

Zur Variablentransformation in einzelbaumbasierten linearen Durchmesserzuwachsmodellen

Christoph Fischer

Abt. Waldwachstum, Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt, Göttingen

Zusammenfassung

Im Zusammenhang mit waldbaulichen Szenariensimulationen auf Bestandesebene oder bei großräumigen Holzaufkommensprognosen kommt es vermehrt zum Einsatz von Einzelbaum-Wachstumsmodellen. Entsprechend umfangreich ist die Anzahl veröffentlichter Studien, in denen Modelle zur Beschreibung des Durchmesserzuwachses behandelt werden. In den meisten Fällen erfolgt die Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Zuwachs und den Kovariablen mittels linearer Regression. Ergebnisse einer Literaturstudie belegen, dass im Falle linearer Grundflächen- bzw. Durchmesserzuwachsmodellierung bisher ausschließlich die logarithmische Transformation zur linksseitigen Variablentransformation verwendet wird. Diese wird häufig im Zusammenhang mit biologischen Daten eingesetzt, um elementare Voraussetzungen an statistische Analysen möglichst zu erfüllen. Eine bisher in der Waldwachstumsmodellierung nicht verwendete Alternative stellt die Box-Cox-Transformation dar.

Beide Transformationsansätze werden anhand eines einfachen, an Inventurdaten parametrisierten Einzelbaum-Grundflächenzuwachsmodells miteinander verglichen. Die Box-Cox-Transformation erweist sich im Hinblick auf die Modellgenauigkeit bzw. Prognosegüte als besser geeignet.

1 Einleitung

Die waldbaulichen Zielsetzungen, die im Rahmen einer multifunktionalen Waldwirtschaft umgesetzt werden, sehen eine deutliche Vermehrung strukturreicher Mischwälder vor. Vor dem Hintergrund einer zu erwartenden Zunahme extremer Witterungsereignisse und sich ändernden großklimatischen Verhältnissen (z. B. Niederschlags- Temperatursummen) wird durch Strukturreichtum, Baumartenvielfalt und standortgerechte Baumartenwahl eine erhöhte Stabilität der Waldbestände und damit eine Risikominimierung angestrebt. So zeigen die Auswertungen der Bundeswaldinventur 2, dass der Anteil einschichtiger Reinbestände am bestockten Holzboden in Deutschland nur 27 % beträgt. Den verbleibenden Anteil bilden Bestockungen mit entweder mehreren Baumarten und/oder mehreren Bestandesschichten (BMEL 2014a).

Die Anwendung von Ertragstafeln auf ungleichaltrige Mischbestände ist jedoch nicht mehr möglich (MONSERUD U. STERBA 1996), so dass zur Unterstützung von Planung und Bewirtschaftung Einzelbaummodelle entwickelt wurden. Bei diesem Ansatz wird ein Waldbestand als Aggregation einzelner Bäume verschiedener Arten, Alter und Dimensionen aufgefasst. Der große Vorteil gegenüber den Bestandesmodellen liegt in ihrer hohen Flexibilität. Dadurch werden auch Prognosen für heterogene Waldbestände möglich, in denen Baumartenzusammensetzung, Alters- und Vertikalstruktur und Raumbesetzungsmuster nahezu beliebig variieren können (NAGEL 1999). Darüber hinaus bieten Einzelbaummodelle die Möglichkeit, anhand von waldbaulichen Szenariensimulationen Hypothesen zu testen, so dass nicht auf jede neu aufkommende Fragestellung mit der Anlage langfristiger Versuchsflächen reagiert werden muss (PRETZSCH 2009).

Der Ansatz der Modellierung des Einzelbaumwachstums wurde erstmals von NEWNHAM (1964) aufgegriffen. Die weitere Entwicklung vollzog sich zunächst schwerpunktmäßig im nordamerikanischen Raum (z.B. BELLA 1971; STAGE 1973; EK U. MONSERUD 1974; WYKOFF 1990), seit Anfang der 90er Jahre vermehrt auch in Mitteleuropa (PRETZSCH 1992; HASENAUER 1994; MONSERUD U. STERBA 1996; NAGEL 1999).

Das Kernelement in Einzelbaummodellen ist die mathematisch-statistische Zuwachsprognose des Bruthöhendurchmessers (Bhd). Der Bhd zählt zu den wichtigsten forstlichen Kenngrößen überhaupt. Er ist die entscheidende Eingangsgröße bei der Volumen- und Biomasseermittlung auf Einzelbaum- und damit auch auf Bestandesebene. Neben verschiedenen Qualitätsmerkmalen ist der Bhd bei der Sortimentierung und der Bestimmung des ökonomischen Wertes eines Baumes ein wichtiges Kriterium. Beim Bewirtschaftungskonzept der Zielstärkenutzung fungiert der Bhd als Schwellenwert bei der Entscheidungsabwägung einer forstlichen Nutzung. Weitere wichtige Kenngrößen wie die Bestandesgrundfläche oder der Schlankheitsgrad eines Baumes werden aus dem Bhd hergeleitet.

Die statistische Modellierung des Durchmesserzuwachses kann einerseits über lineare Regressionsmodelle erfolgen. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung nichtlinearer Wachstumsfunktionen bzw. deren Ableitung (= Zuwachsfunktion). In beiden Ansätzen ist die Zielgröße entweder direkt der Durchmesserzuwachs oder der Grundflächenzuwachs des Einzelbaums, der in den Durchmesserzuwachs umgerechnet wird. Die zuwachssteuernden Einflussgrößen lassen sich zu drei Kategorien zusammenfassen: (1) Einzelbaummerkmale wie Bhd, Grundfläche, Baumhöhe, Kronenparameter, Alter; (2) Konkurrenzverhältnisse auf Bestandes- oder Einzelbaumebene; (3) Standortvariablen wie Wasser- und Nährstoffversorgung, Höhenlage, Exposition, Temperaturregime, etc.

In der Literatur werden verschiedene Kombinationen von Prädiktorvariablen zur Vorhersage des Zuwachses verwendet. So modellieren COLBERT ET AL. (2004) den Grundflächenzuwachs über eine Wachstumsfunktion in Abhängigkeit des Baumalters. YANG ET AL. (2009) verwenden eine Zuwachsfunktion und beziehen neben Einzelbaumattributen zusätzlich die Konkurrenzverhältnisse mit ein. Bei PRETZSCH ET AL. (2002), WEISKITTEL ET AL. (2007) und BOLANDSAS U. NAESSET (2009) wird direkt der Durchmesserzuwachs über nichtlineare Funktionen aus Einzelbaumattributen, Konkurrenzverhältnissen und verschiedenen Standortkenngößen geschätzt. Weitaus häufiger werden jedoch lineare Modelle verwendet, wobei stets Einzelbaumattribute und Konkurrenzindizes als Prädiktorvariablen einbezogen werden (COLE U. LORIMER 1994; NAGEL 1999; MAILLY ET AL. 2003; LEDERMANN 2010). Aufwendiger zu ermittelnde Standortkenngößen werden z.B. bei WYKOFF (1990), MONSERUD U. STERBA (1996), HÖKKÄ ET AL. (1997), SCHRÖDER ET AL. (2002), STERBA ET AL. (2002), ANDREASSEN U. TOMTER (2003), CONDES U. STERBA (2008), UZOH U. OLIVER (2008) UND PUKKALA ET AL. (2009) zusätzlich verwendet.

Bei den genannten linearen Ansätzen wird die Zielgröße immer logarithmisch transformiert, um die bei der Anwendung von Regressionsmodellen erforderlichen Voraussetzungen zu erfüllen. Dazu zählt neben Homoskedastizität und Normalverteilung der Residuen die Linearisierung des Zusammenhangs zwischen Antwortvariablen und Prädiktor.

In der vorliegenden Arbeit soll mit der Box-Cox-Transformation (BOX U. COX 1964) eine alternative und bisher im Bereich der Waldwachstumsmodellierung kaum verwendete Methode angewendet werden. Die Box-Cox-Transformation gehört zur Familie der Exponentialtransformationen und wurde von SAKIA (1992) ausführlich analysiert, während bei GARCIA (1983), EASTAUGH U. HASENAER (2010), MØNNES (2011) und SERINALDI ET AL. (2012) forstliche Anwendungsbeispiele gegeben sind. Im Gegensatz zur logarithmischen Transformation wird bei diesem Ansatz zunächst ein Transformationsparameter geschätzt, welcher unmittelbar von der Verteilung der Daten abhängt. Dadurch ist die Box-Cox-Transformation deutlich flexibler, d.h. die Umrechnung in die transformierte Skala erfolgt nicht in jedem Fall nach genau demselben Muster. Der vorliegenden Arbeit liegt die Überlegung zugrunde, dass sich diese Flexibilität auch auf die Anpassungs- und Vorhersagegüte statistischer Modelle auswirkt. Im Folgenden wird daher anhand eines einzelbaumbasierten Grundflächenzuwachsmo-
dells ein Vergleich zwischen der in der Waldwachstumsmodellierung weit verbreiteten logarithmischen Transformation und der Box-Cox-Transformation vorgenommen. In einem ersten Schritt wird ein lineares Grundflächenzuwachsmo-
dell formuliert. Durch eine geringe Anzahl an einfach zu ermittelnden Kovariablen soll das Modell robust und auch in Bezug auf eine spätere Anwendung möglichst flexibel sein. Als Datengrundlage dienen wiederholte Einzelbaummessungen, die im Rahmen forstlicher Großrauminventuren im nordwestdeutschen Raum erhoben wurden. Betrachtet werden die neun häufigsten Baumarten. Als abhängige Variable wird der fünfjährige Grundflächenzuwachs des Einzelbaums nach beiden Verfahren transformiert und das Modell baumartenweise parametrisiert. Anhand statistischer Validierungskriterien werden beide Transformationsverfahren verglichen und diskutiert. Die abschließend formulierten Modelle können darüber hinaus als Grundbaustein für großräumige Holzaufkommensprognosen auf Basis von Inventurdaten verwendet werden.

2 Material und Methoden

2.1 Datengrundlage

Die zur Modellparametrisierung verwendeten Daten wurden aus den Einzelbaummessungen der ersten und zweiten Bundeswaldinventur (BWI) in den Bundesländern Schleswig-Holstein und Niedersachsen und der Betriebsinventur der Niedersächsischen Landesforsten (BI) zusammengestellt.

Die BWI erfasst die großräumigen Waldverhältnisse deutschlandweit und ist damit wichtige Grundlage für forst-, handels- und umweltpolitische Planungen und Entscheidungen (BMEL 2014a). Die erste Aufnahme (BWI 1) fand in den Jahren 1986 bis 1989 auf dem Gebiet der alten Bundesländer statt. Die Wiederholungsinventur erfolgte auf der gesamten Bundesfläche zwischen 2001 und 2003 (BWI 2). Es handelt sich um eine terrestrische Stichprobeninventur mit permanenten Probepunkten. Die Stichproben sind im östlichen und südlichen Teil von Niedersachsen in einem quadratischen Rasterverband mit Abständen von 4 km angeordnet. Im westniedersächsischen Tiefland ist das Netz auf 2,83 x 2,83 km, in Schleswig-Holstein auf 2 x 2 km verdichtet. Jede Stichprobe besteht aus einem Quadrat mit einer Seitenlänge von 150 m. Sofern ein Eckpunkt (Stichprobenelement) des Quadrates im Wald liegt, wird an diesem eine terrestrische Aufnahme durchgeführt. Die Aufnahme des Derbholzbestandes (Bhd ≥ 10 cm bei BWI 1, Bhd ≥ 7 cm bei BWI 2) erfolgt vom Eckpunkt aus durch eine Winkelzählprobe mit Zählfaktor 4. An allen erfassten Bäumen werden u.a. Baumart, Bhd, Alter und die Stammfußkoordinaten aufgenommen.

Bei der BI handelt es sich seit 1999 um eine zweiphasige Stichprobeninventur im niedersächsischen Landeswald auf Forstamtsebene mit einem Turnus von 10 Jahren (BÖCKMANN ET AL. 1998). In der ersten Phase werden in einem 100 m x 100 m-Raster Stichprobenpunkte ausgewiesen und per Luftbildinterpretation einem von acht Straten zugewiesen, die sich aus der Baumartengruppe (Laubholz bzw. Nadelholz) und vier Altersklassen zusammensetzen (< 40 Jahre, > 40-80 Jahre, > 80-120 Jahre, > 120 Jahre). In der zweiten Phase wird aus jedem Stratum ein bestimmter Anteil der Probepunkte ausgewählt an dem dann die terrestrische Aufnahme erfolgt. Das Probeflächendesign besteht aus zwei gestaffelten Probekreisen mit identischem Mittelpunkt. Im inneren Kreis ($r = 6$ m) werden alle Bäume mit Bhd ≥ 7 cm erfasst, im äußeren Kreis ($r = 13$ m) nur Bäume mit Bhd ≥ 30 cm. Zusätzlich zum Bhd werden auch die Baumkoordinaten, die Baumart und das Baumalter erhoben (Niedersächsisches Forstplanungsamt 2001).

Aus beiden Inventuren liegen einmalige Wiederholungsmessungen auf Einzelbaumebene vor. Datengrundlage für die ausgewählten Baumarten in der vorliegenden Auswertung bilden 3753 Probepunkte der BWI und 12173 Probepunkte der BI. Mit annähernd 30000 bzw. 27000 Zuwachsmessungen liegt für Buche und Fichte die größte Anzahl an Datensätzen vor. Es folgen Kiefer (15485) und Eiche (12032) vor den übrigen Baumarten mit 1525 – 6150 Messungen (Tabelle 1).

Tabelle 1: Beschreibende Statistik des Datenmaterials nach Baumarten

Botanischer Name	Verwendete Bezeichnung	N	Bhd (cm)		Alter (Jahre)	
			Mittel	Spanne	Mittel	Spanne
<i>Quercus robur</i> , <i>Q. petraea</i>	Eiche	12032	34,6	7,0-97,1	57	17-174
<i>Fagus sylvatica</i>	Buche	29809	32,5	7,0-73,9	85	20-179
<i>Betula pendula</i> , <i>B. pubescens</i>	Birke	3136	17,4	7,0-64,5	35	14-114
<i>Fraxinus excelsior</i>	Esche	2957	30,1	7,0-107,5	55	15-151
<i>Acer pseudoplatanus</i>	Bergahorn	1999	17,1	7,0-108,5	36	14-150
<i>Picea abies</i>	Fichte	26825	32,2	7,0-96,8	53	18-120
<i>Pinus sylvestris</i>	Kiefer	15485	31,0	7,0-80,0	54	19-150
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglasie	1525	30,9	7,0-102,2	38	13-96
<i>Larix decidua</i>	Lärche	6150	35,7	7,0-81,8	51	19-149

2.2 Modellkonstruktion

Bei der Modellierung des Durchmesser- bzw. Grundflächenzuwachs eines Baumes hat sich der Bhd in vielen Studien als signifikante Kovariable erwiesen (WYKOFF 1990; HÖKKÄ ET AL. 1997; MAILLY ET AL. 2003), so dass dieser auch in der vorliegenden Arbeit in das Modell aufgenommen wurde. Standortsscharakteristika wie Nährstoff- und Wasserhaushalt, Geländehöhe, Exposition, Temperatursummen sind weitere entscheidende Einflussgrößen, um die standortsbedingte Variation des Einzelbaumzuwachses zu erklären. Zwar wird dadurch die ökologische Plausibilität und ggf. die Genauigkeit der Vorhersage erhöht, doch ist für die Modellanwendung stets ein höherer Umfang an

mitunter schwieriger zu ermittelnden Eingangsinformationen erforderlich, was die Praktikabilität deutlich einschränkt. Alternativ wird daher oftmals der Site-Index, also die potentielle Bestandesoberhöhe zu einem bestimmten Bezugszeitpunkt, als indirekter Standortindikator verwendet (MAILLY ET AL. 2003; UZOH U. OLIVER 2008). Eine zuverlässige Berechnung des Site-Index auf Basis des vorliegenden Datenmaterials ist jedoch nicht möglich, da Einzelbaum-Höhenmessungen an den Stichprobepunkten in beiden Inventurverfahren nur in sehr geringem Umfang erfolgen. Um dennoch einen Standorteffekt im Modell abzubilden, wurde das Baumalter als weitere Kovariable implementiert. Standorteinflüsse können so indirekt über den Bhd bei gleichzeitiger Betrachtung des Alters ausgedrückt werden. D.h. es wird unterstellt, dass bei gleichen Ausgangsbedingungen ein dickerer Baum bessere Standortverhältnisse abbildet als dünner Baum gleichen Alters.

Es existiert eine Vielzahl von Indizes, die die baumindividuelle Konkurrenzsituation quantifizieren (BIGING U. DOBBERTIN 1995). In distanzbasierten Ansätzen wird das räumliche Verteilungsmuster der Bäume berücksichtigt, wodurch sich die exakten Nachbarschaftsverhältnisse abbilden lassen (BIGING U. DOBBERTIN 1992). Diese verbessern in einigen Untersuchungen die Zuwachsschätzung gegenüber distanzunabhängigen Konkurrenzindizes (CONTRERAS ET AL. 2011), Voraussetzung ist jedoch die vollständige Erfassung aller Bäume inkl. ihrer Koordinaten auf Probeflächen mit fester Größe. Zwar sind in den verwendeten Inventurdaten die Koordinaten aller vermessenen Bäume enthalten, allerdings handelt es sich nicht um Vollaufnahmen auf einer fest definierten Fläche. Die Auswahlwahrscheinlichkeit eines Baumes ist stattdessen abhängig von seinem Bhd, so dass der Flächenbezug jedes Baumes durch einen individuellen Repräsentationsfaktor ausgedrückt wird. Um den Einfluss der Konkurrenzsituation auf den Zuwachs dennoch zu berücksichtigen, wurde mit dem BAL (basal area in larger trees, WYKOFF ET AL. 1982) ein distanzunabhängiger Konkurrenzindex in das Modell übernommen. Dieser beschreibt die soziale Stellung eines Baumes und ist über die Berechnung des baumindividuellen Grundflächenperzentils relativ einfach herzuleiten. Im Gegensatz zu einem Durchmesserperzentil weist der BAL plausibles Verhalten in Bezug auf Änderungen der Konkurrenzverhältnisse auf. So verringert sich bspw. der Wert des Durchmesserperzentils eines Bezugsbaumes, wenn ein anderer Baum mit geringerem Durchmesser ausscheidet (WYKOFF 1990; MONSERUD U. STERBA 1996). Im praktischen Fall würde sich also nach einer Niederdurchforstung der Konkurrenzdruck auf die verbleibenden Bäume erhöhen. Diese Inkonsistenz tritt bei der Verwendung des BAL nicht auf, da dessen Wert im genannten Fall unverändert bleibt.

Entsprechend der Auswahl der drei Kovariablen besitzt das gewählte Modell zur Beschreibung des Grundflächenzuwachses die allgemeine Form

$$y = f(Bhd, Alter, BAL) \quad (1)$$

Bei den erklärenden Variablen kann erfahrungsgemäß nicht von streng linearen Effekten ausgegangen werden, was auch anhand der o.g. Studien belegt ist. Die Verlaufsformen der partiellen Kovariableneffekte wurden daher zunächst über ein Verallgemeinertes Additives Modell (GAM, WOOD 2006) visuell überprüft. Anschließend wurden die Kovariablen durch die Wahl einer geeigneten Transformationskombination linear approximiert, so dass sich der fünfjährige Grundflächenzuwachs $iG5$ [cm²] eines Baumes beschreiben lässt über

$$iG5 = a + b \cdot Bhd + c \cdot Bhd^2 + d \cdot \ln(Alter) + e \cdot BAL \quad (2)$$

In Anlehnung an Untersuchungen mit vergleichbarer Datengrundlage (MONSERUD U. STERBA 1996; ANDREASSEN U. TOMTER 2003; PUKKALA ET AL. 2009) wurde das Modell ohne Zufallseffekte formuliert. Aufgrund der sehr hohen Anzahl an systematisch verteilten Stichprobenpunkten (> 15000), einer vergleichsweise geringen Anzahl an Messungen je Probepunkt und keiner Messwiederholung auf Einzelbaumebene (je Baum liegt genau ein Zuwachswert vor), wurde eine Gruppierungsstruktur in den Daten als vernachlässigbar befunden.

Voraussetzungen für die methodisch korrekte Verwendung von Regressionsanalysen sind die Normalverteilung der Modellresiduen und deren Varianzhomogenität über den gesamten Wertebereich des Prädiktors. Um diese Bedingungen zu erfüllen, wurde in zahlreichen Studien bei linearen Durchmesserzuwachsmo-
dellem eine logarithmische Transformation der Zielgröße durchgeführt (WYKOFF

1990; COLE U. LORIMER 1994; MONSERUD U. STERBA 1996; HÖKKÄ ET AL. 1997; NAGEL 1999; SCHRÖDER ET AL. 2002; STERBA ET AL. 2002; ANDREASSEN U. TOMTER 2003; MAILLY ET AL. 2003; CONDES U. STERBA 2008; UZOH U. OLIVER 2008; PUKKALA ET AL. 2009; LEDERMANN 2010; POKHAREL U. DECH 2012). Der Zusammenhang zwischen Originalskala und transformierter Ebene einer Variablen y ist dabei gegeben durch

$$\begin{aligned} y' &= \ln(y) \\ y &= \exp^{y'} \end{aligned} \quad (3)$$

Eine Alternative stellt die Box-Cox-Transformation (BOX U. COX 1964; SAKIA 1992) dar, die zu der Gruppe der Exponentialtransformationen zählt. Zwischen der transformierten Form und dem Ausgangszustand gilt der Zusammenhang

$$\begin{aligned} y' &= \frac{y^\lambda - 1}{\lambda} \quad \lambda \neq 0 \\ y' &= \ln(y) \quad \lambda = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Der Wert des Transformationsparameters λ kann iterativ über die Maximum-Likelihood-Methode geschätzt werden (VENABLES U. RIPLEY 2002)

$$L(\lambda) = -\frac{1}{2}n \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln(y) \quad (5)$$

wobei SSE die Summe der quadrierten Residuen eines zu definierenden linearen Modells darstellt (SAKIA 1990, 1992). Der Wert für λ ist an der Stelle optimal, an der L ein Maximum aufweist.

Die Rücktransformation bei $\lambda \neq 0$ ist gegeben durch

$$y = (y' \cdot \lambda + 1)^{\frac{1}{\lambda}} \quad (6)$$

Die abschließend formulierten Modelle zur Vorhersage des Grundflächenzuwachses lauten

$$\ln(iG5) = a + b \cdot Bhd + c \cdot Bhd^2 + d \cdot \ln(Alter) + e \cdot BAL \quad (7)$$

für die logarithmische Transformation und

$$\frac{iG5^\lambda - 1}{\lambda} = a + b \cdot Bhd + c \cdot Bhd^2 + d \cdot \ln(Alter) + e \cdot BAL \quad (8)$$

für die Box-Cox Transformation.

Eine Konsequenz bei der Anwendung von Transformationen besteht darin, dass die Rücktransformation der Vorhersagewerte in die Originalskala zu systematisch verzerrten Schätzungen führt (Bias). Um diesen Effekt zu vermeiden, existieren diverse Korrekturfaktoren (z.B. SPRUGEL 1983; SNOWDON 1991; SMITH 1993). Zur methodischen Vergleichbarkeit wurde für beide Transformationsverfahren ein einheitlicher Korrekturfaktor verwendet, der als Quotient aus den Summen der Vorhersagewerte und der Beobachtungswerte berechnet wird:

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i} \quad (9)$$

mit n = Anzahl der Beobachtungen; y_i = Beobachtungswerte; $\hat{y}_i$ = Schätzwerte auf rücktransformierter Ebene. Durch Multiplikation der rücktransformierten Werte mit γ ist sichergestellt, dass der mittlere vorhergesagte Grundflächenzuwachs dem mittleren beobachteten Grundflächenflächenzuwachs entspricht (ANDREASSEN U. TOMTER 2003; CONDES U. STERBA 2005, 2008).

2.3 Modellvalidierung

Der Vergleich beider Transformationsansätze erfolgte anhand einer Kreuzvalidierung einfacher Modellstatistiken auf rücktransformierter Ebene. Der mittlere quadratische Fehler (MSE) ist ein Maß für die Schätzgenauigkeit des Modells und ergibt sich durch

$$MSE = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad (10)$$

Die Stärke des Zusammenhangs zwischen Beobachtungs- und Vorhersagewerten errechnet sich aus dem Korrelationskoeffizienten

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2}} \quad (11)$$

Aus den für jede Baumart zur Verfügung stehenden Gesamtdaten wurden zufällig 75 % der Beobachtungen ausgewählt. An diesem Teildatensatz wurde eine Parametrisierung des Grundflächenzuwachsmoells (7) bzw. (8) nach beiden Transformationsmethoden durchgeführt. Das Vorgehen wurde einhundertfach wiederholt, so dass anhand der resultierenden Verteilungen von MSE und r ein statistisch zuverlässiger Vergleich beider Transformationsansätze erfolgen konnte.

In einem zweiten Schritt wurden die Modelle baumartenweise am kompletten Datensatz parametrisiert. Die Residuenstruktur wurde sowohl auf transformierter als auch auf rücktransformierter Ebene mittels grafischer Analyse untersucht. Über den mittleren Bias wurde zusätzlich die systematische Verzerrung quantifiziert

$$MB = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \hat{y}_i}{n} \quad (12)$$

Als Beurteilungskriterium der Modellgüte wurde das angepasste Bestimmtheitsmaß verwendet, das die Anzahl der Parameter p im Modell berücksichtigt (CORRAL RIVAS ET AL. 2004)

$$R^2_{adj} = 1 - (n-1) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{(y'_i - \hat{y}'_i)^2}{n-p} \cdot \sum_{i=1}^n (y'_i - \bar{y}'_i) \quad (13)$$

mit $y'_i, \hat{y}'_i$ = Beobachtungs- bzw. Schätzwerte auf transformierter Ebene.

3 Ergebnisse

Die Ergebnisse der einhundertfachen Kreuzvalidierung zeigen für den mittleren quadratischen Fehler (MSE) des Modells erhebliche Unterschiede zwischen beiden Transformationsmethoden (Abbildung 1). Auffallend ist, dass sich die Verteilungen lediglich bei Lärche und in geringem Maße auch bei Birke überlappen. In allen übrigen Fällen sind die Vorhersagefehler nach der Box-Cox-Transformation der abhängigen Variablen eindeutig geringer als nach logarithmischer Transformation. Bei den Laubbaumarten Eiche, Buche, Esche und Ahorn sind die Unterschiede am stärksten ausgeprägt. Die Mediane bei logarithmisch transformierter Antwortvariablen liegen hier im Schnitt um etwa 15 % höher. Die Größenordnungen der MSE variieren zwischen den Baumarten deutlich. Allerdings ist dies kein exakter Indikator für die Beurteilung der Modellgenauigkeit im Baumartenvergleich. Da der MSE auch abhängig von der Größenordnung der Antwortvariablen ist, sind bei zuwachsstärkeren Baumarten wie Fichte und Douglasie höhere Fehler festzustellen als z.B. bei den zuwachsschwächeren Birken.

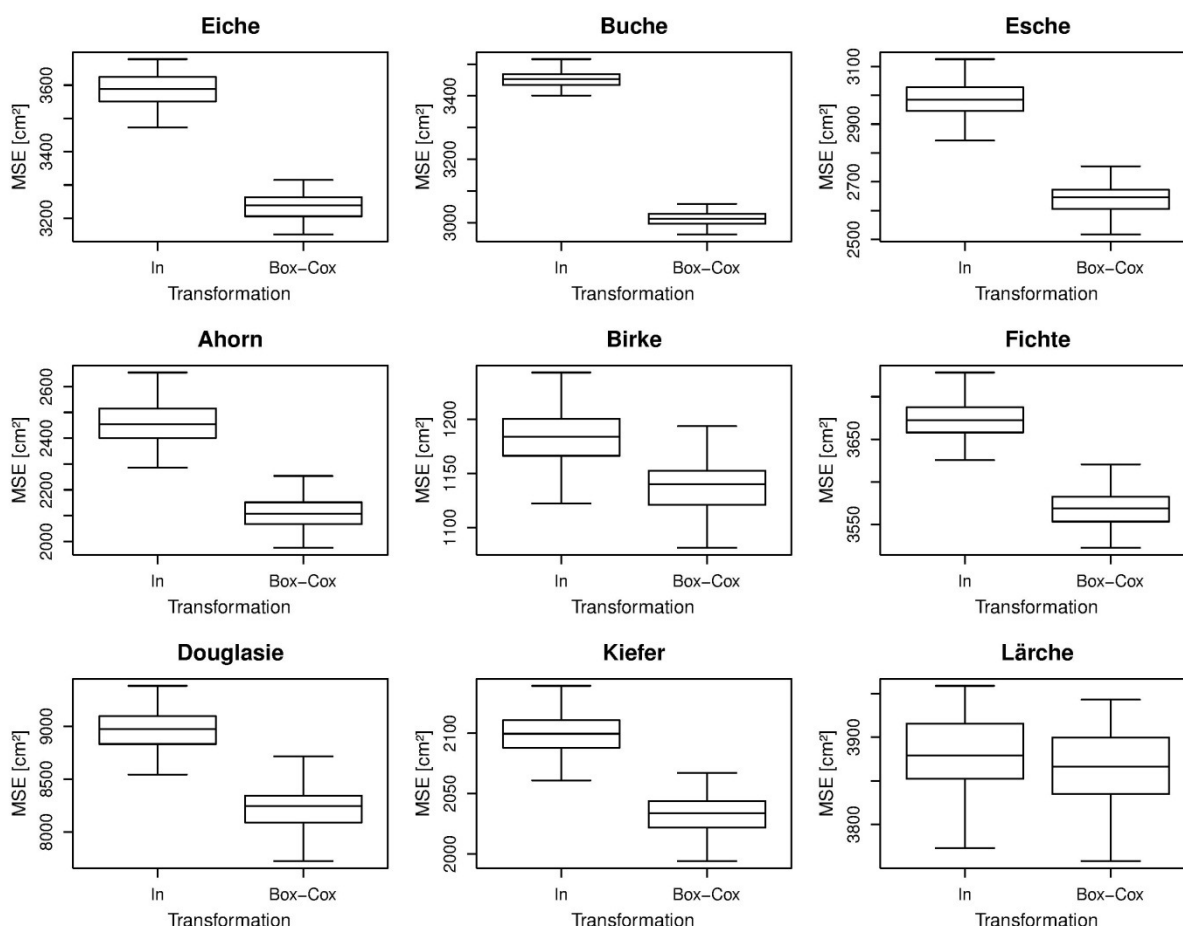


Abbildung 1: Verteilungen des MSE nach einhundertfacher Kreuzvalidierung für die Modellanpassungen mit logarithmisch- und Box-Cox-transformiertem Grundflächenzuwachs

Die Quantifizierung des linearen Zusammenhangs zwischen gemessenen und vorhergesagten Grundflächenzuwächsen ist demgegenüber auch für einen Baumartenvergleich geeignet. Der Korrelationskoeffizient r ist normiert und kann bei positiven Zusammenhängen maximal den Wert eins annehmen. Die Ergebnisse zeigen, dass mit Box-Cox-transformierter Antwortvariablen eine Verbesserung der Schätzungsgüte erreicht wird (Abb. 2), wobei bei den Laubbäumen die Unterschiede deutlicher sind als bei den Nadelbäumen. So liegen die Werte für r nach Box-Cox-Transformation bei Eiche, Buche, Esche und Ahorn im Mittel um drei Prozentpunkte höher als nach logarithmischer Transformation. Etwas geringer sind die Unterschiede bei Fichte, Kiefer und Douglasie. Der stärkste Zusammenhang zwischen gemessenen und vorhergesagten Grundflächenzuwächsen ist bei Eiche, Buche, Esche und Douglasie festzustellen. Für beide Transformationsarten liegen die Werte über 0.71. Demgegenüber weisen Birke, Fichte und Lärche geringere Werte im Bereich zwischen 0.5 und 0.6 auf.

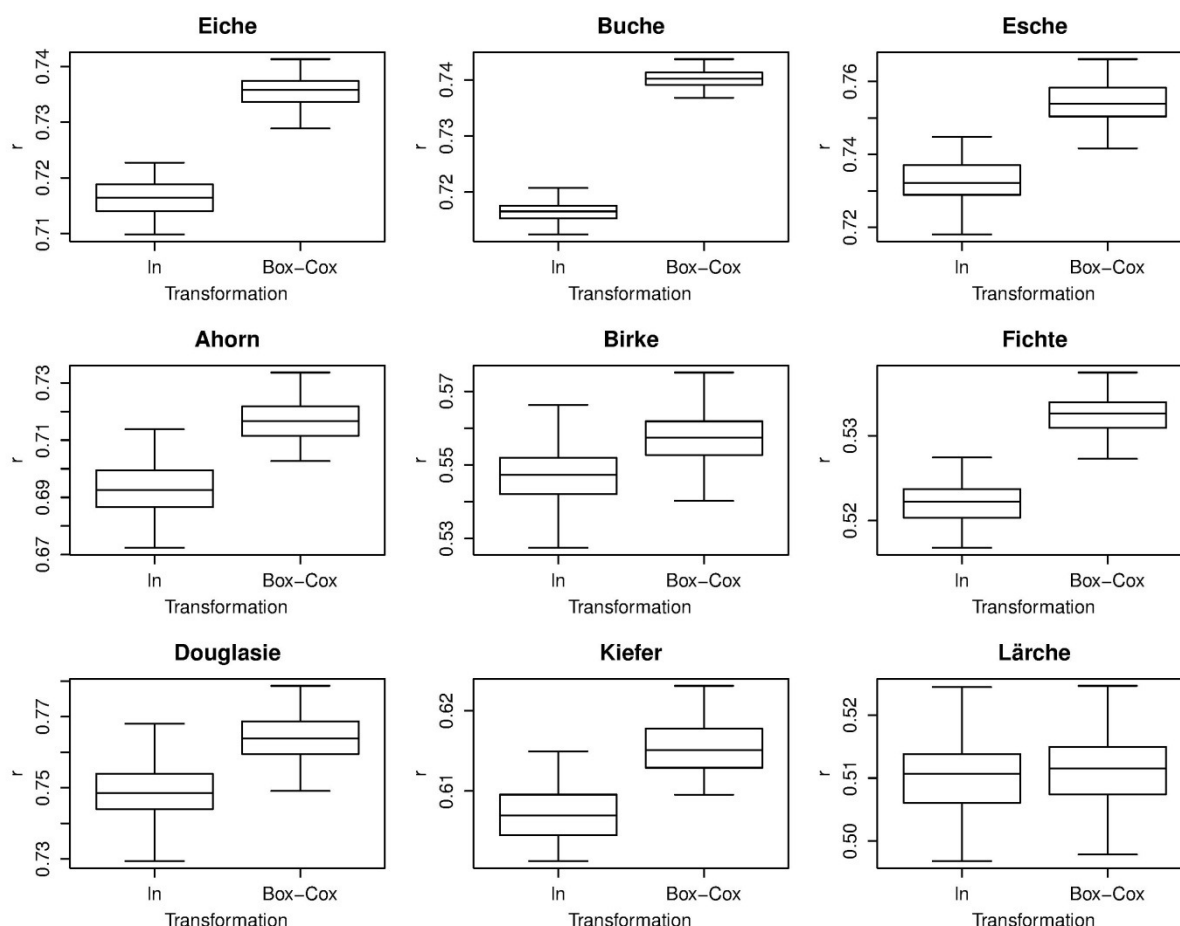


Abbildung 2: Verteilungen des Korrelationskoeffizienten (r) nach einhundertfacher Kreuzvalidierung für die Modellanpassungen mit logarithmisch- und Box-Cox-transformiertem Grundflächenzuwachs

Die grafisch dargestellten Ergebnisse der Kreuzvalidierung wurden zusätzlich statistisch überprüft (Tab. 2). Anhand eines t-Tests für gepaarte Stichproben wurden signifikante Unterschiede der Validierungskenngrößen MSE und r ermittelt. Die Anwendung der Box-Cox-Transformation führt bei allen Baumarten zu signifikant niedrigeren MSE und höheren r , und damit zu einer Verbesserung der Modellgüte.

Tabelle 2: Test auf Unterschiede des mittleren quadratischen Fehlers (MSE) und des Korrelationskoeffizienten (r) zwischen beiden Transformationen. Verglichen wurden die Verteilungen nach einhundertfacher Kreuzvalidierung (gepaarter t-Test, $\alpha = 0.05$ bei 99 Freiheitsgraden)

Baumart	MSE		r	
	t-Wert	p-Wert	t-Wert	p-Wert
Eiche	202.97	0.0000	-207.43	0.0000
Buche	395.55	0.0000	-384.08	0.0000
Esche	91.90	0.0000	-93.03	0.0000
Bergahorn	90.80	0.0000	-83.84	0.0000
Birke	67.17	0.0000	-61.09	0.0000
Fichte	227.14	0.0000	-213.25	0.0000
Kiefer	170.62	0.0000	-151.41	0.0000
Douglasie	87.72	0.0000	-75.97	0.0000
Lärche	32.45	0.0000	-18.58	0.0000

Zur Analyse der Residuenstruktur wurden die Modelle baumartenweise am gesamten zur Verfügung stehenden Datensatz parametrisiert. Die Verläufe der mittleren Residuen als Funktion des prognostizierten Grundflächenzuwachses sind in Abb. 3 dargestellt. Betrachtet man die partiellen Verläufe der mittleren Residuen über den Vorhersagewerten, so sind gerichtete Abweichungen vom Erwartungswert erkennbar. In den meisten Fällen sind die mittleren Residuen bei kleineren bzw. mittleren Vorhersagewerten positiv, so dass die Modelle in diesem Bereich unterschätzen. Mit größeren Vorhersagewerten kehrt sich dieser Trend um, was zunehmend zu systematischer Überschätzung führt. Ausnahmen bilden sowohl Lärche als auch Douglasie. Während bei der Lärche auch bei größeren Vorhersagewerten keinen gerichteten Abweichungen erkennbar sind, verlaufen bei der Douglasie die mittleren Residuen zunehmend im positiven Wertebereich. Unterschiede zwischen den Transformationsansätzen sind deutlich erkennbar. Die Kurven für das Box-Cox-Modell verlaufen näher an der Referenzlinie und weisen weniger starke Ausreißer auf. Die Schätzungen sind dadurch insgesamt homogener. Der Korrekturfaktor aus Gleichung (9) bewirkt aber bei beiden Transformationen, dass der mittlere Bias (MB) bei allen Baumarten nach Rücktransformation null ist, d.h. positive und negative Residuen gleichen sich insgesamt aus.

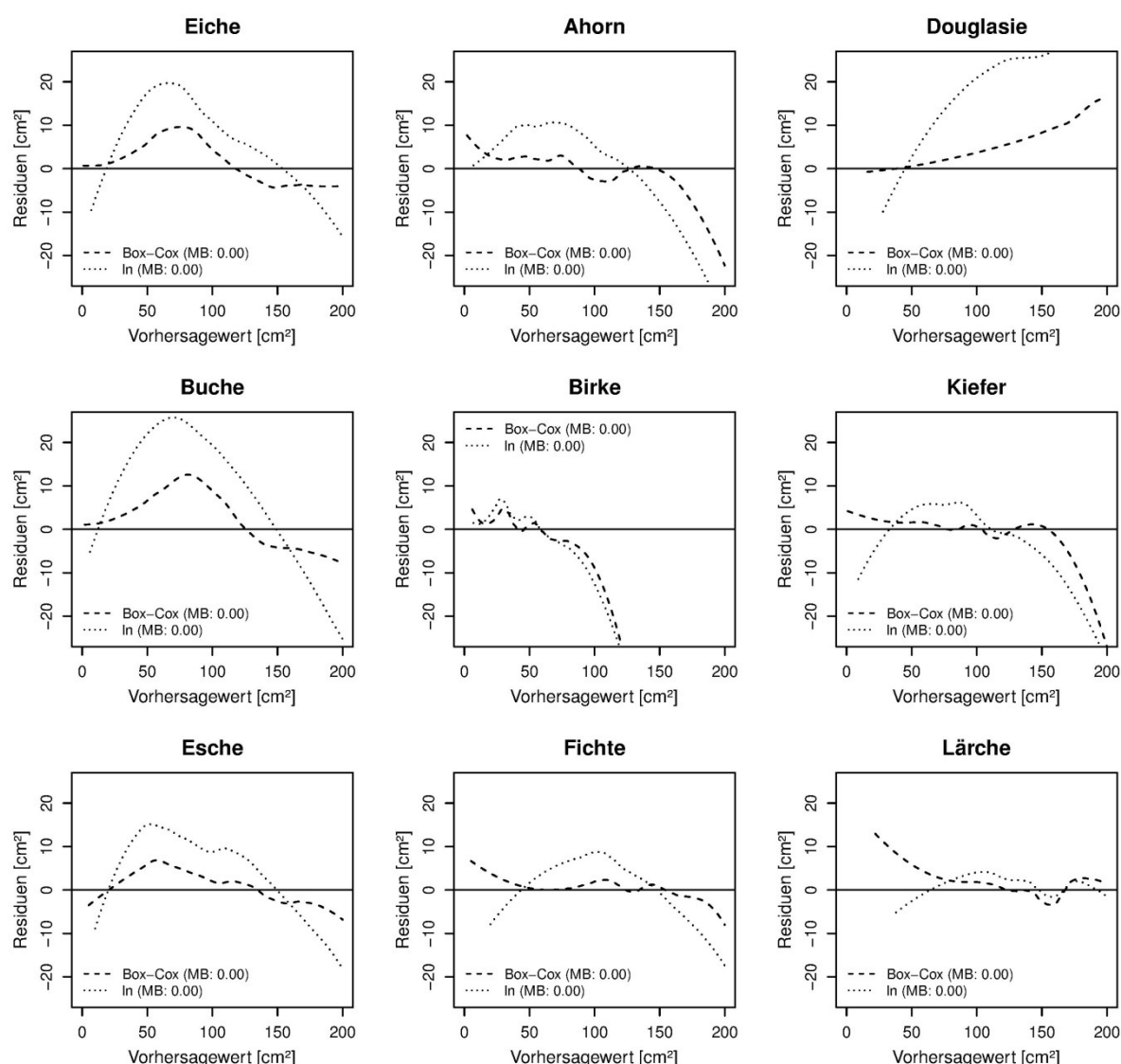


Abbildung 3: Mittlere Residuen als Funktion des vorhergesagten Grundflächenzuwachses nach baumartenweiser Modellparametrisierung am Gesamtdatensatz. MB: mittlerer Bias berechnet als arithmetisches Mittel der Residuen

Die Analyse der Modellresiduen auf transformierter Ebene erfolgt über einen grafischen Vergleich empirischer und theoretischer Quantile (Q-Q-Plot). Die empirischen Quantile berechnen sich aus den Modellresiduen, d.h. für jeden Wert wird eine empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeit (Quantil) bestimmt. Aus den Schätzungen von Mittelwert und Standardabweichung der unterstellten

Normalverteilung lassen sich über die inversen Verteilungsfunktionen die theoretischen Quantile herleiten. Liegen empirische und theoretische Quantile auf einer Linie, stammen die Beobachtungswerte aus der angenommenen Verteilung. In diesem Fall kann also davon ausgegangen werden, dass die Modellresiduen einer Normalverteilung folgen. Nach logarithmischer Variablentransformation zeigen die Modellresiduen bei allen Baumarten eindeutige Ausreißertendenzen im unteren Quantilsbereich (Abb. 4). Die Muster weisen auf unsymmetrische Verteilungen hin, da die Beträge der negativen Werte im unteren Quantilsbereich größer sind als das bei unterstellter Normalverteilung der Fall wäre. Dies deutet auf linksschiefe Verteilungen hin, d.h., die Mediane liegen in der Verteilung rechts von den Erwartungswerten. Zusätzlich ist vor allem bei Birke, Fichte und Lärche ein uneinheitlicher, kurvenförmiger Verlauf der Datenpunkte entlang der Ausgleichsgeraden auszumachen. Die Anwendung der Box-Cox-Methode führt demgegenüber zu einer deutlichen Verbesserung der Residuenstruktur (Abb. 5). Zwar sind Abweichungen von der Ausgleichsgeraden im unteren Quantilsbereich nach wie vor vorhanden, jedoch bei allen Baumarten geringer ausgeprägt. Die Verläufe sind einheitlicher und weisen kaum noch kurvenförmige Muster auf.

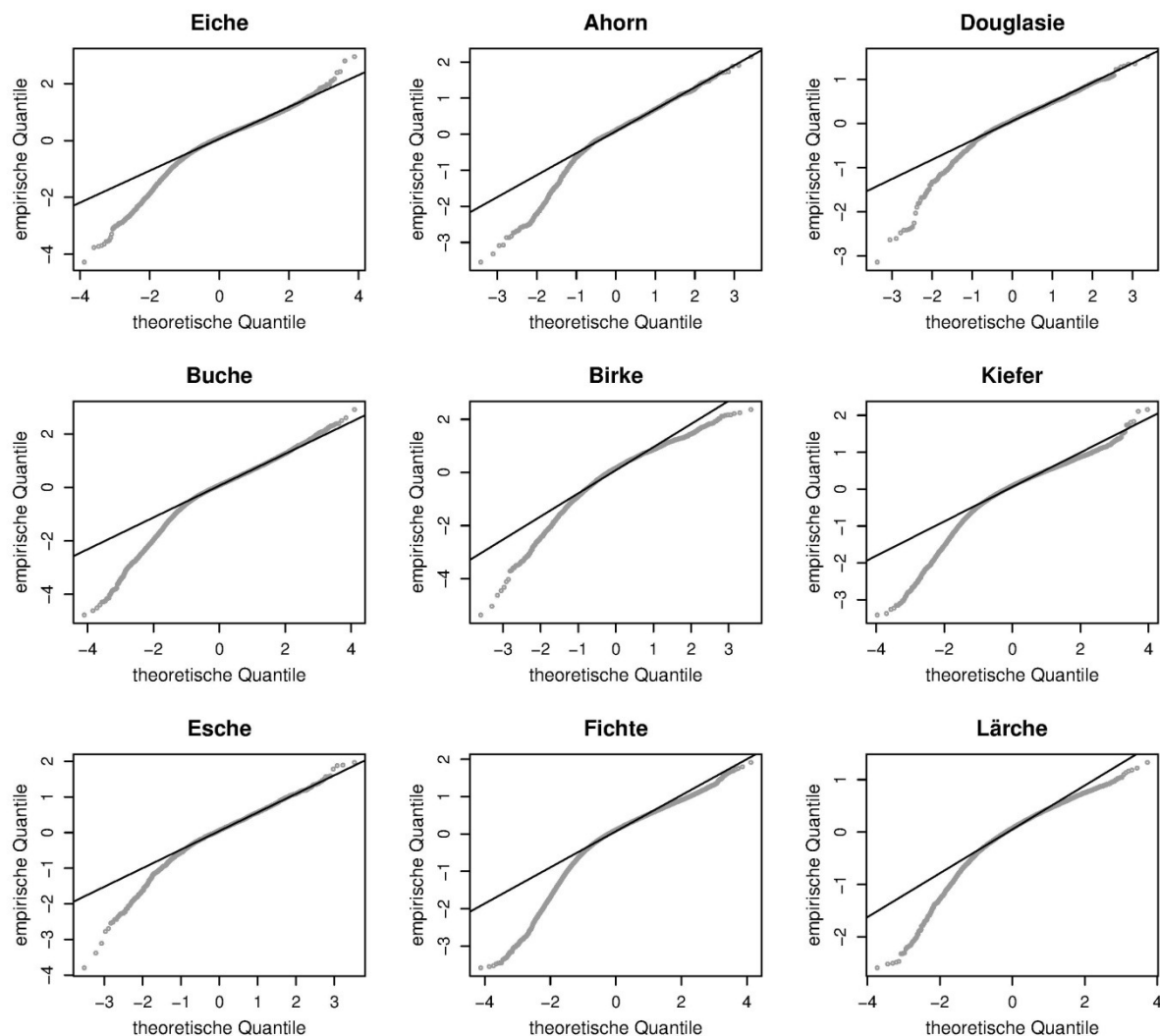


Abbildung 4: Quantile-Quantile-Plot der Modellresiduen nach logarithmischer Variablentransformation

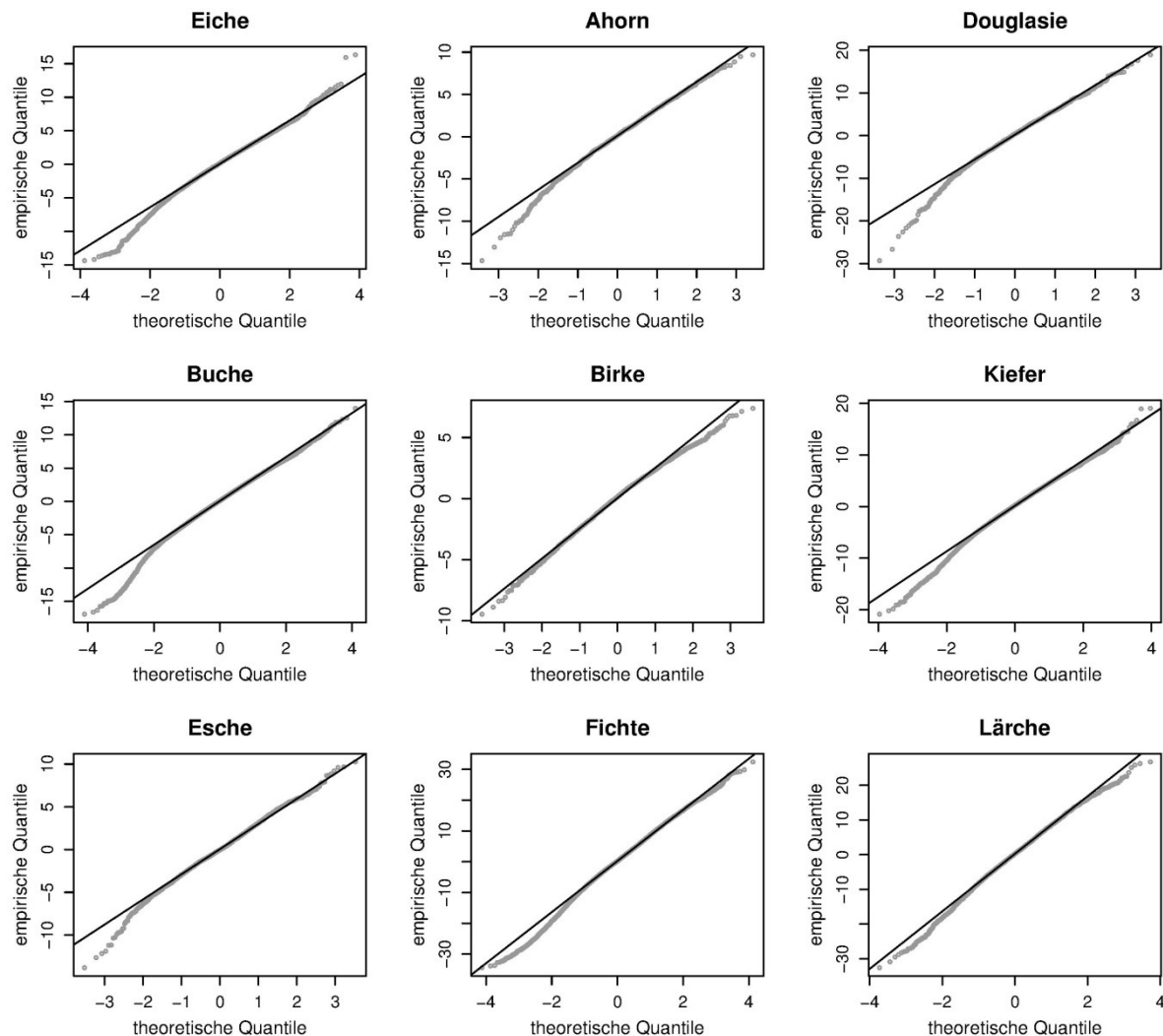


Abbildung 5: Quantile-Quantile-Plot der Modellresiduen nach Box-Cox Variablentransformation

Alle Parameterschätzungen der Modelle mit Box-Cox-transformierter Antwortvariablen sind statistisch signifikant (Tab. 3). Darüber hinaus ist erkennbar, dass sich das Modell bei allen Baumarten intuitiv plausibel verhält. Der Effekt des Bhd auf den Grundflächenzuwachs wird durch ein Polynom zweiten Grades beschrieben (Parameter b und c). D.h. bei sonst konstanten Bedingungen nimmt der Grundflächenzuwachs bis zu einem bestimmten Bhd zu und nach dessen Überschreitung wieder ab. Im Gegensatz dazu wirkt das Baumalter (d) kontinuierlich negativ auf den Zuwachs. Durch die Implementierung des logarithmischen Terms ist der Effekt aber nicht linear sondern fällt anfangs stärker ab, so dass der natürliche Alterswachstumsgang berücksichtigt ist. Eine Freistellung, also eine Verminderung des auf den Baum wirkenden Konkurrenzdrucks, würde bei jüngeren Bäumen den Zuwachs stärker begünstigen als bei älteren. Der BAL als Konkurrenzmaß ist linear eingesteuert und besitzt bei allen Baumarten konsistent negative Vorzeichen, das Wachstum wird mit steigender Konkurrenz also vermindert.

Die höchsten Genauigkeiten erreichen die Modelle bei Eiche, Buche, Esche und Douglasie mit Bestimmtheitsmaßen über 0.6. Bergahorn und Kiefer weisen Werte von 0.53 bzw. 0.4 und liegen damit vor Birke (0.33), Fichte (0.30) und Lärche (0.27). Der Transformationsparameter λ variiert zwischen den Baumarten im Bereich zwischen 0.3 (Birke) und 0.6 (Fichte, Lärche).

Tabelle 3: Parameterschätzungen der Modelle mit Box-Cox-transformiertem Grundflächenzuwachs (Gleichung 8) für neun Baumarten

Baumart	Parameter	Koeffizient	p-Wert	R ² _{adj}	λ	γ
Eiche	<i>a</i>	12.7389	0.0000	0.60	0.4	1.081
	<i>b</i>	0.7695	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0061	0.0000			
	<i>d</i>	-3.7472	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0727	0.0000			
Buche	<i>a</i>	11.1871	0.0000	0.63	0.4	1.081
	<i>b</i>	0.8007	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0075	0.0000			
	<i>d</i>	-3.0793	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0548	0.0000			
Esche	<i>a</i>	13.448	0.0000	0.64	0.4	1.071
	<i>b</i>	0.6904	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0055	0.0000			
	<i>d</i>	-3.4860	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0704	0.0000			
Bergahorn	<i>a</i>	14.782	0.0000	0.53	0.4	1.102
	<i>b</i>	0.8890	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0094	0.0000			
	<i>d</i>	-4.3718	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0513	0.0000			
Birke	<i>a</i>	7.5732	0.0000	0.33	0.3	1.214
	<i>b</i>	0.4532	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0058	0.0000			
	<i>d</i>	-1.7900	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0456	0.0000			
Fichte	<i>a</i>	31.9079	0.0000	0.30	0.6	1.049
	<i>b</i>	1.7478	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0172	0.0000			
	<i>d</i>	-9.5376	0.0000			
	<i>e</i>	-0.1494	0.0000			
Kiefer	<i>a</i>	19.9555	0.0000	0.40	0.5	1.055
	<i>b</i>	1.4065	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0155	0.0000			
	<i>d</i>	-6.9918	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0827	0.0000			
Douglasie	<i>a</i>	16.5195	0.0000	0.62	0.5	1.044
	<i>b</i>	1.2685	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0103	0.0000			
	<i>d</i>	-3.8776	0.0000			
	<i>e</i>	-0.2031	0.0000			
Lärche	<i>a</i>	25.3721	0.0000	0.27	0.6	1.036
	<i>b</i>	1.7178	0.0000			
	<i>c</i>	-0.0134	0.0000			
	<i>d</i>	-9.7313	0.0000			
	<i>e</i>	-0.0899	0.0000			

4 Diskussion

Die Transformation einer Zielgröße stellt ein probates Mittel dar um (1) eine Normalisierung der Regressionsresiduen zu erreichen, (2) die Heteroskedastizität von Residuen zu vermeiden, (3) die stochastischen Zusammenhänge zwischen abhängiger und unabhängiger Variablen zu linearisieren. Die häufig verwendete logarithmische Transformation eignet sich vor allem bei stark rechtschiefen oder gewölbten Verteilungen. Bei der Box-Cox-Transformation hängt der zu ermittelnde Transformationsparameter hingegen unmittelbar von der empirischen Verteilung der Zielgröße ab und wird über Maximum-Likelihood ermittelt. Der erste Term in Gleichung (5) ist ein Schätzer zur Minimierung der Abweichungsquadrate eines formulierten Modells, während im zweiten Term die transformierten Residuen einer Normalverteilung angenähert werden.

Diese erhöhte Flexibilität führt bei den hier parametrisierten Einzelbaum-Grundflächenzuwachsmo-
dellen erwartungsgemäß zu eindeutigen Verbesserungen der Residuenstruktur auf Modellebene (Abb. 4, Abb. 5). Über die grafische Residueninspektion hinausgehende Analysen der Modellpräzision zwischen beiden Transformationsansätzen müssen zwecks Vergleichbarkeit in der Originalskala der abhängigen Variable erfolgen, d.h. auf rücktransformierter Ebene. Im Gegensatz zum Vorgehen bei SERINALDI ET AL. (2012) wurde der Vergleich nicht anhand einer einfachen Modellanpassung vorgenommen. Mittels einhundertfacher Kreuzvalidierung wurde im hier vorgestellten Ansatz zusätzlich die Variabilität der Validierungsstatistiken (mittlerer quadratischer Fehler und Korrelationskoeffizient) betrachtet. Dieses Vorgehen ersetzt zwar nicht die Modellvalidierung an einem unabhängigen Datensatz. Jedoch simulieren die multiplen Anpassungen an zufällig ausgewählten Teildaten näherungsweise, ob sich eine Methode systematisch oder nur zufällig, d.h. von der vorliegenden Datenstruktur abhängig, als überlegen erweist. Neben der grafischen Analyse der Ergebnisse der Kreuzvalidierung (Abb. 1, Abb. 2) konnte auch anhand der statistischen Tests (Tab. 2) gezeigt werden, dass die Vorhersagegüte nach Box-Cox-Transformation eindeutig präziser ist.

SERINALDI ET AL. (2011) fanden beim Vergleich verschiedener Modelle bzw. Transformationen zur Schätzung des Einzelbaumvolumens abweichende Ergebnisse. Hier erwies sich der bei der Beschreibung allometrischer Beziehungen der häufig verwendete Ansatz der beidseitigen Logarithmierung aller Gleichungsterme als überlegen. Allerdings besteht ein wesentlicher Unterschied zur eigenen Untersuchung: SERINALDI ET AL. (2011) verwendeten die Box-Cox-Transformation um sowohl abhängige als auch unabhängige Variablen vor der eigentlichen Modellparametrisierung zu normalisieren, und nicht zur Normalisierung der Modellresiduen. Außerdem erfolgte der Vergleich lediglich auf Basis einer einfachen Modellanpassung. Eine Sensitivitätsanalyse, z.B. durch Kreuzvalidierung, wurde nicht durchgeführt.

EASTAUGH U. HASENAUER (2011) verwendeten die Box-Cox-Transformation ebenfalls für eine univariate Normalisierung von Beobachtungswerten zur Herleitung historischer Holznutzungsmengen aus Inventurdaten.

Die bisher einzige Anwendung im Bereich der Wachstumsmodellierung auf Einzelbaumebene konnte bei GARCIA (1983) gefunden werden. Die Box-Cox-Transformation wurde in ein modifiziertes Bertalanffy-Richards-Modell zur Beschreibung des Höhenwachstumsgangs von Waldbeständen implementiert. Vergleiche zu anderen Transformationsmethoden wurden aber nicht vorgenommen.

Das für einen Vergleich beider Verfahren gewählte Einzelbaum-Grundflächenzuwachsmo-
dell wurde an einer umfangreichen Datengrundlage parametrisiert und enthält einfach zu ermittelnde Eingangsgrößen. Brusthöhendurchmesser und Alter von Einzelbäumen werden standardmäßig bei forstlichen Großrauminventuren oder auf Monitoringflächen erhoben, der BAL lässt sich direkt aus dem Durchmesserkollektiv berechnen. Die Wirkungsrichtung der Kovariablen führen zu intuitiv plausiblen Modellverhalten (Tab. 3), außerdem verdeutlichen die p-Werte der Koeffizienten, dass das Modell bei allen betrachteten Baumarten sehr robust ist. Die adjustierten Bestimmtheitsmaße liegen trotz der vergleichsweise geringen Anzahl an Kovariablen in derselben Größenordnung wie in den Untersuchungen von MONSERUD U. STERBA (1996), STERBA ET AL. (2002), ANDREASSEN U. TOMTER (2003) oder PUKKALA ET AL. (2009).

Durch die Datengrundlage werden die großflächigen Waldverhältnisse im nordwestdeutschen Raum repräsentativ abgebildet, so dass anhand der Modelle eine konkurrenz-sensitive Fortschreibung von

Inventurdaten möglich ist. Dies war in bisherigen Ansätzen zur Holzaufkommensmodellierung (BMEL 2014b) nicht gegeben. Weitere Umweltinformationen, z.B. zur Nährstoffausstattung des Standortes oder der Temperatursummen, sind für eine Anwendung nicht erforderlich.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Verwendung der Box-Cox-Transformation bei der einzelbaumbasierten Grundflächenzuwachsmoellierung gegenüber der logarithmischen Transformation zu Modellverbesserungen führt. Eine mögliche Anwendung in anderen Bereichen der Waldwachstumsmoellierung, in denen Variablentransformationen erforderlich sind, sollte daher in Betracht gezogen werden.

5 Literatur

- ANDREASSEN, K., TOMTER, S.M.: Basal area growth models for individual trees of Norway spruce, Scots pine and other broadleaves in Norway. *For. Ecol. Manage.* 180, 11-24, 2003
- BELLA, I.E.: A new competition model for individual trees. *For. Sci.* 17, 364-372, 1971
- BIGING, G.S., DOBBERTIN, M.: A comparison of distance-dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer trees. *For. Sci.* 38, 695-720, 1992
- BIGING, G.S., DOBBERTIN, M.: Evaluation of competition indices in individual tree growth models. *For. Sci.* 41, 360-377, 1995
- BMEL - Bundesministerium für Ernährung und Landwirtschaft: Die Bundeswaldinventur². Alle Ergebnisse und Methoden. <http://www.bundeswaldinventur.de/enid/31.html>, zugegriffen am 23.08.2014, 2014a
- BMEL - Bundesministerium für Ernährung und Landwirtschaft: HAM – Das Wichtigste in Kürze. <http://www.bundeswaldinventur.de/enid/348e042120fab2932b29e1d54b421d3b,0/80.html>, zugegriffen am 23.08.2014, 2014b
- BÖCKMANN, T., SABOROWSKI, J., DAHM, S., NAGEL, J., SPELLMANN, H.: Die Weiterentwicklung der Betriebsinventur in Niedersachsen. *Forst und Holz*, 53, 219-226, 1998
- BOLLANDSAS, O.M., NAESSET, E.: Weibull models for single-tree increment of Norway spruce, Scots pine, birch and other broadleaves in Norway. *Scand. J. For. Res.* 24, 54-66, 2009
- BOX, G. E. P., COX, D. R.: An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society B* 26, 211–252, 1964
- COLE, W.G., LORIMER, C.G.: Predicting tree growth from crown variables in managed northern hardwood stands. *For. Ecol. Manage.* 67, 159-175, 1994
- COLBERT, J.J., SCHUCKERS, M., FEKELDULEGN, D., RENTCH, J., MACSIURTAIN, M., GOTTSCHALK, K.: Individual tree-basal area growth parameter estimates for four models. *Ecol. Model.* 174, 115-126, 2004
- CONDES, S., STERBA, H.: Deviation of compatible crown width equations for some important tree species of Spain. *For. Ecol. Manage.* 217, 203-218, 2005
- CONDES, S., STERBA, H.: Comparing an individual tree growth model for *Pinus halepensis* Mill. in the Spanish region of Murcia with yield tables gained from the same data. *Eur. J. For. Res.* 127, 253-261, 2008
- CONTRERAS, M.A., AFFLECK, D., CHUNG, W.: Evaluating tree competition indices as predictors of basal area increment in western Montana forests. *For. Ecol. Manage.* 262, 1939-1949, 2011
- CORRAL RIVAS, J.J., ALVAREZ GONZALEZ, J.G., RUIZ-GONZALEZ, A.D., V. GADOW, K.: Compatible height and site index models for five pine species in El Salto, Durango (Mexico). *For. Ecol. Manage.* 201, 145-160, 2004
- EASTAUGH, C.S., HASENAUER, H.: Incorporating management history into forest growth modelling. *iForst* 4, 212-217, 2011
- EK, A.R., MONSERUD, R.A.: FOREST. A computer model for simulating the growth and reproduction of mixed species stands. *Res. Rep.* 2635, Univ. Wisconsin, 1974
- GARCIA, O.: A stochastic differential equation model for the height growth of forest stands. *Biometrics* 39, 1059-1072, 1983
- HASENAUER, H.: Ein Einzelbaumwachstumssimulator für ungleichaltrige Fichten-Kiefern und Buchen-Fichtenmischbestände. *Diss. Univ. Wien*, 1994
- HÖKKÄ, H., ALENIUS, V., PENTTILÄ, T.: Individual-tree basal area growth models for scots pine, pubescent birch and norway spruce on drained peatlands in Finland. *Silva Fennica* 31, 161-178, 1997
- LEDERMANN, T.: Evaluating the performance of semi-distance-independent competition indices in predicting the basal area growth of individual trees. *Can. J. For. Res.* 40, 796-805, 2010
- MAILLY, D., TURBIS, S., POTHIER, D.: Predicting basal area increment in a spatially explicit, individual tree model: a test of competition measures with black spruce. *Can. J. For. Res.* 33, 435-443, 2003
- MØNNES, E.: The power-normal distribution: application to forest stands. *Can. J. For. Res.* 41, 707-714, 2011

- MONSERUD, R.A., STERBA, H.: A basal area increment model for individual trees growing in even- and uneven-aged stands in Austria. *For. Ecol. Manage.* 80, 57-80, 1996
- NAGEL, J.: Konzeptionelle Überlegungen zum schrittweisen Aufbau eines waldwachstumskundlichen Simulationssystems für Nordwestdeutschland. *Schriften aus der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen und der Nieders. Forstl. Versuchsanstalt*, Bd 128, J.D. Sauerländer's, Frankfurt M., 1999
- NEWMHAM, R.M.: The development of a stand model for Douglas fir. PhD thesis, University of British Columbia, Vancouver, 1964
- NIEDERSÄCHSISCHES FORSTPLANUNGSAMT: Anweisung zur Betriebsinventur. Niedersächsisches Forstplanungsamt, Wolfenbüttel, 2001
- POKHAREL, B., DECH, J.P.: Mixed-effects basal area increment models for tree species in the boreal forest of Ontario, Canada using an ecological land classification approach to incorporate site effects. *Forestry* 85, 255-270, 2012
- PRETZSCH, H.: Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen für Rein- und Mischbestände. *Schriftenr. der Forstwiss. Fak. Univ. München und der Bayer. Landesanst. für Wald und Forstwirtschaft*, 115. München, 1992
- PRETZSCH, H.: *Forest Dynamics, Growth and Yield*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009
- PRETZSCH, H., BIBER, P., DURSKEY, J.: The single tree-based stand simulator SILVA: construction, application and evaluation. *For. Ecol. Manage.* 162, 3-21, 2002
- PUKKALA, T., LÄHDE, E., LAIHO, O.: Growth and yield models for uneven-sized forest stands in Finland. *For. Ecol. Manage.* 258, 207-216, 2009
- SAKIA, R.M.: Retransformation bias. A look at the Box-Cox transformation to linear balanced mixed ANOVA models. *Metrika* 37, 345-351, 1990
- SAKIA, R.M.: The Box-Cox transformation technique: a review. *The Statistician* 41, 169-178, 1992
- SCHRÖDER, J., RODRIGUEZ SOALLEIRO, R., VEGA ALONSO, G.: An age-independent basal area increment model for maritime pine trees in northwestern Spain. *For. Ecol. Manage.* 157, 55-64, 2002
- SERINALDI, F., GRIMALDI, S., ABDOLHOSSEINI, M., CORONA, P., CIMINI, D.: Testing copula regression against benchmark models for point and interval estimation of tree wood volume in beech stands. *Eur. J. Forest. Res.* 131, 1313-1326, 2012
- SMITH, R.J.: Logarithmic transformation bias in allometry. *Am. J. Phys. Anthropol.* 90, 215-228, 1993
- SNOWDON, P.: A ratio estimator for bias correction in logarithmic regression. *Can. J. Forest Res.* 21, 720-724, 1991
- SPRUGEL, D.G.: Correcting for bias in log-transformed allometric equations. *Ecology* 64, 209-210, 1983
- STAGE, A.R.: Prognosis model for stand development. USDA Forest Service, Gen. Tech. Rep. INT-137, Intermountain Research Station, Utah, 1973
- STERBA, H., BLAB, A., KATZENSTEINER, K.: Adapting an individual growth model for Norway spruce (*Picea abies* L. Karst) in pure and mixed species stands. *For. Ecol. Manage.* 159, 101-110, 2002
- UZOH, F.C.C., OLIVER, W.W.: Individual tree diameter increment models for managed even-aged stands of ponderosa pine throughout the western United States using multilevel linear mixed effects models. *For. Ecol. Manage.* 256, 438-445, 2008
- VENABLES, W.N., RIPLEY, B.D.: *Modern Applied Statistics with S*. Springer, 2002
- WEISSKITTEL, A.R., GARBER, S.M., JOHNSON, G.P., MAGUIRE, D.A., MONSERUD, R.A.: Annualized diameter and height growth equations for Pacific Northwest plantation-grown douglas-fir, western hemlock, and red alder. *For. Ecol. Manage.* 250, 266-278, 2007
- WYKOFF, W.R., CROOKSTON, N.L., STAGE, A.R.: User's guide to the stand prognosis model. *Int. For. and Range Exp. Sta. Gen. Tech. Rep. INT-133*, 1982
- WYKOFF, W.R.: A basal area increment model for individual conifers in the Northern Rocky Mountains. *For. Sci.* 36, 1077-1104, 1990
- WOOD S. N.: *Generalized additive models: an introduction with R*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2006
- YANG, Y., HUANG, S., MENG, S.X., TRINCADO, G., VANDERSCHAAF, C.L.: A multilevel individual tree basal area increment model for aspen in boreal mixedwoods stands. *Can. J. For. Res.* 39, 2203-2214, 2009