linken Grafik sind die Werte für die BHDs dargestellt und auf der rechten Seite für die Höhe.

Diskussion und Schlussfolgerungen

Die Leistung des Kalibrierungsschätzers ist, gemessen am Bias, erfreulich. Seine hohe Prognosestreuung ist jedoch noch unbefriedigend. Die Leistung der traditionellen Bonitätsfächer ist schwer zu übertreffen. Das mag daran liegen, dass diese Modelle direkt an das Bundeswaldinventur-Datenmaterial angepasst wurden, für welches auch die Prognosen vorgenommen wurden. Im Gegensatz dazu sind die Parameter des Kalibrierungsschätzers anhand eines separaten Stammanalyse-Versuchsflächen-Datensatz angepasst worden. Es gibt Anzeichen, dass die longitudinalen Parametrisierungsdaten der 1625 Bäume aus 374 Versuchspartzen bzw. Erhebungspunkten nicht ausreichen, um die gesamte Formenvielfalt der Wachstumsverläufe im deutschen Bundesgebiet zu beschreiben, zumal die Parametrisierungsdaten lediglich aus den Bundesländern Baden-Württemberg und Niedersachsen stammen.

Literaturverzeichnis

- RENNOLS, .K.: Forest height growth modelling. *Forest Ecology and Management*, 71(3): 217-225, 1995.
- SLOBODA, B.: Zur Darstellung von Wachstumsprozessen mit Hilfe von Differentialgleichungen erster Ordnung. *Mitteilungen der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg*, 32, 1971.
- HALL, D.B. & CLUTTER, M.: Multivariate multilevel nonlinear mixed effects models for timber yield predictions, *Biometrics*, 60(1), 16-24, 2004.